

Meike OHLENDORF, Braunschweig

Die Rückschauphase beim unterrichtlichen Problemlösen an Gymnasien

Der Phase Rückschau im Anschluss an die Problemlösebemühungen wird in der Theorie (z.B. bei Pólya, 1945, Schoenfeld, 1985, oder Mason, Burton & Stacey, 1982) eine große Bedeutung beigemessen. Allerdings scheint es, als ob eine solche Reflexion im Problemlöseunterricht eher vernachlässigt wird. Entsprechende erste Befunde einer empirischen Erkundungsstudie werden vorgestellt und diskutiert. Dabei soll untersucht werden, wie die Phase Rückschau von Lehrern unterrichtet wird. In der Auswertung sollen wichtige Komponenten des Lehrerhandelns während unterrichtlicher Rückschauen erfasst werden.

Theoretische Grundlagen der Phase Rückschau bei (individuellen) Problemlöseprozessen

Verschiedene Verlaufsmodelle von Problembearbeitungsprozessen wurden bisher in Bezug auf ihre Phasenstruktur untersucht (z.B. Rott, 2013) und die Funktion der Phase Rückschau in diesem Zusammenhang charakterisiert (Ohlendorf, 2017).

Die Phase Rückschau wird in Pólyas Verlaufsmodell durch einen für Pólya charakteristischen Fragenkatalog charakterisiert.

Laut Pólya (1945) sollen Problemlöser sich während der Phase Rückschau im Anschluss an die Problemlösebemühungen folgende Fragen stellen: *Kannst du das Resultat kontrollieren?* Hierunter versteht Pólya vor allem, dass der Problemlöser das Resultat mehreren Plausibilitätskontrollen unterzieht. Mit der Frage *Kannst du den Beweis kontrollieren?* soll der Problemlöser angeleitet werden, den Beweis entweder Schritt für Schritt oder an „heiklen“ Stellen zu kontrollieren. Die Fragen *Kannst du das Resultat auf verschiedene Weise ableiten?* *Kannst du es auf den ersten Blick sehen?* motivieren den Leser, alternative Lösungen zu betrachten bzw. diese zu vergleichen, wobei kurze und intuitive Beweise langen und schweren Beweisen vorgezogen werden sollen. Die Frage *Kannst du das Resultat oder die Methode für irgendeine andere Aufgabe verwenden?* regt den Problemlöser zum Verallgemeinern an: Er soll sich Fälle ausdenken, bei welchen er das angewandte Verfahren oder das erhaltene Resultat verwenden kann.

Wilson, Fernandez & Hadaway (1993) bezeichnen die Phase Rückschau als wichtigste, weil lehrreichste Phase beim mathematischen Problemlösen. Kilpatrick (persönliche Kommunikation, 13. Oktober 2016) hebt die Bedeutung der Rückschau für das Lehren und Lernen von Problemlösen hervor.

Die Phase Rückschau beim unterrichtlichen Problemlösen

In Bezug auf das Lernen mathematischen Problemlösens im Unterricht schildern Wilson et al. (1993) als auch Schoenfeld (persönliche Kommunikation, 27. März 2015) ihre Eindrücke, dass die meisten Lehrer unter der Phase Rückschau nur die Kontrolle der Lösungen verstehen und keine weitergehenden Überlegungen anstellen (lassen) bzw. oft gar keine Rückschau im Unterricht stattfindet.

Es lässt sich vermuten, dass Lehrkräfte immer noch wenig Wissen und Erfahrung in Bezug auf die Gestaltung der Phase Rückschau besitzen. Nur wenige explorative Studien untersuchen bisher die Gestaltung der Phase Rückschau durch den Lehrer (z.B. Leong, Tay, Toh, Quek & Dindyal, 2011; Heinrich, Pawlitzki & Schuck, 2013). Silver (1985) und Lester (2013) beklagen die Tatsache, dass die Rolle des Lehrers im Problemlöseunterricht bisher nicht hinreichend untersucht wurde.

In der vorliegenden explorativen Studie soll folgenden Fragen nachgegangen werden:

Welche Aspekte der Phase Rückschau, die auch schon Klassiker wie Pólya, Mason et al. oder Schoenfeld gefordert haben, werden (in welcher Art, welchem Umfang) von Lehrern umgesetzt? Welche weiteren Aspekte der Phase Rückschau, die im unterrichtlichen Problemlösen eine Rolle spielen, werden von Lehrern umgesetzt?

Das Ziel dieser Studie ist es, „typisches“ Lehrerverhalten während der Phase Rückschau herauszuarbeiten, zu charakterisieren und somit natürlich auch typischerweise fehlende Elemente zu identifizieren. So sollen konkrete Anregungen für die Gestaltung der Phase Rückschau im Problemlöseunterricht gewonnen werden, die in die Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften einfließen können.

Design der Studie

In Anlehnung an Hillje (2012) wurde folgendes methodisches Vorgehen gewählt: Die teilnehmenden Lehrer erhielten ca. zwei Wochen vor Unterrichtsdurchführung ein geometrisches Problem inkl. möglicher Lösungswege. Die Lehrer sollten vor der Stunde einen tabellarischen Unterrichtsverlaufsplan abgeben.

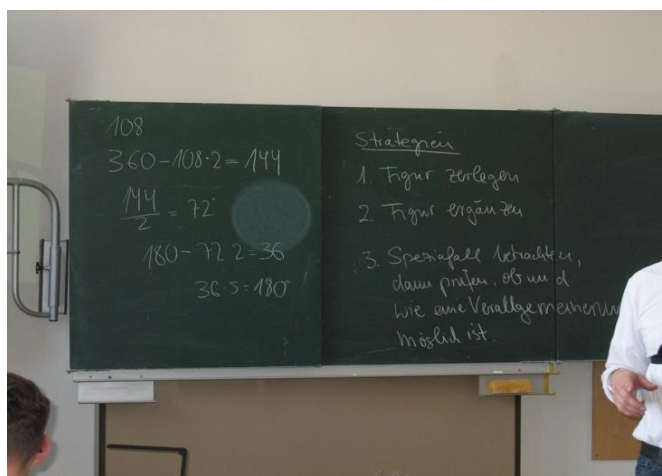
Vor der 90-minütigen Unterrichtsstunde wurden die Lehrenden zu Zielen und Ablauf der Stunde befragt, nach der Stunde hatten sie Gelegenheit über den Unterrichtsverlauf zu reflektieren. Nach einer ersten Datenauswertung wurde ein weiteres Interview geführt, um gezielt auf spezifische Unterrichtssituationen eingehen zu können.

Das Unterrichtsgeschehen und die Interviews wurden gefilmt, protokolliert und transkribiert. Die Auswertung der Daten erfolgt mithilfe eines Kategoriensystems, welches auf dem Kategoriensystem von Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) sowie auf den Charakterisierungen der Phase Rückschau durch Pólya (1945) und Mason, Burton & Stacey (1982) basiert. Mithilfe dieses Kategoriensystems, welches durch ein kategorienentwickelndes Vorgehen ergänzt wurde, sollen Verläufe und wichtige Komponenten der Gestaltung der Phase Rückschau durch den Lehrer erfasst werden. Die Daten werden nach der Methode der Qualitativen Inhaltsanalyse kodiert.

Erste Erkenntnisse

Im Jahr 2016 nahmen 14 Gymnasiallehrer mit ihren Klassen (Jahrgangsstufen 9/10) an der Studie¹ teil. Hier wird exemplarisch die lehrerseitig gestaltete Rückschau einer Unterrichtsstunde dargestellt.

In der vorliegenden Doppelstunde erfolgt nach 60 Minuten Problembearbeitung in Einzel- und Partnerarbeit eine ca. 30minütige Phase, während der verschiedene Lösungswege und (auch falsche) Lösungsansätze im Plenum besprochen werden. Während dieser Phase stellen Schüler ihre Lösungen vor. Der Lehrer bittet die Schüler in diesem Zusammenhang, ihr Vorgehen zu verallgemeinern und gibt als Hilfe informative Figuren zu weiteren Lösungswegen herein. Die Schüler nennen Strategien wie *Figur zerlegen*, *Figur ergänzen* und *Spezialfall betrachten und dann verallgemeinern*. Der Lehrer sichert diese Strategien an der Tafel und lässt die Schüler dies abschreiben (s. Abb.).



Der Lehrer, der über Vorerfahrungen im Math. Problemlösen verfügt, gibt im Interview an, dass für ihn die nachträgliche Reflexion im Anschluss an die Problemlösebemühungen sehr wichtig sei.

Das Verhalten des Lehrers kann im Vergleich zu den anderen Teilnehmern der Studie als untypisch bezeichnet werden.

¹ gefördert vom Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft und von der Volkswagen AG

In der Breite werden in der letzten Phase der Stunde zwar häufig alternative Lösungswege vorgestellt, diese werden aber primär nur kontrolliert, eine Abhebung von Strategien findet kaum statt.

Literatur

- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2007): Kategorisierung von Diskursen im Mathematikunterricht bezüglich metakognitiver und diskursiver Anteile. In A. Peter-Koop, & A. Bikner-Ahsbahs (Hrsg.), *Mathematische Bildung – Mathematische Leistung* (S. 233-248). Hildesheim: Franzbecker.
- Heinrich, F., Pawlitzki, A., & Schuck, L. (2013). Problemlöseunterricht in der Grundschule. In F. Käpnick, G. Greefrath, & M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S. 448-451). Münster: WTM-Verlag.
- Hilje, Manuela (2012): *Fachdidaktisches Wissen von Lehrerinnen und Lehrern und die didaktische Strukturierung von Mathematikunterricht – Fallanalysen zur kognitiven Aktivierung in Unterrichtsplanungen und realisiertem Unterricht*. Universität Oldenburg. URL (15.01.2014): <http://oops.uni-oldenburg.de/1603/1/hilfac12.pdf>
- Leong, Y. H., Tay, E. G., Toh, T. L., Quek, K. S., & Dindyal, J. (2011). Reviving Pólya's "Look Back" in a Singapore school. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(3), 181-193.
- Lester, F. K. Jr. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 245-278.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Bristol: Addison-Wesley.
- Ohlendorf, M. (2017): Zur Phase Rückschau im Problemlöseunterricht. In Beyerl, M., Fritz, J., Ohlendorf, M., Kuzle, A., & Rott, B. (Hrsg.), *Mathematische Problemlösekompetenzen fördern: Tagungsband der Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises Problemlösen in Braunschweig 2016* (S. 135-150). Münster: WTM, 2017.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Rott, Benjamin (2013): *Mathematisches Problemlösen – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Ars Inveniendi et Dejudicandi, Band 2, herausgegeben von T. Fritzlär, F. Heinrich und B. Zimmermann. Münster: WTM-Verlag. (Dissertation, überarbeitet)
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some under-represented themes and needed directions. In E.A. Silver (Hrsg.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (S. 247-266). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Hrsg.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (S. 57-78). New York, NY: MacMillan.
- Yimer, A., & Ellerton, N. F. (2006). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: An emerging model. *Conference Proceedings from MERGA 29* (S. 575-582). Wairoonga, New South Wales, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.