

Martin RATHGEB, Köln und Siegen

Alexander Israel Wittenberg

Ein Mathematikphilosoph wirkt als Mathematikdidaktiker

Die Überschrift als Hinweis auf zwei Monographien Wittenbergs lesen

Als Mathematikphilosoph erwiesen hat sich Alexander Wittenberg (1926–1965) durch seine Promotionsarbeit *Vom Denken in Begriffen. Mathematik als Experiment des reinen Denkens* (1957, ²1968), die von F. Gonseth und P. Bernays begutachtet wurde. Von Mathematik als empirischer Tatsache ausgehend, unterzog Wittenberg dort die inhaltliche Auffassung, wonach Mathematik die Wissenschaft eines idealen Bereichs sei, nebst ihrer axiomatischen und ihrer formalistischen Reduktion einer Revision und plädierte auf eine Überwindung der Frage nach einer Auffassung von Mathematik bzw. nach einer Erklärung, was Mathematik sei und warum sie sein könne.

Diese Untersuchung ist auch mathematikdidaktisch interessant, da die darin geübte „erkenntnistheoretische Begriffskritik“ zur Analyse von Begriffsentwicklungen taugt. Im *Handbuch der Mathematikdidaktik* (2015), seinem Beitrag „Begriffsbildung“, referiert H.-G. Weigand (Wittenberg 1968) in beachtlicher Länge und zitiert aus (Wittenberg 1990) den ersten folgender Grundsätze für eine Beantwortung der „Was“-Frage (S. 45) und der „Wie“-Frage (S. 46) zum Mathematikunterricht. Wittenberg schreibt: „1. Der Unterricht muß dem Schüler eine echte Erfahrung der Mathematik vermitteln. 2. Dazu ist insbesondere erforderlich, daß dessen Aufbau vollständig innerhalb des Erfahrungsbereichs des Schülers verlaufe“ (S. 68). Dabei ist mit echter Mathematik keineswegs universitäre Mathematik gemeint. Denn deren Nachahmung könne am Gymnasium nur „Nachäffung“ (S. 54) sein, und einer „pädagogischen Idee“ gemäß habe das Gymnasium den Schüler gegen „berufliche Ausbildung“ und „Fachstudium“ (S. 14) abzuschirmen.

Als Mathematikdidaktiker wirkte Wittenberg – bzw. wirkt er nach – eher durch diese zweite Monographie: *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach* (1963, ²1990). So schreibt bspw. H. Lenné in seiner *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland* (1969): „In der Mathematikdidaktik der Gegenwart müssen Wagenschein und Wittenberg als die Hauptexponenten dieser allgemeinen ‚pädagogischen‘ Richtung angesehen werden.“ (S. 55) In seiner Darstellung der „Gesamterscheinung der Didaktik Wittenbergs und Wagenscheins“ gibt Lenné Wittenbergs Fokus auf das „Elementare“ und „genetischen Unterricht“ als „historisch bedingte Reaktion“ (S. 54–60) zu verstehen. Wohlgemerkt ist die Lehrkustdidaktik, als welche die sog. „pädagogische Richtung“ weiterlebt, noch immer ihrer großen Beeinflusser eingedenk; vgl. (Gerwig 2015). Dabei kreisen die von

Gerwig gestalteten Lehrstücke allesamt ums Beweisen, und es wird in (Wittenberg 1990) just fürs „systematische *Beweisen*“ alias „deduktive Vorgehen“ der zweite oben zitierte „Grundsätze“ spezifiziert: „Läßt man dieses dergestalt allmählich entstehen, [...] so lernt der Schüler nicht nur beweisen, sondern er lernt auch etwas viel Wichtigeres: nämlich, was es mit dem Beweisen auf sich hat. Er erlebt aus unmittelbarer eigener Erfahrung, daß dieses Beweisen [...] das natürliche Erkenntnismittel der Mathematik ist.“ (S. 61) Durch eine solche Genese – mehr der Sache, weniger der Historie – zeichnet sich „*genetischer Unterricht*“ nach Wittenberg aus.

Die Durchführung einer solchen „Wiederentdeckung der Mathematik von Anfang an“, vollzogen an „Elementarem“, wird in Teil II von (Wittenberg 1990) an Beispielen aus der Geometrie dargestellt, z.B. „Flächenlehre“ (S. 123–131), „Ähnlichkeit“ (S. 131–141) und „Entdeckung des Irrationalen“, wobei diese Entdeckung infolge der gewählten Erschließung von Geometrie an gezeichneten Figuren notabene den Übergang zu idealen Figuren sowie die Einführung exakter Maßzahlen verlangt (S. 168–242): „Am Beispiel der Inkommensurabilität haben wir den *vollen Umfang eines großen wissenschaftlichen Problems* erfahren. [...] Mathematische Untersuchung der Inkommensurabilität, Untersuchung der Geometrie als Wissenschaft und ihrer Beziehungen zur Physik, Nachdenken über Wissenschaft als solche, erwachendes begriffskritisches Bewußtsein, erstes philosophisches Bemühen und Begegnung mit verwandtem Bemühen unserer großen geistigen Vorfahren“. (S. 240f.) Inkommensurabilität wird als Bildungsgut kritisch diskutiert in (Vohns 2000, S. 100–111); darin wirkt Wittenberg nach.

Neben „Vorwort“, „Noten“ und „Index“ umfasst *Bildung und Mathematik* die drei Teile „I. Absicht“ (S. 1–66), „II. Die Durchführung“ (S. 67–253) und „III. Schlusswort“ (S. 255–271). Im ersten Teil skizziert der Autor zunächst, an welcher (regulativen) Idee vom Gymnasium als einer Institution in demokratischen Gesellschaften sich deren Verwirklichungen auszurichten haben, und weiter, dass sich diese Ausrichtung just im jeweiligen Fachunterricht vollziehen lasse. Ab dem im dritten Abschnitt wird dem Untertitel gemäß auf „Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach“ fokussiert. Neben einem würdigen Bild vom Lehrer (S. XIIIff.) werden darin Grunderfahrungen diskutiert, denn ohne „klare Einsicht darein, worauf es in dem Fach eigentlich ankommt, [...] können nur unzulängliche [...] Bestimmungen der Unterrichtsziele für dieses Fach zustandekommen.“ (S. 46) Wittenberg optiert mit seinen Grunderfahrungen für orientierende Ideen auf Makroebene; seine Konzeption wirkt nach in (Bank 2016, insb. S. 78). Neben oben skizzierter Auswahl des Stoffes im zweiten Teil wird dessen Gestaltung als „Lehrmethode der Themenkreise“ (S. 141–163) dargestellt, die

orientierende Ideen auf Mikroebene nutzt, und abschließend die Behandlung der „axiomatischen Methode“ am Gymnasium diskutiert (S. 245–253). Im dritten Teil wird die geleistete Durchführung an der eigenen Absicht gemessen und letztere nochmals kritisch verdeutlicht (S. 255–271).

Für den kritischen Leser heutiger Tage klingt Wittenbergs Sprache mitunter etwas pathetisch. Denn der mathematikdidaktische bzw. pädagogische Diskurs wird mittlerweile in anderer Terminologie geführt. In Bezug auf „Wahrheit“ ist kaum mehr die Rede von „Eros“, „existentieller Erfahrung“, dem „Verrat an der gymnasialen Wahrheitsverpflichtung“ (S. 20, 18, 16), in Bezug auf „Geist“ kaum mehr von „geistigem Klima“, „geistiger Vielfalt“, „wissenschaftlicher Geisteshaltung“ (S. XIII, XV, 7). Doch ich kann H.-J. Vollrath nur zustimmen, der im „Vorwort zur 2. Auflage“ dieses großen Buches schreibt, dass der „Fülle seiner Ideen“ und der „Tiefe seiner Gedanken“ mit Schlagworten nicht beizukommen ist (S. VI). Zu *Bildung und Mathematik* war ein zweiter Band geplant, um dort die „Idee einer *Allgemeinbildung*“ (S. 15) sowie „die Lehrerausbildung und die geistigen Beziehungen zwischen Gymnasium und Universität“ (S. 46) eingehend zu erörtern. Doch Wittenbergs Tod verhinderte die Ausführung dieses Plans.

Wittenbergs ambitionierter Mathematikunterricht als Korrektiv

Wittenberg formuliert, wie später auch Winter, Grunderfahrungen bzw. zwei „fundamentale geistige Erlebnisse“, welche die Mathematik zum „Ganzen menschlicher Erfahrung des eigenen Daseins“ beiträgt (S. 46).

Das ist erstens „die doppelte Erfahrung“ einer „Welt sui generis“, bewohnt von „mathematischen Wesenheiten“ (z.B. Zahlen, Figuren), „die nur in unserem Denken zu existieren scheinen“, und „unseres Denken“, das wir bei deren Untersuchung erleben, das und „über“ das wir dabei lernen (S. 46f.; vgl. S. 60f.). Wittenberg fordert demgemäß „einen Unterricht, der in einer für den Schüler erkennbaren Weise vollständig *unter dem Gesetz der Sache* steht. [...] dass der Schüler alles, was er tut, [...] immer wieder *an der Sache mißt*. Die Mathematik ist wohl die einzige Wissenschaft, in der eine solche Forderung nach Sachgemäßheit im elementaren Unterricht in so weitgehendem Maße praktisch durchführbar ist“ (S. 162). Mit diesem Votum wird in (Wiechmann & Bandelt 2016) gegen die sog. Kompetenzorientierung argumentiert: „Was aber die Erziehung zum Wahrheitsanspruch [Verpflichtung auf Wahrheit; MR] betrifft, so spricht Wittenberg gerade der Mathematik [...] eine besondere Rolle zu: [...] Kein anderes Fach macht dem Schüler in demselben Maße erfahrbar, was es heißt, dass sich eine Sache nicht nach dem subjektiven Interesse und Meinen richtet [...]. Nur im unvoreingenommenen Umgang mit den Sachen kann der Schüler zu sich selbst finden und wahrhaft er selbst werden.“ (S. 34f.) Notabene, formuliert

Wittenberg eine Kritik am wissenschaftsmanipulativen Agieren von O.E.C.D und MSG. Überraschend aktuell! Er plädierte auf die bekannten „Methoden zur verantwortungsvollen Bearbeitung geistiger Aufgaben“ und wollte selbst ein „Vorbild für die Art“ geben, „in der die Auseinandersetzung“ mit bzw. „die Gestaltung“ von einem Unterricht, „der sowohl dem Wesen der Mathematik wie der kulturellen und erzieherischen Aufgabe des Gymnasiums in unserer Zeit gerecht wird“, „zu erfolgen hat“ (S. IX–XII).

Zweitens entdecken wir, „daß jene mathematischen Gesetzlichkeiten“, die sich an den mathematischen Wesenheiten bzw. in unserem Denken zeigen, „gleichsam für die Natur verbindlich sind“ (sog. Naturgesetze), was zur „doppelten Erfahrung“ führt, wonach „zwischen unserem mathematischen Denken und unserer Erfahrung der Natur“ eine „merkwürdige Übereinstimmung“ besteht. „Die Analyse dieser doppelten Erfahrung führt tief in philosophische Fragestellungen hinein. Jene fundamentale Erfahrung selber ist aber wesentlich elementarer Art; sie haftet an Feststellungen, die bereits dem Gymnasiasten zugänglich sind.“ (S. 47f.)

Wittenbergs doppelten Erfahrungen sind in Winters Grunderfahrungen gut erkennbar: die zwei doppelte Erfahrung in G1, die erste doppelte Erfahrung als Bündelung von G2 und G3. Notabene, im Literaturverzeichnis von (Winter 2003) ist (Wittenberg 1990) geführt. Auf die Übereinstimmungen und Unterschiede in den illustrativen Beispielen (z.B. Satz des Pythagoras) kann ich hier nicht näher eingehen. Klar ist aber, auch durch Winter wirkt Wittenberg mathematikphilosophisch und mathematikdidaktisch nach.

Literatur

Bank, M.-C. von der (2016). *Fundamentale Ideen der Mathematik*.

URL: <https://dx.doi.org/10.22028/D291-26673> (21.05.2018).

Gerwig, M. (2015). *Beweisen verstehen im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer.

Lenné, H. (1969). *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Stuttgart: Klett.

Vohns, A. (2000). *Das Messen als fundamentale Idee im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I* – URL: <http://www.wu.aau.at/avohns/pdf/messen.pdf> (21.05.2018).

Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder et al. (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255–278). Berlin: Springer.

Wiechmann, R. & Bandelt, H.-J. (2016). Die Selbstunterwerfung unter ökonomisches Denken. *Pädagogische Korrespondenz*, 53, 26–48.

Winter, H. (2003). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In Henn, H.-W. et al. (Hrsg.), *ISTRON-Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (Bd. 8, S. 6–15). Hildesheim: Franzbecker.

Wittenberg, A. (1968). *Vom Denken in Begriffen*. Basel: Birkhäuser.

Wittenberg, A. (1990). *Bildung und Mathematik*. Stuttgart: Klett-Schulbuchverlag.