

Wie tief geht das Lesen und Bearbeiten von Textaufgaben? – Fundierung und Operationalisierung des Konstrukts „Oberflächlichkeit“

Verschiedene Studien zeigen, dass Sprachkompetenz stark mit Mathematikleistung korreliert; die Gründe hierfür sind aber noch unklar. Da Analysen aus einem Vorgängerprojekt (Schlager et al., 2017) nahelegen, dass sprachschwache Lernende manche – vermutlich oberflächlich richtig lösbare – Aufgaben unerwartet gut lösen, stellt sich die Frage, ob „Oberflächlichkeit“ als Mediator zwischen Sprachkompetenz und Mathematikleistung fungiert. Um dies zu prüfen, wird ein theoretisch fundiertes und für empirische Untersuchungen operationalisiertes Konstrukt „Oberflächlichkeit“ erstellt, da es ein solches bisher nicht gibt, bevor weitere Analysen folgen.

1. Design der Studie

An der zur Beantwortung der Frage durchgeführten Studie nahmen 31 Lernende (Jg. 10) mit unterschiedlicher Sprachkompetenz (C-Test) und Mathematikleistung (Noten) teil. Sie bearbeiteten einzeln je vier Textaufgaben nach der Methode des Lauten Denkens. Zwei der Aufgaben sind oberflächlich richtig zu lösen, zwei nicht; je eine thematisiert exponentielles Wachstum, die andere proportionale Zuordnungen. Die betrachtete Blattläuse-Aufgabe (Abb. 1) zum exponentiellen Wachstum ist oberflächlich richtig lösbar.

Blattläuse sind Insekten, die sich auf Blumen setzen und diesen schaden. Auf einer Blume sind zehn Blattläuse. Die Anzahl der Blattläuse verdreifacht sich jede Woche.
a) Wie viele Blattläuse sind nach vier Wochen auf der Blume?
Mögliche richtige Lösung: $10 \cdot 3^4 = 810$

Abb. 1: Aufgabe Blattläuse

2. Erstellung eines Konstrukts „Oberflächlichkeit“

Das Konstrukt „Oberflächlichkeit“ (der Bearbeitung) basiert auf einer Synthese von aus der Literatur bekannten Bearbeitungsstrategien und Aufgabenmerkmalen, die als oberflächlich verstanden werden können. Gemäß der qualitativen Inhaltsanalyse wurden zum einen ausgehend von diesen theoretisch fundierten Elementen und zum anderen ausgehend von vorliegenden Bearbeitungsprozessen operationalisierte Kategorien gefunden, zusammengeführt und neu geordnet. Das gleiche Vorgehen lieferte mit den Fragen, was die theoretischen Elemente konkret für eine Aufgabe bedeuten und wann eine Aufgabe oberflächliche, richtige Bearbeitungselemente begünstigt, eine Operationalisierung für oberflächlich richtig lösbare Aufgaben.

3. „Oberflächlichkeit“ der Bearbeitung

Die bei diesem Prozess entstandenen Kategorien zur „Oberflächlichkeit“ einer Bearbeitung werden im Folgenden erläutert, theoretisch fundiert und in das Prozessmodell nach Reusser (1989) eingeordnet (vgl. Tabelle 1).

Tab. 1: Einordnung oberflächlicher Bearbeitungselemente in Reussers Prozessmodell

Reussers Prozessmodell (adaptiert)	Kategorien zur „Oberflächlichkeit“ einer Bearbeitung				
Problemtext	oberflächliches Leseverständnis				
Textverständnis					
Situationsverständnis		(kein mentales Modell)			
Aufbau mathematisches Modell	Assoziierung		Aus- druck der Un- reflek- tiertheit		
Verknüpfungs- struktur erstellen	Schlüsselwort	ober- flächli- che An- passun- gen / Zu- ordnun- gen		Wech- sel der Re- chen- opera- tionen	
	oberflächliches Verknüpfen				
	oberflächlicher Algorithmus				
Rechnen / Operieren					
Numerische Antwort	kein Sachbezug	Unrealistisches Ergebnis ohne Reflexion			
Situationsbezogene Antwort					
Beurteilen / Überprüfen	oberflächliche Begründungen				

Das *oberflächliche Leseverständnis* beschreibt das falsche oder ungenaue Lesen und Erfassen von Wörtern und Zusammenhängen (z. B. Prediger, 2015). Es lässt sich in Reussers Phasen Problemtext, Text- oder Situationsverständnis verorten. Eine *Assoziierung* von mathematischen Modellen zu Wörtern aus dem Text oder zum Kontext, lässt sich z. B. in der Aussage „Wochen. Das muss ich in Tage umrechnen.“ identifizieren; das Text- und Situationsverständnis werden dabei möglicherweise übersprungen.

Die Kategorie *Schlüsselwort* → *Rechenoperation* zeichnet sich durch das Überspringen mehrerer Phasen aus. Einzelne Wörter des Textes werden direkt in eine Verknüpfungsstruktur übersetzt. Dies ist erfolgreich, wenn die Wörter mit der auszuführenden Operation übereinstimmen (Konsistenz, vgl. z. B. Boonen et al., 2013). Das *oberflächliche Verknüpfen* beschreibt das (willkürliche) Kombinieren von (gegebenen) Zahlen, z. B. in der im Text gegebenen Reihenfolge (z. B. Verschaffel et al., 2000), und kann direkt aus dem Problemtext erfolgen, so dass die Phasen vor dem Erstellen der Verknüpfungsstruktur übersprungen werden können. Der *oberflächliche Algorithmus* ersetzt das verständige Erstellen der Verknüpfungsstruktur. Er beschreibt das Ausführen von bzw. Einsetzen in einen Algorithmus oder eine Formel, ohne den Sinn zu reflektieren (z. B. Stein et al., 1996). Dann wird etwa in einem Dreisatz immer in der linken Spalte eine 1 erzeugt, auch wenn dies mathematisch nicht sinnvoll ist. Der *Wechsel der Rechenoperationen*

beschreibt ein (unsystematisches) Ausprobieren, welche Operation die richtige sein könnte (z. B. ebd.). Der Wechsel kann dabei innerhalb des Erstellens der Verknüpfungsstruktur erfolgen, aber auch folgende Phasen einschließen. Ein Beispiel stellt die Aussage „Also $10 \cdot 3 \cdot 4$. Nee, $10^3 \cdot 4$. Oder $10 \cdot 3^4$?“ dar. Mit diesen Kategorien einher geht der *Ausdruck der Unreflektiertheit oder des Ausprobierens*, wie „Ich probiere das einfach mal aus.“. Somit ist diese Kategorie additiv zu den Phasen zwischen mathematischem Modell und numerischer Antwort zu finden.

Kategorien jenseits des Lesens und Erstellens einer Rechenoperation sind ein *Ergebnis ohne Sachbezug, unrealistische Ergebnisse ohne Reflexion, oberflächliche Anpassungen oder Zuordnungen*, wie „...=0,72. Also 7,2 Wochen.“, oder *oberflächliche Begründungen*, wie „Das Ergebnis hat eine Periode. Das muss falsch sein.“. Sie begründen sich durch in der Schule oft vorkommende „stereotype Aufgaben“, die sich, in gewissem Sinne rational, mit solchen Strategien lösen lassen (z. B. Reusser & Stebler, 1997).

Die Einschätzung der Gesamtbearbeitung basiert darauf, ob oberflächliche Elemente fehlen bzw. durch Reflexion korrigiert werden (nicht oberflächlich), ob sie nicht korrigiert werden, aber das Vorgehen auch nicht bestimmen (eher nicht oberflächlich), ob sie einen Ansatz bestimmen (eher oberflächlich) oder ob sie die Gesamtbearbeitung bestimmen (oberflächlich).

4. Oberflächlich richtig lösbare Aufgaben

Eine oberflächlich richtig lösbare Aufgabe begünstigt oberflächliche Bearbeitungselemente, die auch zur richtigen Lösung führen. Ein Aufgabenkriterium ermöglicht dabei ggf. mehrere oberflächliche Bearbeitungselemente.

Die *im Text gegebenen Zahlen* ermöglichen ein oberflächliches Vorgehen, wenn wenige Zahlen gegeben und somit die Verknüpfungsmöglichkeiten begrenzt sind, und wenn alle benötigten Zahlen (und nur diese) direkt im Text gegeben sind, womöglich gar in der Reihenfolge, in der sie in der Operation zu benutzen sind. Auch die *notwendigen Operationen* ermöglichen ein oberflächliches Vorgehen, wenn es sich um Standardoperationen handelt und diese ohne Reflexion auszuführen sind. Dies ist durch triviale Verknüpfungen, die Notwendigkeit der Reproduktion von Wissen oder des Anwendens von Algorithmen ohne ein notwendiges tieferes Verständnis oder die Reflexion von Gründen gegeben. Oberflächliche Vorgehensweisen werden auf der *sprachlichen Ebene* begünstigt, wenn eine Konsistenz im Text vorliegt (naheliegende Operationen, konsistente relationale Wörter, wegweisende Signalwörter). *Das Ergebnis* begünstigt ein oberflächliches Vorgehen, wenn es eindeutig als das richtige zu erkennen und stereotyp ist, also z. B. kaum Nachkommastellen aufweist und weder sehr klein noch sehr groß ist. Auch

der Sachkontext, die Aufgabenstruktur und (die Passung zum) Vorwissen können eine oberflächliche Herangehensweise begünstigen.

Die Blattläuse-Aufgabe lässt sich mit einigen oberflächlichen Bearbeitungsstrategien richtig lösen, die durch die Aufgabe begünstigt werden. Sie ist somit als oberflächlich richtig lösbar einzuschätzen. So kann bspw. vom Blattläuse-Kontext das exponentielle Wachstum assoziiert werden, die Zahlen aus dem Text können in der Reihenfolge ihres Auftretens in die Wachstumsformel eingesetzt und aus der Schlüsselkonstruktion „verdreifacht sich jede Woche“ auf die Verknüpfungsstruktur „ $\cdot 3^x$ “ geschlossen werden.

5. Fazit und Ausblick

Ein Konstrukt Oberflächlichkeit, das mit Reussers Prozessmodell kompatibel ist, lässt sich also theoretisch fundieren und operationalisieren. Dieses erlaubt die Analyse von Aufgaben und ihre Klassifikation nach oberflächlicher Lösbarkeit sowie die Analyse von Bearbeitungsprozessen und ihre Gesamtbewertung bezüglich Oberflächlichkeit. Hierauf aufbauende qualitative Analysen zeigen vielfältigere oberflächliche Bearbeitungsstrategien bei oberflächlich richtig lösbaren Aufgaben. Erste quantitative Betrachtungen bestätigen, dass vermutlich ein signifikanter Zusammenhang zwischen oberflächlichen Bearbeitungen und Sprachkompetenz besteht. Beides ist in den folgenden Schritten genauer zu klären.

Literatur

- Boonen, A. J. H., van Der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H. & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 271-279.
- Prediger, S. (2015). Wortfelder und Formulierungsvariation. Intelligente Spracharbeit ohne Erziehung zur Oberflächlichkeit. *Lernchancen*, 104, 10-14.
- Reusser, K. (1989). *Vom Text zur Situation zur Gleichung. Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben*. Habilitationsschrift Universität Bern.
- Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution - the social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.
- Schlager, S., Kaulvers, J. & Büchter, A. (2017). Effects of linguistic variations of word problems on the achievement in high stakes tests. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.