

Zur Konzeptualisierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen für den Elementarbereich

Mit der Einführung von Bildungsstandards wurden allgemeine mathematische Kompetenzen Anfang der 2000er Jahre eine zentrale Grundlage für den Mathematikunterricht aller Schulstufen und -formen in Deutschland. Während sie für die Grundschule in den Bildungsstandards (KMK 2004) klar gefasst sind, finden sich für den Elementarbereich unterschiedliche Terminologien und Konzeptualisierungen. Es lassen sich im Wesentlichen drei Ansätze ausmachen, die in diesem Beitrag kurz beschrieben und diskutiert werden sollen.

Ansatz 1: Eine (weitgehende) Übernahme der allgemeinen mathematischen Kompetenzen aus den Bildungsstandards für die Grundschule basiert auf der Annahme, dass die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, so wie in den Bildungsstandards formuliert, auch für den Elementarbereich passend sind (vgl. Selter & Wollring 2017). Explizit ausgeführt und durch konkrete Beispiele illustriert wird dies bei Benz, Peter-Koop & Grübing (2015, S. 321 ff.). Dort werden dieselben Bezeichnungen wie in den Bildungsstandards verwendet, jedoch zum Teil deutlich andere Tätigkeiten darunter subsumiert: Das Problemlösen wird sehr weit gefasst und steht letztlich für Kreativsein und das Entdecken neuer Lösungswege. In Bezug auf mathematisches Darstellen sind primär konkrete Handlungen mit Material (enaktive Darstellungen) und ikonische Darstellungen sowie sprachliche Beschreibungen von Bedeutung, während Übersetzungen in die symbolische und ausgehend von der symbolischen Darstellungsform eine untergeordnete Rolle spielen und eher dem schulischen Bereich zugeordnet werden. Als für den Kindergarten relevant erachtet werden insbesondere bildliche Darstellungen konkreter Objekte (z.B. Bauwerke). Beim mathematischen Modellieren erfolgt eine Umdeutung als „umgekehrtes“ Modellieren (ebd., S. 335), das die Veranschaulichung mathematischer Sachverhalte durch eine Handlung oder eine sprachliche Einkleidung veranschaulicht, wodurch es sich kaum vom Darstellen unterscheidet.

Während für diesen Ansatz die leichter herzustellende Anschlussfähigkeit an die Grundschule spricht, zeigen sich zwei Probleme: Es können nicht alle Kategorien der allgemeinen mathematischen Kompetenzen sinnvoll gefüllt werden, und die für die frühe mathematische Bildung typischen (pränumerischen) Tätigkeiten (wie Sortieren, Klassifizieren oder Ordnen) werden zu wenig betont, weil sie in den inhaltsbezogenen Leitideen, insbesondere Zahlen und Operationen, untergehen.

Ansatz 2: Eine andere Form der Konzeptualisierung findet sich bei Rathgeb-Schnierer (2012, 2015). Den Ausgangspunkt bilden die Beobachtung kindlicher Aktivitäten in alltäglichen Situationen sowie umfassende Materialanalysen. Hieraus werden „grundlegende mathematische Denk- und Handlungsweisen“ (Rathgeb-Schnierer 2012, S. 52) abgeleitet, die zwei Gemeinsamkeiten aufweisen: Sie sind unabhängig von bestimmten mathematischen Inhalten und sie „haben dasselbe grundlegende Ziel, nämlich eine ungeordnete, komplexe Ausgangssituation überschaubar zu machen“ (ebd., S. 52), und zwar durch die „Herstellung von Ordnung“ (ebd., S. 53). Für den Elementarbereich werden auf diese Weise drei mathematische Denk- und Handlungsweisen genannt (ebd., S. 52 ff.): Das Sortieren oder Klassifizieren im Sinne des konkreten oder auch mentalen Zusammenfassens nach einem oder mehreren Merkmalen, das Ordnen oder Seriieren im Sinne des konkreten oder auch mentalen Schaffens von Rangordnungen nach einem Ordnungsmerkmal und das Strukturieren im Sinne des Findens, Erfindens, Fortsetzens und Nutzens von Mustern.

Die Leitidee Muster und Strukturen der Bildungsstandards für die Grundschule (KMK 2004) taucht im Modell von Rathgeb-Schnierer (2015, S. 11) nicht explizit auf. Wenn man aber die Beschreibung der drei Tätigkeiten (Sortieren, Seriieren und Strukturieren) und die gegebenen Beispiele analysiert, lässt sich insbesondere das Strukturieren als themenunspezifische Tätigkeiten unter die Leitidee „Muster und Strukturen“ subsumieren (KMK 2004: strukturierte Zahldarstellungen verstehen und nutzen, Muster erkennen, beschreiben, fortsetzen, entwickeln, funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben), wohingegen Sortieren und Seriieren in Anlehnung an Piaget auch als pränumerische Tätigkeiten gesehen werden können. Dies zeigt aus einer anderen Perspektive, dass die Leitidee Muster und Strukturen zu Recht als Leitidee umstritten ist, weil sie quer zu den anderen Leitideen liegt. Was Rathgeb-Schnierer (2015) darstellt, ist letztlich ein Herauslösen dieser Leitidee, die damit als übergreifend dargestellt wird, und die konsequenterweise dann auch bei den Leitideen nicht aufgeführt wird.

Weiter führt Rathgeb-Schnierer (2015, S. 11 f.) auch allgemeine mathematische Kompetenzen an, die ebenfalls inhaltsübergreifend sind: Probleme lösen, kommunizieren, Ideen darstellen, argumentieren. Insgesamt nimmt Rathgeb-Schnierer (2015) damit eine Dreigliederung mathematischer Kompetenzen für den Elementarbereich vor: allgemeine mathematische Kompetenzen, mathematische Denk- und Handlungsweisen, die jeweils inhaltsübergreifend sind und beide als auf typisch mathematische Tätigkeiten bezogen eingeordnet werden können, sowie inhaltsbezogene Kompetenzen. Diese Dreigliederung verlässt formal das Modell der Bildungsstan-

dards, was im Hinblick auf die Anschlussfähigkeit nicht unkritisch erscheint, und die jeweiligen Dimensionen sind wenig trennscharf sind (was grundsätzlich auch schon für die Bildungsstandards gilt).

Ansatz 3: Diese Konzeptualisierung mathematischer Bildung, die nicht explizit für den Elementarbereich beschrieben wird, sondern ebenfalls eine Übernahme aus der Grundschule darstellt, gründet auf der Auffassung von „Mathematik als Wissenschaft von den (schönen) Mustern“ (Wittmann 2004, S. 51f; in Anlehnung an Devlin 1997). Mathematische Muster werden dabei nicht als etwas fest Gegebenes angesehen, das man nur betrachten und reproduzieren kann. Konstitutiv für Muster ist bei Wittmann (2003, S. 26) vielmehr, dass „man sie erforschen, fortsetzen, ausgestalten und selbst erzeugen kann“. Hinter den Mustern stehen also die damit verbundenen Tätigkeiten.

Während Muster und Strukturen in den Bildungsstandards für die Grundschule als eigenständige inhaltsbezogene Leitidee ausgewiesen ist, handelt es sich im Verständnis von Wittmann (2003; 2004) um ein übergreifendes fachliches Grundkonzept, bei dem es um die dahinter stehenden typisch mathematischen Tätigkeiten wie Ordnen, Strukturieren, Herstellen von Beziehungen, Erkennen, Beschreiben und Begründen von Zusammenhängen, Auffälligkeiten, Abhängigkeiten oder Regelmäßigkeiten geht (vgl. Selzer et al. 2017, S. 36). Diese Konzeptualisierung typisch mathematischer Tätigkeiten ist demnach deutlicher geprägt von einer bestimmten Auffassung vom Fach Mathematik.

Bei einer Konzeptualisierung allgemeiner mathematischer Kompetenzen über die Wissenschaft von den Mustern als übergreifendem fachlichen Grundkonzept besteht die Gefahr, dass die dahinterstehenden Tätigkeiten zwar von den Autoren mitgedacht, aber nicht explizit genannt und konkretisiert werden, wodurch sie bei der Rezeption untergehen können.

Fazit: Wenn man die drei unterschiedlichen Konzeptualisierungen chronologisch betrachtet, so scheint in den letzten Jahren eine zunehmende Tendenz zu bestehen, die Konzepte früher mathematischer Bildung auch explizit an den Bildungsstandards der Grundschule zu orientieren, zumindest im Hinblick auf die Gliederung und die Terminologie. Auch in den Publikationen einzelner Autoren kann diese Entwicklung verfolgt werden (Benz 2010; Benz et al. 2015; Rathgeb-Schnierer 2012; 2015). Ein zentrales Argument für die Orientierung an den Bildungsstandards ist die dadurch deutlich sichtbare Kohärenz der Bildungsangebote (so bei Benz et al. 2015, S. 324; vgl. auch Heinze & Grübing 2008). Möglicherweise spiegelt sich in dieser Tendenz auch wider, dass die mathematische Bildung im Elementarbereich mittlerweile etabliert ist, womit sie erstens offensiver vertreten

wird und zweitens sich auch die Frage der Anschlussfähigkeit deutlicher stellt, während zu Beginn der 2000er Jahre noch in vorsichtigerer Weise für die Einführung und Ausweitung mathematischer Bildung im Elementarbereich plädiert werden musste (exemplarisch Wittmann 2004, S. 49 f.), galt es doch damals, die negativen Erfahrungen einer einseitigen Fachorientierung des Mathematiklernens im Elementarbereich (Neue Mathematik in den 1960er und 1970er Jahren) zu überwinden und den daraus resultierenden Situationsansatz, im Zuge einer stärkeren Bildungsorientierung, zu verdrängen (Schuler 2013, S. 35 f.).

Literatur

- Benz, C. (2010). *Minis entdecken Mathematik*. Braunschweig: Westermann.
- Benz, C., Peter-Koop, A., Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Devlin, K. (1997). *Muster der Mathematik: Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur*. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- Heinze, A. & Grüßing, M. (2008). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.
- KMK – Kultusministerkonferenz (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004*. Online veröffentlicht unter http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf [15.01.2016]
- Rathgeb-Schnierer, E. (2012). Mathematische Bildung. In D. Kucharz (Hrsg.), *Elementarbildung* (S. 50–85). Weinheim: Beltz.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2015). Mathematische Bildung im Kindergarten. In B. Hauser, E. Rathgeb-Schnierer, R. Stebler & F. Vogt (Hrsg.), *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen* (S. 10–25). Seelze: Klett Kallmeyer.
- Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs*. Münster: Waxmann.
- Selter, C. et al. (2017). Einführung und Theoretischer Rahmen. In C. Benz et al. (Hrsg.), *Frühe mathematische Bildung – Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich* (S. 61–71). Opladen: Barbara Budrich.
- Selter, C. & Wollring, B. (2017). Prozessbezogene mathematische Kompetenzen. In C. Benz et al. (Hrsg.), *Frühe mathematische Bildung – Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich* (S. 33–42). Opladen: Barbara Budrich.
- Wittmann, E. C. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach auch für den Mathematikunterricht in der Grundschule? In M. Baum & H. Wielpütz (Hrsg.), *Mathematik in der Grundschule* (S. 18–46). Seelze: Kallmeyer.
- Wittmann, E. C. (2004). Design von Lernumgebungen zur mathematischen Frühförderung. In G. Faust et al. (Hrsg.), *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich* (S. 49–63). Klinkhardt: Bad Heilbrunn.