Anna-Christin SÖHLING, Köln

Zur Wirkungsweise von Hilfen beim Problemlösen

Einleitung

Typisch für das Lösen von Problemaufgaben ist, dass zunächst kein Lösungsweg zu Hand ist und der Lernende vor einer sog. Barriere steht (vgl. beispielsweise Duncker 1935, S. 1). Problemaufgaben stellen Schüler_innen vor ungewohnte Herausforderungen, wodurch die Lernenden oftmals auf Hilfestellungen durch die Lehrkraft angewiesen sind. Im Folgenden wird der Frage nachgegangen, wie genau durch die Lehrkraft vorbereitete Hilfestellungen Schüler_innen beim Problemlösen unterstützen können. Ein besseres Verständnis der „Wirkungsweisen" von Hilfestellungen beim Problemlösen kann Lehrkräften dabei helfen, Hilfestellungen in der Unterrichtsvorbereitung gezielt zu planen, sowie im Unterricht die Lernenden in ihren Problemlöseprozessen zu unterstützen.

Forschungsstand

Bereits Pólya (1949) hat in seiner Schule des Denkens Fragen entwickelt, die den Problemlöseprozess von Lernenden unterstützen sollen und die sich in der heutigen mathematikdidaktischen Forschung in den Definitionen und Beschreibungen von Heurismen wiederfinden (siehe z.B. Bruder & Collet 2011; Schreiber 2011). Um Lernende bei der Entwicklung von Problemlöseprozessen zu unterstützen werden Konzepte und Lehrgänge zur Schulung heuristischer Vorgehensweisen entwickelt. Doch neben der bewussten Schulung des Arbeitens mit Heurismen (Schoenfeld 1985; Koichu, Berman & Moore 2007) werden Problemlöseprozesse auch durch vorbereitete oder spontane Hilfestellungen durch die Lehrkraft unterstützt. Zech (2002) beschreibt diese Hilfestellungen und kategorisiert sie in Motivationshilfen, Rückmeldungshilfen, allgemein-strategische Hilfen, inhaltsorientierte strategische Hilfen und inhaltliche Hilfen (vgl. S. 316ff).

Aus der Forschung zum Problemlösen ist zudem bekannt, dass ein Problemlösen mithilfe von vorbereiteten Lösungsbeispielen und Hinweisen erfolgreich sein kann, besonders wenn die Lernenden sich aktiv mit den Lösungsbeispielen auseinandersetzen und Lösungsschritte erklären sollen (vgl. Atkinson, Derry, Renkl & Wortham 2000; Renkl 2002; Stark 2000; Ambrus & Rott 2017). Während die genannten Arbeiten vor allem die positiven Effekte von Hilfestellungen beim Problemlösen beschreiben, bieten sie noch keine Erklärung dafür, wie genau sich die positiven Effekte des Nutzens von Hilfen erklären lassen. Daher wird im Folgenden der Fokus auf die folgende Frage gelegt: Wie kann der Einsatz von Hilfestellungen den Lernenden im

Problemlöseprozess den Lernenden helfen und wie lässt die Wirksamkeit einer Hilfe erklären?

Im Folgenden wird das Problemlösen unter der Perspektive logisch-philosophischer Rekonstruktionen betrachtet, wodurch sich diese Fragestellungen weiter ausschärfen lassen.

Logisch-philosophische Perspektive auf Problemlösen

Das Untersuchen von Lernprozessen beim Mathematiklernen mithilfe philosophisch-logischer Schlussformen wurde von Meyer & Voigt in Anlehnung an das Begriffsnetz aus Abduktion, Deduktion und Induktion nach Peirce (1903) in die Mathematikdidaktik eingeführt und seither fruchtbar genutzt, um die Begriffe des Entdeckens, Begründens, Prüfens, Problemlösens und der Begriffsbildung auszuschärfen (z. B. Meyer 2007; Meyer & Voigt 2009; Söhling 2017).

Für das Problemlösen ist das Generieren von neuen Hypothesen charakteristisch, welches durch die philosophisch-logische Schlussform der Abduktion[1] beschrieben werden kann (vgl. Söhling 2017). Im Gegensatz zu deduktiven Schlüssen, bei denen bekannte Gesetzmäßigkeiten auf konkrete Fälle angewendet werden, um zu einem Resultat zu kommen, beschreibt die Abduktion das Aufstellen von Hypothesen zu möglicherweise geltenden Gesetzmäßigkeiten, die beim Lösen einer Problemaufgabe hilfreich sein können.

Studie

Wenn für ein erfolgreiches Problemlösen das Vollziehen abduktiver Schlüsse notwendig ist, stellt sich die Frage, ob und wie durch Hilfestellungen abduktive Schlüsse vorbereitet oder nahegelegt werden (können). Um dies näher zu untersuchen wurden 33 Schüler_innen der 3.-8.Klasse beim Lösen von Problemaufgaben in Einzel-, Paar- oder Gruppeninterviews bei Bedarf vorbereitete Hilfestellungen durch Lehramtsstudierende gegeben. Die Studierenden waren mit der Taxonomie der Hilfen sowie mit Heurismen vertraut. Die Interviews wurden transkribiert und nach der Methode der objektiven Hermeneutik, wie Voigt (1984) sie für die Mathematikdidaktik nutzbar gemacht hat, interpretiert und in Hinblick auf die logisch-philosophischen Schlussformen analysiert. In den Analysen wurde im Sinne des Begriffs der latenten Sinnstruktur nach Oevermann (1979) zunächst herausgearbeitet, welche Wirkung der jeweiligen Hilfen denkbar wäre, also wie genau der Einsatz der jeweiligen Hilfe den Problemlöseprozess beeinflussen

[1] In der Problemlöseforschung mag dies mit dem Begriff der Induktion nach Pólya in Verbindung gebracht werden (eine ausführlichere Abgrenzung des Begriffs der Abduktion nach Peirce und dem Begriff der Induktion nach Pólya findet sich bei Söhling (2017, S. 107f).

könnte. Außerdem wurde gefragt, welche Erkenntnisse seitens des Lernenden dafür entscheidend sind, sinnvoll mit der jeweiligen Hilfe arbeiten zu können. Im Anschluss daran wurden die Lösungswege der Lernenden analysiert und die Rolle der jeweiligen Hilfestellung mithilfe der logisch-philosophischen Schlussformen beschrieben.

Erste Ergebnisse der Studie

Das Geben einer Hilfestellung kann den Problemlöser dazu auffordern, zu überlegen, wie genau die Hilfestellung hilfreich beim Lösen der Aufgabe sein kann. Kommt der Problemlöser zu einer Idee, wie die Hilfestellung nutzbar gemacht werden kann, lässt sich dies i.d.R. in den Fallanalysen als abduktiver Schluss darstellen lässt. Dabei ist es sowohl möglich, dass bereits erkannt wird, wie durch das Arbeiten mit der Hilfestellung die Lösung erzielt werden kann, als auch, dass mit der Hilfestellung zunächst gearbeitet wird, ohne dass der Nutzen für das Erreichen der Lösung schon klar ist.

Wird ein unvollständiger Lösungsansatz als Hilfestellung gegeben, kann bereits das Nachvollziehen der Hilfestellung auf Zusammenhänge deuten, die auch bei einem späteren Lösen genutzt werden können. Dabei mag es latent für die Problemlöser bleiben, dass die beim Nachvollziehen genutzen Zusammenhänge bei einem späteren Lösungsversuch ebenfalls genutzt werden können. Hier ist sowohl möglich, dass der unvollständige Lösungsansatz mathematische Gesetzmäßigkeiten vorgibt, die dann nur noch deduktiv angewendet werden müssen (Hilfestellung als „unfertige“ Deduktion), als auch, dass durch den unvollständigen Lösungsansatz die Einsicht in mathematische Zusammenhänge nahegelegt wird, diese aber noch abduktiv erschlossen werden müssen (Hilfestellung als Vorbereitung von Abduktionen). Auch wenn nach dem Nachvollziehen der Hilfe keine Lösungsidee entwickelt wird, kann die Hilfestellung dazu beitragen, dass die mathematischen Zusammenhänge der Aufgabenstellung leichter realisiert und genutzt werden können. Hier dient die Hilfestellung also vor allem dazu, mit den mathematischen Zusammenhängen aus der Aufgabenstellungen vertraut zu werden.

In den Analysen zeigt sich zudem, dass die Stärke einer Hilfestellung nicht nur davon abhängt, ob nach Zech (2002) allgemein-strategisch, inhaltsorientiert strategisch oder rein inhaltsorientiert geholfen wird. Wichtiger für die Einschätzung der Stärke einer Hilfe scheint die Analyse zu sein, welcher abduktive Schluss notwendig ist, um die Hilfestellung erfolgreich nutzen zu können und wie naheliegend dieser Schluss durch die Hilfestellung bereits ist.

Für die Planung von Hilfestellungen kann es also hilfreich sein, zu überlegen, welche Erkenntnisse und Einsichten ein Lernender haben muss, um die

Hilfe erfolgreich nutzen zu können und wie naheliegend es wohl ist, dass ein Lernender zu diesen Erkenntnissen und Einsichten kommt.

Literatur

Ambrus, G. & Rott, B. (2017). Hilfestellungen beim Problemlösen in Form von „Lösungsbildern“. mathematica didactica, 40, 1-18. Verfügbar unter: http://www.mathematica-didactica.com/altejahrgaenge/md_2017/md_2017_Ambrus_Rott_Bilder.pdf [15.12.2017]

Atkinson, R., Derry, S., Renkl, A. & Wortham, D. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research. Review of Educational Research, 70(2), 181–214.

Bruder, R. & Collet, C. (2011). Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Duncker, K. (1935). Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin: Julius Springer.

Koichu, B., Berman, A. & Moore, M. (2007). Heuristic literacy development and its relation to mathematical achievements of middle school students. Instructional Science, 35, 99–139.

Meyer, M. (2007). Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument. Dissertation. Hildesheim: Franzbecker.

Meyer, M. & Voigt, J. (2009). Entdecken, Prüfen und Begründen. Gestaltung von Aufgaben zur Erarbeitung mathematischer Sätze. mathematica didactica, (32), 31–66.

Oevermann, U., Allert, T., Konau, E. & Krambeck, J. (1979). Die Methodologie einer 'objektiven Hermeneutik' und ihre allgemeine forschungslogische Bedeutung in den Sozialwissenschaften. In H.-G. Soeffner (Hrsg.), Interpretative Verfahren in den Sozial- und Textwissenschaften (S. 352–433). Stuttgart: Metzler.

Peirce, C.S. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, (Band 1-6. C. Hartshorne & P. Weiß (Hrsg.), 1931-35; Band 7-8 A.W. Burks (Hrsg.), 1985), Cambridge: Harvard University Press.

Pólya, G. (1949; 2010). Schule des Denkens. Tübingen: Francke.

Renkl, A. (2002). Worked-out examples: instructional explanations support learning by self-explanations. Learning and Instruction, 12, 529–556.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

Schreiber, A. (2011). Begriffsbestimmungen. Aufsätze zur Heuristik und Logik mathematischer Begriffsbildung. Berlin: Logos Verlag.

Stark, R.; Gruber, H.; Renkl, A. & Mandl, H. (2000). Instruktionale Effekte einer kombinierten Lernmethode – Zahlt sich die Kombination von Lösungsbeispielen und Problemlöseaufgaben aus? Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 14(4), 206–218.

Söhling, A.-C. (2017). Problemlösen und Mathematiklernen – Zur Rolle des Probierens und des Irrtums. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Voigt, J. (1984). Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht: Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen. Weinheim: Beltz.

Zech, F. (2002). Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. Weinheim und Basel: Beltz.