

Daniel SOMMERHOFF, München, Esther BRUNNER, Kreuzlingen & Eva MÜLLER-HILL, Rostock

## **Mathematisches Argumentieren und Beweisen von der Primarstufe bis zur Hochschule**

Argumentieren ist eine zentrale mathematische Aktivität und bildet das Fundament für Mathematik als beweisende Wissenschaft. Entsprechend stellt Argumentationsfähigkeit ein zentrales Ziel der mathematischen Ausbildung dar, welches vielfach betont wird und curricular verankert ist: Bereits in der Primarstufe können argumentative Prozesse mit Aufgabenstellungen und Materialien angeregt, begleitet und unterstützt werden. In der Sekundarstufe wird mathematisches Argumentieren systematisiert, an einen allgemeinen Gültigkeitsanspruch sowie sprachliche und begriffliche Exaktheit gekoppelt und mit Beweisen verknüpft. An der Hochschule wird mathematisches Argumentieren und Beweisen schließlich als wissenschaftliche Methode, beispielsweise zur Rechtfertigung und Verifikation von Aussagen betrieben.

Entsprechend wird mathematische Argumentationsfähigkeit zwar in allen drei Bildungsstufen erforscht, entsprechende mathematikdidaktische Forschung steht jedoch bis dato oft unverbunden nebeneinander. Dies ist aus theoretischer Sicht unbefriedigend: Die Möglichkeit einer stufenübergreifenden Beschreibung bzw. des kumulativen Aufbaus einer didaktischen Konzeptualisierung mathematischen Argumentierens, etwa als Voraussetzung für eine zielgerichtete und kohärente Förderung über die drei Bildungsstufen hinweg, kann so kaum untersucht und geprüft werden.

An diesem Punkt setzte das Mini-Symposium an, welches Forschungsbeiträge aus allen drei Stufen umfasste, um verschiedene Perspektiven und Ergebnisse zusammenzubringen und zu kontrastieren. Dabei standen qualitative und quantitative Analysen und Studien im Vordergrund, welche auf argumentative Prozesse in den jeweiligen Bildungsstufen ausgelegt waren. So betrachtete ein Beitrag, inwieweit mathematische Anschauungsmittel von ErstklässlerInnen beim Argumentieren verwendet werden und welche förderlichen und limitierenden Faktoren deren Einsatz mit sich bringt.

Daran anknüpfend setzten sich zwei Beiträge mit argumentativen Prozessen in der Sekundarstufe auseinander, wobei hier jeweils eine detaillierte Analyse der Argumentationsstrukturen und Schlussweisen sowie der verwendeten sprachlichen und instrumentellen Mittel im Vordergrund standen. Anschließend wurden Ergebnisse einer Interviewstudie mit Lehrkräften präsentiert, welche den Stellenwert von Argumentieren im Bereich der schulischen

Analysis beleuchteten. Diese zeigten insbesondere, dass mathematisches Argumentieren im Bereich der Analysis eher selten, und eher einseitig von den Lehrpersonen aus, Eingang in den Regelunterricht erhält.

Der umfangreichste Block des Mini-Symposiums setzte sich mit dem mathematischen Argumentieren und Beweisen in der Hochschule auseinander. Der Fokus lag dabei nicht, wie dies traditionell üblich ist, auf dem Konstruieren, sondern auf dem Validieren und Verstehen von Beweisen. Gerade im Zusammenspiel der Vorträge wurde dabei sichtbar, dass die konzeptuelle Beschreibung der verschiedenen Aktivitäten bisher noch wenig befriedigend ist und künftig einer deutlichen Schärfung und Differenzierung bedarf. So ist beispielsweise unklar, inwiefern das Validieren von Beweisen als Subprozess des Konstruierens von Beweisen gesehen werden kann bzw. sollte.

Ziel der Sektion war es, Forschung im Bereich des mathematischen Argumentierens aus den verschiedenen Bildungsstufen zusammenzubringen und einen Austausch zwischen den verschiedenen Forschungsansätzen anzuregen. Durch die Zusammenschau der verschiedenen Ansätze und Forschungsfelder wurden dabei vor allem konzeptuelle Unterschiede offenbar, welche durch stufenübergreifende mathematikdidaktische Forschung berücksichtigt, thematisiert und mit denen produktiv umgegangen werden sollte.

### **Vorträge im Minisymposium**

Lindmeier, A., Brunner, E., Grüßing, M. & Heinze, A.: Mathematisches Argumentieren im Kindergarten (MAiK): Erkenntnisse zu Kompetenzen bei fünfjährigen Kindern

Brunner, E., Lampart, J. & Rüdüsüli, J.: Mathematisches Argumentieren im Kindergarten fördern lernen: Erste Erkenntnisse zur Entwicklung der Lehrpersonen

Welsing, F.: Grundschulkindern argumentieren mit Anschauungsmitteln – Epistemologisch orientierte Analyse von Argumentationsprozessen im Kontext anschaulich dargestellter struktureller Zahleigenschaften

Müller-Hill, E.: Hypothesengenerierung mittels operativer Invarianten unter dem instrumentellen Ansatz – die Rolle der Aufzeichnungen

Hein, K.: Deduktives Schließen lernen in Klasse 8-12 – Ein Entwicklungsforschungsprojekt zur Spezifizierung und Förderung notwendiger logischer Strukturen und sprachlicher Mittel

Scheffler, S.: Mathematisch Argumentieren im Analysisunterricht

Sommerhoff, D. & Ufer, S.: Was macht mathematische Beweise aus? Akzeptanzkriterien von Beweisen in der universitären Lehre

Füllgrabe, F. & Eichler, A.: Beweisakzeptanz bei Studierenden des Lehramts

Neuhaus, S. & Rach, S.: Beweisverständnis in der Studieneingangsphase – Konzeptualisierung und erste Ergebnisse

Kirsten, K.: Validieren im Beweisprozess – Verschiedene Formen des Validierens und ihre Relevanz für studentische Beweiskonstruktionen