

Susanne SPIES, Siegen

Kategorien bereichsspezifischer Auffassungen von Schulanalysis als stoffdidaktische Untersuchungsperspektive

Im Rahmen eines empirischen Forschungsprojektes wurden bereichsspezifische Auffassungen (domain-specific beliefs) zur Schulanalysis von Abiturienten mittels Assoziationen zu Schlüsselbegriffen der Schulanalysis erhoben (Witzke & Spies, 2016). Dabei bieten nicht nur die Ergebnisse Anlass zu weiterer Forschung (vgl. z.B. Spies & Witzke (2017) und Spies & Witzke (2018)), vielmehr zeigte sich auch das im Rahmen der Auswertung der halboffenen Fragebögen entstandene Kategoriensystem als geeignetes Instrument für die weitere stoffdidaktische Untersuchung. Dies soll im Folgenden skizziert werden.

Das Kategoriensystem

Zur Auswertung mittels theoriegeleitet vorgehender qualitativer Inhaltsanalyse (Mayring, 2010) wurden zunächst zwei als klassisch anzusehende Kategoriensysteme der Forschung zu Auffassungen zur Mathematik im Allgemeinen herangezogen: zum einen die Kategorien zur Beschreibung des Mathematischen Weltbildes nach Grigutsch, Raatz & Törner (1998) (Formalismusaspekt, Prozessaspekt, Schemaaspekt und Anwendungsaspekt), die in erster Linie mathematische Handlungsweisen und die Motivation zum mathematischen Handeln als Auffassungsobjekte beschreiben. Diese wurden ergänzt durch die Kategorien zur Charakterisierung von "belief-systems" nach Schönfeld (1989) in der weiteren Ausdeutung nach Burscheid & Struve (2010) (empirisch-gegenständliche Orientierung vs. formalistische Orientierung), deren Auffassungsgegenstände die ontologische Bindung der mathematischen Gegenstände und daraus folgenden Begründungsmuster sind. Auf diese Weise können auch bereichsspezifische Auffassungen *differenziert nach verschiedenen relevanten Betrachtungsebenen* untersucht werden. Nach der Durchsicht eines Teils der empirischen Daten wurden die Kategorien einer induktiven Revision unterzogen. Dies führte einerseits zur *Verschränkung* der deduktiv gewonnenen Kategorien. So konnte beispielsweise nicht klar zwischen Formalismusaspekt und formalistischer Orientierung unterschieden werden. Jedoch stellte sich in diesem Zusammenhang heraus, dass einerseits bei einigen Teilnehmern ein starker Fokus auf begrifflicher Präzision lag, andererseits und davon klar unterscheidbar logisch-strukturelle Zusammenhänge im Vordergrund standen. Dies führte zur Auflösung der theoriegeleiteten und zur Konstruktion zweier neuer Kategorien. An diesem Beispiel zeigt sich darüber hinaus, dass sich die neu entstandenen Kategorien an den von den Lernenden real ge-

zeigten Auffassungen orientieren und damit auch von einer theoretisch zunächst plausiblen Unterscheidung abweichen können. Diese *Lernendenperspektive* der entstandenen Kategorien zeigt sich auch in der neu hinzu gekommenen Kategorie der Symbolorientierung, also der direkten Assoziation von Schlüsselbegriffen und dem dazugehörigen Standardsymbol; einem Aspekt, der in den theoriebasierten Kategorien allenfalls implizit mitgedacht ist, sich von diesen aber klar unterscheidet. Diese Ergebnisse der induktiven Revision lassen weiterhin bereits im Kategoriensystem angelegt eine *Spezifizierung auf die Schulanalyse* erkennen. So ist mindestens zu vermuten, dass etwa die Symbolorientierung oder auch die Logisch-strukturelle Orientierung bei einer Untersuchung zu anderen Disziplinen nicht als eigenständige Kategorien entstanden wären.

Mit der Unterscheidung in die Kategorien *Schemaorientierung*, *Logisch-strukturelle Orientierung*, *Formal-begriffliche Orientierung*, *Anwendungsorientierung*, *empirisch-gegenständliche Orientierung*, *Symbolorientierung* und *Prozessorientierung* entstand ein System, das über die Auswertung der empirischen Daten hinaus zur systematischen und differenzierten Untersuchung von Gegenständen der (Schul-)Analysis ausgehend von der Lernendenperspektive geeignet erscheint.

Exemplarische Anwendung

Eine erste Spezifikation der Kategorien am Beispiel der Ableitungsfunktion findet sich bereits in Witzke & Spies (2016). Ähnelt diese Beschreibung der verschiedenen Aspekte eines ausgewählten Gegenstandes auch den Ergebnissen einer ausführlichen Sachanalyse – wenn auch mit dem Unterschied, dass nicht der Gegenstand die Kategorien vorgibt, sondern die Rezipienten - so zeigt sich die besondere Stärke des Ansatzes insbesondere bei der Beschreibung von Fällen, die sich nur auf den ersten Blick als eindeutig kategorisierbar darstellen. Einen solchen Beispielkomplex stellt der Zugang zur Ableitung über Profilkurven und Steigungsprobleme dar. Als klassische Beispiele seien hier etwa die Frage nach der Steigung eines Skihangs oder das eine Skisprungschanze erklimmende Auto genannt. Die in diesem Zusammenhang behandelten Probleme kommen auf den ersten Blick als Anwendung der Ableitung in der Interpretation als lokale Linearisierung daher. Damit sind sie der Anwendungsorientierung zu zuordnen. Auf den zweiten Blick zeigt sich jedoch, dass häufig nicht etwa die Situation mit Hilfe einer passenden Funktion modelliert wird, um dann mit Hilfe von Analysis und Algebra Punkte mit einer bestimmten Steigung zu bestimmen und dies entsprechend zu interpretieren. Vielmehr wird direkt am gegebenen Profil argumentiert. Das real bzw. als Zeichnung oder Foto vorliegende Gelände generiert gleichsam die Kurve, an der (graphisch) die

Steigung bestimmt wird. Sie wird somit direkt zum empirisch gegebenen Gegenstand der Untersuchung, was wiederum ein starkes Indiz für eine empirisch-gegenständliche Orientierung darstellt. Dieser differenziertere Blick wird allererst durch das Einbeziehen der verschiedenen Auffassungsebenen ermöglicht bzw. systematisch herbeigeführt.

Ähnliche verschiedene Deutungsmöglichkeiten zeigen sich etwa bei der Verwendung von ergänzenden Grafiken. Erfüllen diese die Funktion einer unterstützenden Visualisierung etwa einer Definition oder eines mathematischen Satzes, so wäre dies als logisch-strukturelle Orientierung einzuordnen, insbesondere dann, wenn dadurch die Beziehung zwischen geometrischer Deutung und beispielsweise dem Aspekt der Änderungsrate verdeutlicht wird. Dabei kann es jedoch je nach Umgang auch dazu kommen, dass die Grafik selbst zum Gegenstand der Untersuchung und zur Argumentationsbasis wird, was wiederum auf eine empirisch-gegenständliche Orientierung hindeutet. So kann beispielsweise der Unterschied zwischen den Motiven von Lehrkräften und den daraus resultierenden Auffassungen ihrer Schüler beschrieben werden.

Stoffdidaktische Tragweite und Ausblick

Die Entstehung der Kategorien verweist bereits darauf, inwiefern dieser Ansatz vom Vorgehen und der Motivation klassischer Ansätze abweicht. So handelt es sich gerade nicht um eine Analyse vom Gegenstand und seiner Rezeption aus, wie man Sie etwa in der klassischen Sachanalyse (vgl. etwa Blum & Törner (1983)) oder auch bei der Beschreibung von Grundvorstellungen zu den zentralen Gegenständen (vgl. Greefrath u.a. (2016)) findet. Auch liefern die Kategorien zunächst eine Beschreibungsgrundlage, lassen so aber keine bildungstheoretisch begründete Wertung zu (vgl. z.B. Danckwerts & Vogel (2006) unter Rückgriff auf das Wintersche Konzept). Als deskriptiver Ansatz unterscheidet sich das beschriebene Vorgehen auch von David Talls (2013) Vorgehen, der zwar ähnliche Kategorien vorschlägt, hier aber eine entwicklungspsychologische Reihung mitdenkt. Im Gegensatz zu den genannten Ansätzen lässt das vorgestellte Kategoriensystem zunächst keine direkte konstruktive Wendung zu. Dennoch zeigt insbesondere die oben skizzierte Anwendung auf eher uneindeutige Fälle, dass die angebotene Analyse aus der Lernendenperspektive durch die Einbeziehung verschiedener Auffassungsebenen zu einem umfassenden Beschreibungsinstrument werden kann, das selbstverständlich Rückbezüge zu den genannten bekannten Ansätzen zulässt. So kann das bezogen auf unsere Daten vollständige analysisspezifische Kategoriensystem als Erweiterung der bisherigen stoffdidaktischen Diskussion aus der Lernendenperspektive gesehen werden.

Auf der Grundlage der hier skizzierten Kategorien ist zunächst eine weitergehende reflektierte Beschreibung von Gegenständen und Materialien der Schulanalyse möglich. Insbesondere versprechen systematisch Schulbuchanalysen und auch die Untersuchung historischen Materials aufschlussreiche Ergebnisse. Wie die obigen Beispiele bereits zeigen, liegt ein Schwerpunkt dabei im präzisen Ausweisen möglicherweise problematischer Konstellationen, was wiederum einen erklärenden Rückbezug zu den empirischen Ergebnissen ermöglicht.

Literatur

- Blum, W. & Törner, G. (1983). *Didaktik der Analysis*. Göttingen.
- Burscheid, H. J. & Struve, H. (2010). *Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen*. Hildesheim: Franzbecker.
- Dankwerts, R. & Vogel, D. (2006). *Analysis verständlich unterrichten*. Heidelberg: Spektrum.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H., Ulm, V. & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis*. Berlin & Heidelberg: Springer.
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(1), 3-45.
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse*. Grundlagen und Techniken. Weinheim & Basel: Beltz.
- Schoenfeld, Alan H. (1989). Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 338-355.
- Spies, S. & Witzke, I. (2017). Domain-Specific Beliefs zur Analysis von Lehrkräften. In: U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*, (S. 292-232). Münster: WTM-Verlag.
- Spies, S. & Witzke, I. (2018). Making Domain specific beliefs explicit for prospective teachers – an example of using original sources. Erscheint in: Clark, K.M. u.a. (Hrsg.). *Mathematics, Education and History – Towards a Harmonious Partnership*. Wiesbaden: Springer.
- Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically*. New York: Cambridge University Press.
- Witzke, I. & Spies, S. (2016). Domain-Specific Beliefs of School Calculus. In: *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(1), 131-161.