

Teufelskreis Natural Number Bias – Primarstufenstudierende im Fokus

Das Verständnis der rationalen Zahlen ist zentral in der Sekundarstufe 1, das sich nicht zuletzt in Grundvorstellung, Grundwissen und Grundfertigkeiten äußert. Der erste Kontakt mit rationalen Zahlen (in Bruch- oder Dezimaldarstellung) erfolgt aber bereits häufig in der Primarstufe. Siegler et al. (2012) konnten zeigen, dass das Wissen über Brüche und Division von PrimarschülerInnen ein guter Prädiktor für deren weiteren schulischen Erfolg im Mathematikunterricht ist, dass also diese erste Zahlbereichserweiterung grundsätzliche Verständnishürden aufzeigt. Prediger (2014) bezeichnet diese Hürden als notwendigen Lernschritt und empfiehlt diese *epistemologischen Denkhürden* explizit aufzugreifen und als Lernanlässe zu sehen. Diese Hürden zeichnen sich häufig durch systematische Fehlvorstellungen aus, die von „die Multiplikation vergrößert immer“ bis hin zu einer Übertragung der Nachfolgereigenschaft reicht.

Stand vor dieser Studie

Im Bereich der Instruktionspsychologie wird diesbezüglich seit gut 10 Jahren verstärkt der sogenannte *Natural Number Bias* (NNB) untersucht. Ni & Zhou (2005, S. 28) prägten den Begriff mit dem Zitat: „The whole number bias thus refers to a robust tendency to use the single-unit counting scheme to interpret instructional data on fractions.“ Die Special Interest Group (SIG) 03 – Conceptual Change der EARLI beschäftigt sich seit einigen Jahren mit der Entwicklung des Verständnisses der rationalen Zahlen.

In der Forschungsgruppe rund um Jo van Hoof, Lieven Verschaffel und Wim van Dooren wurden in mehreren Arbeiten die Entwicklung des NNB über die gesamte Sekundarstufe hinweg untersucht (2015; 2017). Dabei wurden erstmals die drei Aspekte *Größe, Operationen, Dichte* in Bruch- und Dezimaldarstellung gemeinsam untersucht. Die Feststellung eines NNB erfolgte durch die Gegenüberstellung der Korrektheit sogenannter inkongruenter Aufgaben, das sind Aufgaben bei denen die Übertragung von Eigenschaften natürlicher Zahlen auf rationale Zahlen zu einem Fehler führt, mit jener von kongruenten Aufgaben. In der Längsschnittstudie wurden SchülerInnen der 4., 6., 8., 10. und 12. Schulstufe getestet. Für diese Untersuchung wurde der *Rational Number Sense Test* (RNST) entwickelt und validiert (Van Hoof, Janssen, Verschaffel, & Van Dooren, 2015). Tabelle 1 zeigt zu jedem der drei Aspekte eine inkongruente und eine kongruente Aufgabe aus dem RNST (Übersetzung durch die Autoren, hier verkürzt abgedruckt).

Tab. 1: Inkongruente und kongruente Aufgaben zu den drei Aspekten Größe, Operationen, Dichte.

	Größe	Operationen	Dichte
inkongruent	Ordne die 4 Zahlen der Größe nach: $\frac{5}{6}$, 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{3}$	Welche Zahl ist gesucht? $0.36 - 0.2 = \dots$	Wie viele Zahlen liegen zwischen 1.9 und 1.40?
kongruent	Welche Zahl ist größer? 4.4 oder 4.50	Glaubst du, dass $50 \cdot \frac{3}{2}$ größer oder kleiner als 50 ist?	Gib eine Zahl zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$ an.

Vorschläge für einen schulischen Unterricht, der die bisher genannten Befunde berücksichtigt, finden sich zum Beispiel in der Konzeption des Lehrwerks Mathewerkstatt 6. Dort wird unter der Frage „Wie kann ich Ergebnisse fair vergleichen?“ ermöglicht, kontextorientiert der Vergleichsaussage: „4 von 6 ist besser als 5 von 10“ zu begegnen (Barzel, Hußmann, Leuders, & Prediger, 2013, S. 93) und dadurch einem NNB vorzubeugen.

Fragestellung und Zielsetzung

Bisher wurde die Zielgruppe der zukünftigen Primarstufenlehrpersonen hinsichtlich des NNB noch nicht untersucht. Die bisherigen Forschungsergebnisse zum NNB legen nahe, dass auch Primarstufenstudierende einen NNB aufweisen. Aufgrund der Schlüsselrolle der Primarstufenlehrpersonen in der Vorbereitung des Verständnisses der rationalen Zahlen am Ende der Primarstufe, ist eine gezielte fachliche Ausbildung notwendig, andernfalls werden Defizite aus der schulischen Ausbildung wieder in die Ausbildung eingeschleust. Ohne einen Überblick über deren aktuelle Fähigkeit im Hinblick auf das Lösen einfacher Aufgaben zu rationalen Zahlen zu haben, erscheint eine nachhaltige Ausbildung schwierig. Aus diesem Grund interessiert uns folgende Frage:

„Inwieweit zeigt sich ein NNB bei Primarstufenstudierenden im Verbund LEHRERiNNENBILDUNG WEST (Österreich) vor Beginn der fachlichen Ausbildung zu rationalen Zahlen und welche Implikationen für die folgende fachliche Ausbildung ergeben sich daraus?“

Methodik

Im Verbund LEHRERiNNENBILDUNG WEST (Österreich) werden an den drei pädagogischen Hochschulen (Feldkirch, Innsbruck und Stams) Primarstufenstudierende ausgebildet. Im Sommersemester 2017 wurde eine Vollerhebung dieser Studierenden des 2. und beginnenden 4. Semesters durchgeführt.

Für die Erhebung mittels einer Web-App (dimma.at) wurden aus dem RNST-Aufgabenpool 83 Aufgaben ausgewählt, die auch bei Van Hoof et al.

(2015) zur Erhebung des NNB herangezogen wurden. Zudem wurden einige demographische Daten erhoben. Um die Studierenden mit der Web-App vertraut zu machen und die Eingabemodalitäten zu klären, wurde ein Testset (Code: 3syj4z) eingesetzt. Für die Bearbeitung des Fragensets am Laptop, PC, Tablet oder Smartphone standen mindestens 90 Minuten zur Verfügung.

Neben der Korrektheit der 83 Aufgaben wurden die Bearbeitungszeiten und alle Eingaben aufgezeichnet. Die Studierenden erhielten nach Abschluss des Fragensets eine Rückmeldung über die korrekt gelösten Aufgaben. Diese Information stand den Lehrenden der nachfolgenden fachlichen Lehrveranstaltung zur Verfügung.

Mittels Cluster-Analyse werden Profile von Studierenden identifiziert, um potentielle Ursachen und die Ausprägung des NNB näher zu untersuchen.

Ergebnisse

An den drei Standorten behandelten 318 Primarstufenstudierende (32 davon Männer) das Fragenset. Der Anteil korrekt gelöster Aufgaben liegt zwischen 36.1% und 100% und beträgt im Durchschnitt 78.8%; die Bearbeitungszeit in Minuten reicht von 13 bis 131 und liegt im Durchschnitt bei 29.

Mittels Cluster-Analyse wurden vier Cluster identifiziert (C1 bis C4) bestehend aus 82, 177, 37, 22 Studierenden. Abbildung 1 zeigt den Anteil korrekt gelöster Aufgaben hinsichtlich der Kongruenz und der Aspekte nach den vier Clustern.

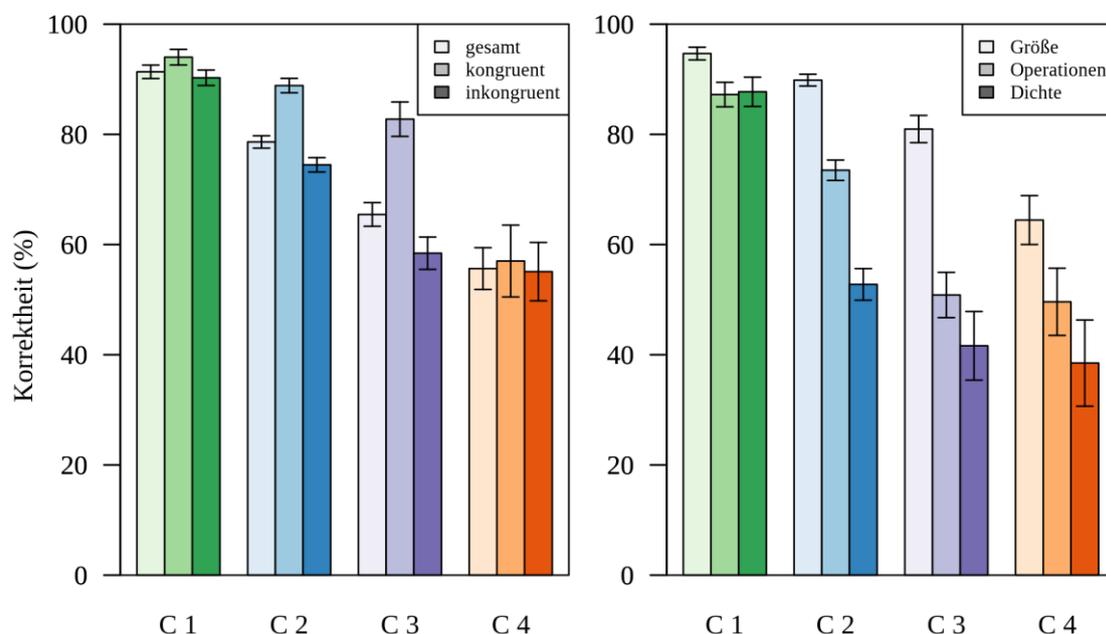


Abb. 1: Anteil korrekt gelöster Aufgaben in den vier Clustern nach Kongruenz (links) und Aspekt (rechts).

Diskussion

Die erhobenen Bearbeitungszeiten und Korrektheit erlaubten die Identifikation von vier Clustern. Diesen Clustern lassen sich in einer ersten Analyse folgende Profile in Bezug auf den NNB und den drei Aspekten zuordnen: Leistungsstarke (C1) und leistungsschwache (C4) Studierende, die keine ausgeprägte Affinität zu einem NNB zeigen. Ihre Leistungen zeigen qualitativ keine Unterschiede bei den drei Aspekten. Es gibt zwei Studierendengruppen (C2 und C3), die deutliche Unterschiede bei der Bearbeitung von inkongruenten bzw. kongruenten Aufgaben zeigen, wobei die Unterschiede bei C3 noch gravierender sind. Die beiden Gruppen unterscheiden sich beim Aspekt *Dichte* kaum, bei *Größe* leicht und sehr deutlich bei *Operationen*.

Diesen ersten Ergebnissen müssen noch genauere Analysen zur Ausschärfung der Profile zu Clustern folgen, um gezielte Interventionen setzen zu können. Wir sehen großes Potential in einer statistisch gestützten und leicht operationalisierbaren Klassifikation anhand der Datenerhebung mittels der Web-App, da dadurch profilspezifische Interventionen ermöglicht werden. Zur qualitativen Absicherungen der Profilspezifikationen sind einzelne Interviews angedacht.

Literatur

- Barzel, B., Hußmann, S., Leuders, T., & Prediger, S. (Eds.). (2013). *mathewerkstatt 6, Handreichungen*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005). Teaching and Learning Fraction and Rational Numbers: The Origins and Implications of Whole Number Bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27–52
- Prediger, S. (2014). Brüche bei den Brüchen – aufgreifen oder umschiffen? *mathematik lehren*, 123, 10–13.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Mimi Engel, ..., Meichu Chen. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697.
- Van Hoof, J., Janssen, R., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Inhibiting natural knowledge in fourth graders: Towards a comprehensive test instrument. *ZDM Mathematics Education*, 47(5), 849–857.
- Van Hoof, J., Verschaffel, L., Degrande, T., & Van Dooren, W. (2017). From a naive towards a scientifically correct concept of rational numbers: A longitudinal study. In W. Van Dooren (chair), *On the trajectories of rational number learning*. Symposium conducted at the EARLI 2017, Tampere, Finland, Book of Abstracts (pp. 439-440), Lirias, KU Leuven, Belgium. <https://lirias.kuleuven.be/handle/123456789/589887>
- Van Hoof, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: Characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education. *Educational Studies in Mathematics*, 90(1), 39–56.