

## Spezifizierung von Verstehensgrundlagen von Prozenten und ihr Nutzen für den inklusiven Mathematikunterricht

**Ein Fallbeispiel zum Einstieg:** Die Klasse 7 ermittelt den Grundwert zum gegebenen Prozentwert und –satz (9 MB sind 30 %) am Prozentstreifen (Abb. 1). Natascha erläutert, wie ihre Nachbarin auf 10 % hinunter rechnet und dabei auf 3 MB kommt:

„Weil hier 9 ist [zeigt auf den Prozentstreifen] Und dann muss man einfach, äh 30 geteilt durch 9 rechnen, das sind dann#“



Abb. 1: Wie viel sind 100%, wenn 9MB 30% sind?

Natascha steht vor der Herausforderung, die Größe der drei Abschnitte zu bestimmen, die gemeinsam 9 MB groß sind. Diese Herausforderung bezieht sich nicht auf neue Inhalte des Themenbereichs Prozentrechnung, sondern auf die Aktivierung von Verstehensgrundlagen (hier: Flexibilisierung des Teil-Ganzen-Konzepts und Grundvorstellungen der Division).

### Theoretische Einordnung: Verstehensgrundlagen im inklusiven Mathematikunterricht

Als Verstehensgrundlagen werden diejenigen Vorstellungen und Darstellungen aus vorangehenden Jahrgängen bezeichnet, über die schwache Lernende oft nicht verfügen, die für das Weiterlernen jedoch unabdingbar sind (Prediger et al. 2013), z.B. die Grundvorstellung zur Division. Für das Design inklusiven Unterrichts sind Verstehensgrundlagen in vier Weisen wichtig:

1. um mögliche Lücken in den Verstehensgrundlagen zu identifizieren und Lerngelegenheiten anzubieten, sie zu überwinden (Pfister et al. 2015);
2. um differenzierte Lernziele festzulegen, die neben lokalen Anforderungsstufungen auch Lernstufungen für eine entwicklungslogische Differenzierung berücksichtigen (Prediger & von Aufschnaiter 2017);
3. um Verknüpfungen von mehreren Lernstufungen herzustellen, die beim gemeinsamen Lernen auch die aktive Teilhabe der Förderkinder ermöglichen (Häsel-Weide & Nührenbörger 2013);
4. um Verknüpfungen von mehreren Lernstufungen herzustellen, die im Spiralprinzip langfristige Fäden knüpfen (ebd.).

Durch Analyse von Herausforderungen wie der Nataschas wurden im Projekt Matilda Verstehensgrundlagen für Prozente empirisch spezifiziert.

## Methodischer Rahmen

Hier wird auf die folgende Forschungsfrage fokussiert:

*Welche Verstehensgrundlagen sind zentral, um die Unterrichtseinheit um Prozentverständnis erfolgreich bearbeiten zu können?*

Die empirische Spezifizierung von Verstehensgrundlagen zu Prozenten erfolgt in den Projekten DoProfiL und Matilda im methodologischen Rahmen der lernprozessfokussierenden Entwicklungsforschung (Gravemeijer & Cobb 2006).

Dazu wurde eine inklusive Unterrichtsreihe zu Prozentverständnis iterativ entwickelt und in bislang 3 Zyklen mit insgesamt 187 Lernenden in 7 Klassen der 7. Jahrgangsstufe durchgeführt. Die Unterrichtsstunden wurden videographiert und anschließend qualitativ ausgewertet im Hinblick auf durch fehlende Verstehensgrundlagen auftauchenden Hürden. Die Momente des gemeinsamen Lernens werden in weiteren Zyklen analysiert.

## Erste Analyseergebnisse

*Kovariation zweier Größen an der Doppelskala (Proportionales Denken)*

Herausforderungen bei der Zuordnung und Kovariation unterschiedlicher Größen an der Doppelskala des Prozentstreifens (s. Abb. 1) äußern sich meist darin, dass einem Abschnitt des Prozentstreifens der gleiche Wert auf beiden Skalen zugeordnet wird, auch wenn der Grundwert nicht gleich 100 ist.

Die Schülerin Selisin ordnet z.B. dem Prozentsatz 20 % den Prozentwert 20 € zu bei einem Grundwert von 80 € (s. Abb. 2). Während der kompletten Bearbeitung der Aufgabe mithilfe der Lehrkraft gelingt es Selisin nicht, sich von dieser Fehlvorstellung zu lösen („Ich meinte eigentlich in zwanzig, aber zwanzig geht schlecht.“).

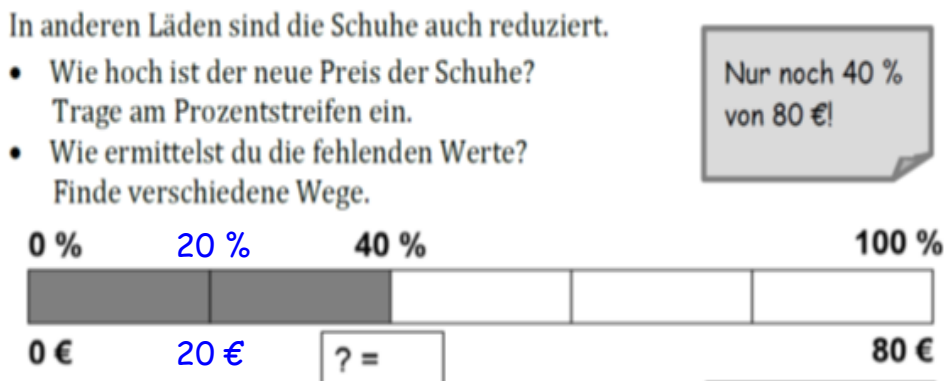
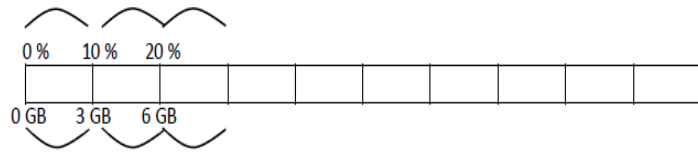


Abb. 2: Aufgabe aus Zyklus 1

Um die Verstehensgrundlage der Kovariation von zwei Größen an der Doppelskala aufzuarbeiten, wurde für den zweiten Zyklus das doppelte Zählen in Schritten in das Unterrichts-



**Abb. 3: Doppeltes Zählen in Schritten**

material eingebunden (Abb. 3). Das doppelte Zählen in Schritten unterstützt den Aufbau des proportionalen Grundverständnisses, weil es den Zuordnungsaspekt des Zusammenhangs expliziert und es bereits den Kovariationsaspekt einübt.

*Einteilung des Prozentstreifens in gleich große Abschnitte (Flexibilisierung des Teil-Ganzen-Konzepts durch Grundvorstellungen)*

Die Schülerin Natascha aus dem Einstiegsbeispiel steht vor der Herausforderung, den Prozentstreifen in gleich große Abschnitte einzuteilen. Ihre Schwierigkeiten dabei können durch fehlende Verstehensgrundlagen im Divisionsverständnis und der Flexibilisierung des Teil-Ganzen-Konzepts begründet sein. Anhand ihrer Argumentation ist zu erkennen, dass sie nicht zu wissen scheint, wie die Größe eines Abschnitts in Megabyte berechnet wird. Sie argumentiert weder über die Anzahl der Abschnitte, noch bezieht sie den Grundwert in ihrer Begründung mit ein. Möglicherweise verbindet sie lediglich zwei Zahlen, die sie am Streifen sieht, in einer Rechnung miteinander. Dies deutet darauf hin, dass sie nicht die Grundvorstellungen der Division aktiviert.

Als Konsequenz dieser und weiterer Beobachtungen wurden Lern- und Wiederholungsmöglichkeiten im Material implementiert, um Folgendes aufbauen zu können:

- Grundvorstellung der Multiplikation als Zählen in Schritten
- Proportionales Hochrechnen mit gleich vielen Schritten
- Grundvorstellung der Division als Passen-In (Wie große Schritte?)
- Grundvorstellung der Division als Verteilen (Wie viele Schritte?)

*Multiplikative Sprachmittel zum Verbalisieren des Teil-Ganzen-Konzepts*

Auf der Ebene der Sprache ist es notwendig, dass sensibel über die Größe und die Anzahl der Abschnitte gesprochen wird, um die Bedeutungen des Teil-Ganzen-Konzepts zu erklären. Viele Lernende verwenden folgende Aussagen nahezu gleichwertig: „Ich gehe in 4 Schritten.“ oder „Ich gehe in 4er Schritten.“ Bei der ersten Aussage handelt es sich um die Gesamtzahl

der Schritte. Bei der Aufgabe aus Abb. 2 sind es 5 Schritte, da der Prozentstreifen in 5 Abschnitte eingeteilt ist. Im Gegensatz dazu beschreibt die zweite Aussage die Größe der einzelnen Schritte, ohne auf die Gesamtzahl einzugehen. In dem Beispiel aus Abb. 2 handelt es sich um 20er bzw. 20 % Schritte. Für eine präzise Ausführung der Sprachhandlung Erklären von Bedeutungen müssen die Schülerinnen und Schüler für diesen Unterschied sensibilisiert und die bedeutungsbezogenen Sprachmittel „fünf 20er“ expliziter im Material thematisiert werden.

## Fazit und Ausblick

Insgesamt ermöglichen die Analysen der ersten Zyklen, verschiedene Verstehensgrundlagen für das Prozentverständnis zu identifizieren, und zwar in drei Bereichen:

- Kovariation zweier Größen an der Doppelskala (Proportionales Denken)
- Einteilung des Prozentstreifens in gleich große Abschnitte (Flexibilisierung des Teil-Ganzen-Konzepts und Grundvorstellungen der Division)
- Multiplikative Sprachmittel zum Verbalisieren des Teil-Ganzen-Konzepts

Dabei erweisen sich auch die zugehörigen bedeutungsbezogenen Sprachmittel als zentral.

**Dank.** Die Forschung wird durchgeführt im Schnittbereich der Projekte DoProfiL und Miltida, die aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert werden.

## Literatur

- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Hrsg.), *Educational Design Research* (S. 17-51). London: Routledge.
- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2013). Mathematiklernen im Spiegel von Heterogenität und Inklusion. *Mathematik differenziert*, 4(2), 6-8.
- Pfister, M., Stöckli, M., Moser Opitz, E. & Pauli, C. (2015). Inklusiven Mathematikunterricht erforschen: Herausforderungen und erste Ergebnisse aus einer Längsschnittstudie. *Unterrichtswissenschaft*, 43(1), 53-66.
- Prediger, S., Freesemann, O., Moser Opitz, E. & Hußmann, S. (2013). Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristige Reparatur. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55(51), 12-17.
- Prediger, S. & von Aufschnaiter, C. (2017). Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen: Fachspezifische Anforderungs- und Lernstufungen berücksichtigen. In T. Bohl, J. Budde & M. Rieger-Ladich (Hrsg.), *Studienbuch Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht* (S. 291-307). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.