

Nele STUBBEMANN, Bremen

Der Einfluss von Metakognition auf geometrische Beweisprozesse – Eine Untersuchung bei Lehramtsstudierenden

Um erfolgreich einen Satz der Geometrie beweisen zu können, ist nicht nur fachliches und methodisches Wissen erforderlich, sondern auch ein Wissen darüber, ob das eigene Tun sinnvoll, aussichtsreich und zielführend ist. Diese Fähigkeit, eigenes Wissen zu reflektieren, wird in der Forschung als Metakognition gefasst. In der Mathematikdidaktik ist Metakognition für den Teilbereich des Problemlösens bereits gut beforscht. Schoenfeld (1987) etwa beschreibt, wie Novizen und Experten beim Problemlösen unterschiedlich vorgehen. Novizen zeigen in der Regel weniger metakognitive Aktivitäten, sie fangen einfach an zu arbeiten und bemerken u. a. nicht, wenn sie nicht zielführend arbeiten. Welche Bedeutung metakognitiven Aktivitäten bei Beweisprozessen zukommt, ist bisher wenig erforscht, insbesondere bei Studierenden des Grundschullehramts, die in ihrem späteren Berufsleben bei Schülerinnen und Schülern wichtige Grundlagen im Bereich des Argumentierens legen. Folgende Forschungsfragen sind daher in meinem Promotionsprojekt zentral: Wie verlaufen geometrische Beweisprozesse bei Lehramtsstudierenden? Welche metakognitiven Fähigkeiten zeigen Lehramtsstudierende bei der Bearbeitung von geometrischen Beweisaufgaben? Welche metakognitiven Fähigkeiten unterstützen erfolgreiche Beweisprozesse?

Theoretischer Hintergrund

Metakognition bedeutet alltagssprachlich in etwa „Reflexion über die Kognition bzw. Denken über das eigene Denken“ (Schoenfeld, 1987). Schraw (1998) unterteilt Metakognition in zwei große Bereiche. Das *Wissen über die Kognition* ist das Wissen über die eigene Kognition oder über Kognition im Allgemeinen und umfasst deklaratives, prozedurales und konditionales Wissen. Die *Regulierung von Kognition* ist eine Sammlung von Aktivitäten, die hilft, das eigene Lernen zu kontrollieren. Es umfasst die Planung (Auswahl der Strategien und Verteilung von Ressourcen für die Leistung), das Monitoring (Kontrolle und Überprüfung des Verständnisses und der eigenen Leistung während der Bearbeitung) und die Evaluation (Bewertung der eigenen Leistung, des Ergebnisses und der Effektivität des Vorgehens). Nach Heinze und Reiss (2003) setzt sich Beweiskompetenz aus methodischem Wissen, Fachwissen und Metakognition zusammen. Vergleicht man dies mit der Definition von Metakognition von Schraw, kann methodisches Wissen sogar als Teil des prozeduralen Wissens und damit als Teil der Metakognition gesehen werden. Bei Wittmann (2014) sind zum Beweisen Faktenwissen und

Beweismetawissen wichtig. Dieses Beweismetawissen, das Wissen über die Funktion und Charakteristika des Beweisens sowie Wissen über Beweisführung umfasst, ist nach Wittmann bei Lernenden häufig nicht ausreichend vorhanden, um erfolgreich beweisen zu können.

Empirisches Vorgehen

In meinem Promotionsprojekt werden in Fallstudien Studierende des Grundschullehramts untersucht, die im WiSe 2017/18 an einer Elementargeometrievorlesung im 3. Mastersemester teilgenommen haben. Die Teilnahme an der Untersuchung war freiwillig und fand im Rahmen einer Prüfungsvorbereitung im Frühjahr 2018 statt. Videografierte Interviews mit Studierendenpaaren sind die Grundlage der Fallrekonstruktionen. Die Bearbeitung der gestellten Beweisaufgaben erfolgte in Paaren, um durch die Gespräche zwischen den Probanden Einblicke in metakognitive Aktivitäten zu erhalten. In einem leitfadengestützten Interview wurden zunächst allgemeine Fragen zum (eigenen) Beweisen gestellt. Im Anschluss wurden nacheinander zwei Aussagen aus der ebenen Geometrie vorgelegt, deren Beweis mit dem Wissen aus der Vorlesung möglich war. Der Prozess der Beweisfindung wurde danach kurz mit den Studierenden besprochen und reflektiert.

Auswertung

In einer ersten Auswertung wurde die Frage betrachtet, welche metakognitiven Fähigkeiten die Studierenden im Beweisprozess zeigen und welche Relevanz diese haben. Im Folgenden wird eine Gruppe exemplarischen betrachtet. Folgende Aussage wurde diesen zwei Studierenden vorgelegt: „*Gegeben sei ein Winkel α mit den Schenkeln g und h . Zeichnet man zum Schenkel g eine Parallele k , die den Schenkel h schneidet, dann bilden h und k mit der Winkelhalbierenden von α ein gleichschenkliges Dreieck.*“ Bei der hier präsentierten Auswertung wird auf den Prozess des Aufschreibens fokussiert, der sich an eine längere Phase mündlicher Bearbeitung und Diskussion anschließt. Dieser Schreibprozess gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil zeigen die Studierenden, dass die Basiswinkel des Dreiecks gleich groß sind. Im zweiten Teil begründen sie damit, dass zwei Seiten des Dreiecks gleich lang sind.

Erste vorläufige Ergebnisse

Bei Betrachtung dieser Gruppe fällt auf, dass sehr wenig Metakognition auftritt. Im Verlauf der mündlichen Argumentation treten Planungsaktivitäten vier Mal und Monitoringaktivitäten fünf Mal auf. Im Vergleich dazu tritt im Prozess des Aufschreibens des Beweises nur eine Aktivität aus dem Bereich

der Planung auf und ebenfalls nur eine Aktivität, die dem Bereich des Monitorings zugeordnet werden kann. Die Möglichkeiten dieser einen Monitoringaktivität können die Studierenden jedoch nicht ausnutzen. Sie hinterfragen zwar ihre Argumentation bzgl. der Gleichheit der Basiswinkel aus dem ersten Schritt des Beweises („Dann ist die Frage, ob wir das annehmen können, dass die [Winkel] gleich lang sind.“) wie vorher schon in der mündlichen Argumentation. Anders als in der Argumentation reden sie hier aber nicht miteinander über weitere Begründungsmöglichkeiten. Einer der Studierenden schreibt unkommentiert eine Begründung der Gleichheit der Basiswinkel auf, die in der mündlichen Argumentation zuvor nicht vorkam. Er nutzt dabei die gleiche Länge zweier Seiten des Dreiecks, um zu begründen, dass zwei der Winkel gleich groß sein müssen, setzt also voraus, was er beweisen möchte. Während des Aufschreibens findet kein weiteres Monitoring und nach dem Aufschreiben keine Evaluation statt. Das Hinterfragen der Studierenden, ob die Begründung aus dem ersten Beweisschritt richtig sei, führt nicht dazu, dass sie diesen Schritt verändern. Unstimmigkeiten werden von den Studierenden nicht berichtet, denn dazu notwendiges Fachwissen fehlt ihnen offensichtlich. Das Vorhandensein der Monitoringaktivität verbessert somit nicht den Beweisprozess, sondern führt hier sogar in einen Zirkelschluss.

Die Studierenden setzen nicht nur an dieser Stelle, sondern im gesamten Beweis implizit die Gleichseitigkeit des Dreiecks voraus, die eigentlich bewiesen werden muss. Sie geraten dabei in weitere Zirkelschlüsse, ohne dies zu bemerken. So erweitern sie etwa im ersten Schritt ihre Skizze um eine weitere Parallele und erhalten so ein Parallelogramm. Sie verstehen dabei die Winkelhalbierende im Parallelogramm als Diagonale, was jedoch nur in einer Raute gilt. Aufgrund des fehlenden Monitorings fallen ihnen eigene Übergeneralisierungen nicht auf. So setzen sie hier voraus, dass das betrachtete Dreieck gleichschenkelig ist, obgleich dies bewiesen werden soll. Ein weiterer versteckter Zirkelschluss zeigt sich im zweiten Teil des Beweises. Hier unterläuft ihnen erneut eine Übergeneralisierung. Sie setzen die Winkelhalbierende im Dreieck mit der Mittelsenkrechten gleich, was jedoch nur in gleichschenkligen Dreiecken korrekt ist. Die Studierenden haben keinen Überblick über die Annahmen, die sie explizit und implizit verwenden, denn sie planen ihr Vorgehen nicht konsistent und kontrollieren dies im Prozess nicht. Die

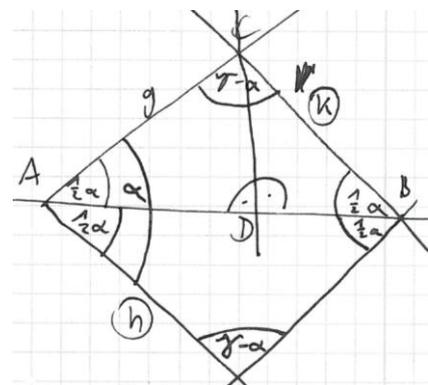


Abb. 1: Eine der Skizzen der Studierenden

Ein weiterer versteckter Zirkelschluss zeigt sich im zweiten Teil des Beweises. Hier unterläuft ihnen erneut eine Übergeneralisierung. Sie setzen die Winkelhalbierende im Dreieck mit der Mittelsenkrechten gleich, was jedoch nur in gleichschenkligen Dreiecken korrekt ist. Die Studierenden haben keinen Überblick über die Annahmen, die sie explizit und implizit verwenden, denn sie planen ihr Vorgehen nicht konsistent und kontrollieren dies im Prozess nicht. Die

direkten und versteckten Zirkelschlüsse, die in ihrem Beweis auftreten, zeigen nicht nur fehlendes methodisches Wissen, sondern auch mangelndes geometrisches Fachwissen. So fällt ihnen auch die Strukturierung des Beweistextes schwer, etwa die Fokussierung auf die Basiswinkel im ersten Teil des Beweises. Hierbei ist besonders auffällig, dass die Studierenden kaum Aktivitäten aus dem Bereich des Planens zeigen, die den Beweis strukturieren könnten. Zudem evaluieren sie ihren Beweis nicht, so dass sie strukturelle Schwierigkeiten auch im Nachhinein nicht erkennen.

Zwar gibt es im Verlauf der mündlichen Argumentation mehr metakognitive Aktivitäten als während des Aufschreibens des Beweises, dennoch tritt Metakognition insgesamt nicht in großem Umfang auf. Im Bereich der Planung und des Monitorings sind zuweilen metakognitive Aktivitäten vorhanden, im Bereich der Evaluation jedoch gänzlich nicht. Das vereinzelte Auftreten von Metakognition ist zudem nicht immer hilfreich und führt in einem Fall sogar zu einem expliziten Zirkelschluss. Einige ihrer Nachfragen waren durchaus sinnvoll und hätten ihren Beweisprozess voranbringen können. Aufgrund entscheidender fachlicher Wissenslücken konnten sie ihre eigenen kritischen Fragen jedoch nicht gewinnbringend nutzen. In diesem Fallbeispiel wird deutlich, dass das Auftreten von Metakognition für erfolgreiche Beweisprozesse nicht ausreicht. Lückenhaftes Fachwissen scheint die Wirkung und den Nutzen von Metakognition deutlich zu hemmen. Somit kann ein komplexes Wechselspiel von Fachwissen und Metakognition angenommen werden, das über dieses Fallbeispiel hinaus auch bei weiteren Beweisaufgaben und anderen Studierendenfällen in meiner Untersuchung in den Blick genommen werden soll. Geplant sind vergleichende und vertiefende Analysen der Zusammenhänge von Metakognition und Fachwissen mit der Möglichkeit der Identifikation von Prototypen.

Literaturverzeichnis

- Heinze, A., & Reiss, K. (2003). Reasoning and proof: Methodological knowledge as a component of proof competence. In M. A. Mariotti (Hrsg.), *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 1-10). Bellaria, Italien. Abgerufen am 18.05.2017 von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG4/TG4_Heinze_cerme3.pdf
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition. In A. H. Schoenfeld (Hrsg.), *Cognitive science and mathematics education* (S. 189–216). Hillsdale, NJ, USA: Lawrence Erlbaum.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26(1), 113–125.
- Wittmann, G. (2014). Beweisen und Argumentieren. In H.-G. Weigand, A. Filler, R. Hölzl, S. Kuntze, M. Ludwig, J. Roth, ..., G. Wittmann (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 35–54). Berlin, Heidelberg: Springer.