

Philipp ULLMANN, Frankfurt a.M.

Die Bestimmung der Qibla

Die Bestimmung der Qibla, der Richtung nach Mekka, spielt im Alltag gläubiger Muslime eine zentrale Rolle:

- Das rituelle Gebet, das fünfmal am Tag zu verrichten ist, ist nur gültig, wenn der/die Gläubige sich in die Qibla wendet;
- Moscheen sind mit ihrer Gebetsnische (*miḥrāb*) nach der Qibla ausgerichtet;
- Tote werden auf der rechten Seite liegend mit Gesicht Richtung Mekka begraben;
- Tiere werden mit dem Kopf Richtung Mekka geschächtet;
- das Ausspucken und das Sich-Erleichtern Richtung Mekka gilt als unschicklich (vgl. Schmidl 2007, S. 75 und King 2005, S. 163).

So nimmt es nicht wunder, dass die ‚Islamische Mathematik‘ – eine wissenschaftsgeschichtliche Formation des islamischen Kulturraums zwischen dem 8. und 15. Jahrhundert (vgl. Høyrup 1987) – zahlreiche Verfahren kennt, mittels derer sich die Qibla näherungsweise bzw. exakt bestimmen lässt.

Aus (mathematik)didaktischer Sicht gibt es gute Gründe, sich diesem Thema zuzuwenden. Die Frage nach der Bestimmung der Qibla ist offenkundig *authentisch*, unmittelbar *anschaulich*, schult die *räumliche Vorstellung* und gibt Anlass zu *gehaltvollen Mathematisierungen*, die der Mittelstufenmathematik prinzipiell zugänglich sind.

Insbesondere unter dem Aspekt kultureller Heterogenität bieten sich zahlreiche Anknüpfungspunkte (vgl. Ullmann 2015). Um ein Beispiel zu nennen: Könnten Sie, geneigte/r Leser/in, in diesem Augenblick die Richtung nach Mekka, oder etwas säkularer gewendet: nach Norden angeben? Wahrscheinlich nicht ohne weiteres – ein willkommener Anlass darüber nachzudenken, welche Konsequenzen unterschiedliche Modelle räumlicher Orientierung für die Wahrnehmung und Deutung unserer Welt haben.

Nicht zuletzt lässt sich anhand der Qibla der Islam thematisieren – abseits medial und politisch angeheizter Aufgeregtheit. Der sogenannte Nahe und Mittlere Osten ist eben nicht nur vermeintliche Brutstätte islam(ist)ischen Terrorismus und Quell vorgeblich endloser Flüchtlingsströme, sondern auch Wirkungsstätte bedeutender (und nicht zufällig im Westen weitgehend unbekannter) Gelehrter wie al-Battānī, al-Bīrūnī, al-Ḥāsib und al-Ḥwārizmī, die unter anderem Methoden zur Bestimmung der Qibla entwickelten.

Die Problemstellung

In der Islamischen Mathematik läuft die Bestimmung der Qibla auf die Lösung eines Problems der sphärischen Geometrie hinaus. Seien auf der Erdkugel der Nordpol N , der Südpol S und Mekka M gegeben (vgl. Abb. 1). Dann ist für einen Ort P (im Folgenden habe ich Paderborn gewählt) der Schnittwinkel q des Großkreises durch P und M mit dem Nord-Süd-Meridian gesucht, die sogenannte Abweichung der Qibla (*inḥirāf al-qibla*).

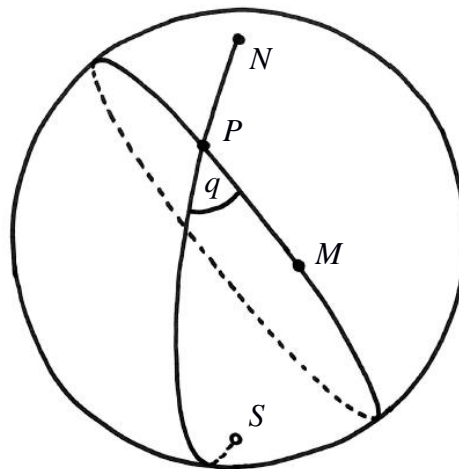


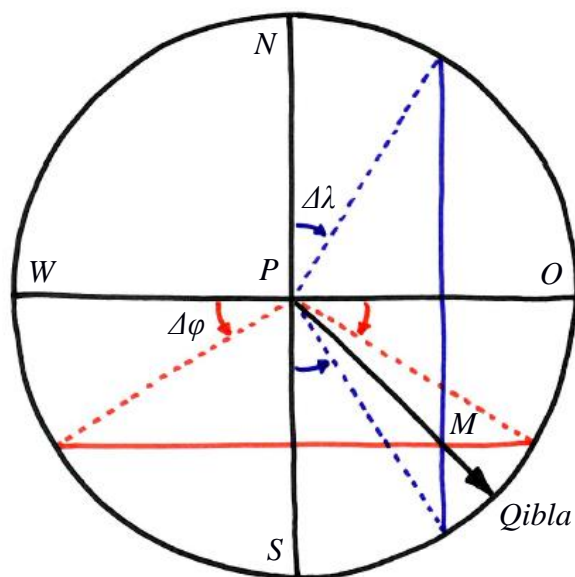
Abb. 1: Die Bestimmung der Qibla als kugelgeometrisches Problem.

Ich werde zwei Lösungen vorstellen, die aus dem 9./10. Jahrhundert – erste Blütezeit der Islamischen Mathematik – überliefert sind. Beide Lösungen greifen auf die (der griechischen Mathematik entlehnte) Idee zurück, die Kugeloberfläche in die Ebene zu projizieren.

Eine Näherungslösung von al-Battānī (ca. 910)

Al-Battānī bestimmt zunächst die generelle Richtung nach Mekka (vgl. King 1993, 103 f.). Die östliche Länge λ für Paderborn beträgt 9° , für Mekka 40° . Mekka liegt also östlich von Paderborn. Die nördliche Breite φ für Paderborn beträgt 52° , für Mekka 21° . Mekka liegt also südlich von Paderborn.

Nun wird auf dem Horizontkreis von Paderborn die Breitendifferenz $\Delta\varphi$ von Osten und Westen aus Richtung Süden abgetragen und eine Parallele zur



Ost-West-Linie gezogen; (vgl. Abb. 2) entsprechend wird die Längendifferenz $\Delta\lambda$ von Norden und Süden aus Richtung Osten abgetragen und eine Parallele zur Nord-Süd-Linie gezogen. Der Schnittpunkt M beider Parallelen ist (näherungsweise) die Projektion Mekkas, der Strahl vom Mittelpunkt P durch M liefert also (näherungsweise) die Qibla. Für Paderborn ergibt sich ein Näherungswinkel von 45° , der um knapp 5° zu klein ist.

Abb. 2: Die Näherungslösung von al-Battānī.

Die Mathematik ist ab Klasse 9/10 zugänglich, der Originaltext (den ich aus Platzgründen leider nicht zitieren kann) ist leicht verständlich – und bringt sogar noch eine Algebraisierung der oben beschriebenen Konstruktion mittels der Sinusfunktion (der al-Battānī übrigens zum Durchbruch verhalf).

Darüber hinaus kommt die Idee des Projizierens deutlich zum Ausdruck und lädt zur Frage ein, an welchen Stellen approximiert wurde (so werden Längen- und Breitenkreise in der Ebene nicht als Parallelen abgebildet, und Breitenkreise sind ohnehin keine Großkreise) – alles in allem eine (viel zu unbekannt) Sternstunde der angewandten Mathematik.

Eine exakte Lösung von al-Hāsib (ca. 850)

Al-Hāsib geht das Problem mit einem sogenannten Analemma an: Ganz nah am Vorbild der griechischen Mathematik wird die Erdkugel auf unterschiedliche Arten in die Ebene projiziert, um zu einer exakten Konstruktionsvorschrift für die Qibla zu kommen. Ich gebe im Folgenden den Originaltext wieder (zur Konstruktion vgl. Abb. 4):

Im Namen Gottes, des Gnädigen, des Barmherzigen; Gott segne und schütze Muhammad und seine Gefährten. [Diese Eröffnungsformel, die sogenannte *bas-mala*, ist in Abb. 3 gut zu erkennen.]

[...] Wir nehmen [den Bogen] *AZ* gleich der [geographischen] Breite unseres Ortes, *ZH* gleich der Breite Mekkas und *ZT* gleich der Längendifferenz.

Verbinde *T* mit *E*; erzeuge den Durchmesser *ZEK* und zeichne *HMY* parallel zu *ZEK*, wähle dabei *M* als Mittelpunkt; und *ES* gleich *HM*; zeichne von *S* aus *SO* senkrecht zu *HMY*.

Dann zeichnen wir von *O* Strecke *OFQ* parallel zu *AG*, und Strecke *OLN* parallel zu *DB*, und wir nehmen mit dem Zirkel die Strecke *LN* auf; wir setzen eine Ende auf den Mittelpunkt *E* und das andere Ende dorthin, wo es die Strecke *OFQ* schneidet.

Das sei Punkt *F*, und wir zeichnen von *E* aus eine Strecke, die durch *F* geht und in *C* auf dem Kreis endet; das wird die Richtung der Qibla sein, und Bogen *CD* ist ihr Abstand von der Nord-Süd-Linie. (Kennedy 1974, S. 6-8)

Abb. 3: Der Beginn (einer Abschrift) des Briefes von al-Bīrūnī, in dem al-Hāsibs Methode überliefert ist (Kennedy 1974, S. 6).

Dass dieses Verfahren tatsächlich die Qibla liefert, ist alles andere als unmittelbar einsichtig und bedarf einer genaueren Analyse (vgl. Kennedy 1974, S. 9-10). Dafür im Schulkontext Raum zu schaffen, wäre inhaltlich kaum zu rechtfertigen und wohl auch etwas (über)ambitioniert. Im Rahmen der Lehramtsausbildung aber bietet sich hier eine gehaltvolle Möglichkeit, Konstruktionsbeschreibungen (abseits abgeschmackter Dreiecksmathematik) exemplarisch zu thematisieren – und jeden Schritt durch konkrete Anschauung zu verifizieren.

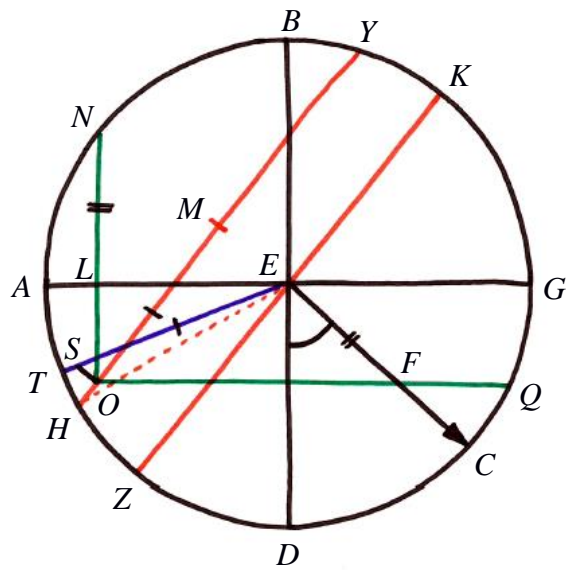


Abb. 4: Die Analemma-Konstruktion von al-Hasib.

Fazit

Beispiele gehaltvoller Mathematik, die auf Schulniveau zugänglich sind, gibt es nicht allzu viele. Sollen sie zusätzlich einem Alltagsproblem entspringen und der konkreten Anschauung zugänglich sein, verengt sich die Auswahl zusätzlich. Wenn sie dann noch von allgemeinbildendem Wert sind, sollten sie von MathematikdidaktikerInnen hoch geschätzt werden – die Bestimmung der Qibla gehört sicherlich dazu.

Literatur

- Høyrup, Jens (1987): The Formation of „Islamic“ Mathematics. *Science in Context* 1, S. 281-329.
- Kennedy, Edward (1974): A Letter of al-Biruni. Habash al-Hasib's Analemma for the Qibla. *Historia Mathematica* 1, S. 3-11.
- King, David (2005): The Sacred Geography of Islam. In: Koetsier & Bergmans (Hrsg.): *Mathematics and the Divine: A Historical Study*, S. 161-178.
- King, David (1993): The Earliest Islamic Mathematical Methods and Tables for Finding the Direction of Mecca. In: Ders.: *Astronomy in the Service of Islam*. Variorum, XIV.
- Schmidl, Petra (2007): *Volkstümliche Astronomie im islamischen Mittelalter*. 2 Bände. Brill.
- Ullmann, Philipp (2015): Islamische Mathematik – kulturelle Heterogenität in der Lehramtsausbildung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. WTM, S. 924-927.