Denise VAN DER VELDEN, Kerstin ARNDT & Katja EILERTS, Berlin

# Lernen, die Welt mathematisch zu betrachten – Modellierungsaufgaben in der Grundschule

Modellierungsaufgaben finden insbesondere aufgrund ihrer erheblichen Bedeutung in internationalen Vergleichsstudien wie PISA im Mathematikunterricht der Sekundarstufe einen immer größeren Stellenwert. Im Mathematikunterricht der Grundschule sind sie jedoch eher selten zu finden (Blum, 2015). Und dies, obwohl die prozessbezogene Kompetenz mathematisches Modellieren in den Lehrplänen von der Grundschule bis zum Abitur festgeschrieben ist.

## Mathematisches Modellieren

Als Ausgangspunkt der fachdidaktischen Forschung zum mathematischen Modellieren, aber auch als Grundlage für Modellierungsaufgaben und deren Umsetzung im Unterricht, dient allgemein der Modellierungskreislauf von Blum und Leiss (2005). Dieser stellt in sieben Schritten einen idealtypischen Lösungsweg für Modellierungsaufgaben dar. Bezüglich der Verwendung dieses Kreislaufs in der Primarstufe haben sich zwei Besonderheiten aufgetan: Zum einen werden, insbesondere bei Aufgaben mit didaktisch aufbereiteten Kontexten Teilprozesse des Kreislaufes bereits vorgegeben und sind somit nicht vom Lernenden selbständig zu durchlaufen. Hierbei entfällt meistens der namensgebende zentrale Schritt, die Modellbildung. Zum anderen konnte der Kreislauf in verschiedenen Studien zur Beschreibung von Lösungsprozessen für Schülerinnen und Schüler der unteren Jahrgangsstufen empirisch nicht bestätigt werden (z.B. Möwes-Butschko, 2010; Riebel, 2010).

Exemplarisch wird entgegen der Forschungsergebnisse in diesem Beitrag anhand einer Beispielaufgabe in der 4. Klasse gezeigt, dass Grundschulkinder bei einem bestimmten Typ von Modellierungsaufgaben den Modellierungskreislauf von Blum und Leiss (2005) idealtypisch durchlaufen können. Hierzu werden zunächst Modellierungsaufgaben definiert und klassifiziert.

## Definition „Modellierungsaufgabe“

Für Blum (2007) ist eine Modellierungsaufgabe eine realitätsbezogene Aufgabe, die substantielle Anforderungen in Bezug auf die Übersetzungsprozesse Realität ←→ Mathematik stellt. Das primäre Ziel einer Modellierungsaufgabe ist das reale Problem mit Hilfe von Vereinfachungen und Modellbildung „in den Griff zu bekommen“ (Blum, 2007, S. 4).

Blum betont zudem, dass der Hauptunterschied zu schulklassischen Textaufgaben darin besteht, dass bei Modellierungsaufgaben eine eigenständige Beschaffung von Daten zur Problemlösung notwendig ist, während diese Daten bei einer Textaufgabe immer gegeben sind. Ferner gibt es bei einer Textaufgabe genau eine Lösung, während bei Modellierungsaufgaben viele Lösungen existieren.

Für die Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe gemäß dieser Definition werden alle Teilkompetenzen des Modellierungskreislaufes benötigt. Sind solche Aufgaben dann überhaupt für Modellierungsanfänger geeignet? Lassen sich die Anforderungen an den Lernenden durch eine geeignete didaktische Reduktion oder ein erweitertes Verständnis von Modellierungsaufgaben relativieren?

## Typen von Modellierungsaufgaben in der Schule

Modellierungsaufgaben lassen sich in zwei Typen unterscheiden: in Modellierungsaufgaben mit Modellbildung und in Modellierungsaufgaben ohne Modellbildung (vgl. Abb. 1). Modellierungsaufgaben ohne Modellbildung sind Aufgaben, in denen das (Real-) Modell bereits vorgegeben ist. Mit ihnen sollen Teilkompetenzen gefördert (Maaß, 2009), gemessen oder diagnostiziert werden (vgl. Leuders, 2006). So ist die Modellbildung in den Beispielaufgaben zum Modellieren aus den Bildungsstandards jeweils vorgegeben, um die Messung spezifischer Teilkompetenzen zu ermöglichen. Um alle Modellierungskompetenzen im Sinne des Kreislaufes zu fördern ist der Schritt der Modellbildung dagegen essentiell.

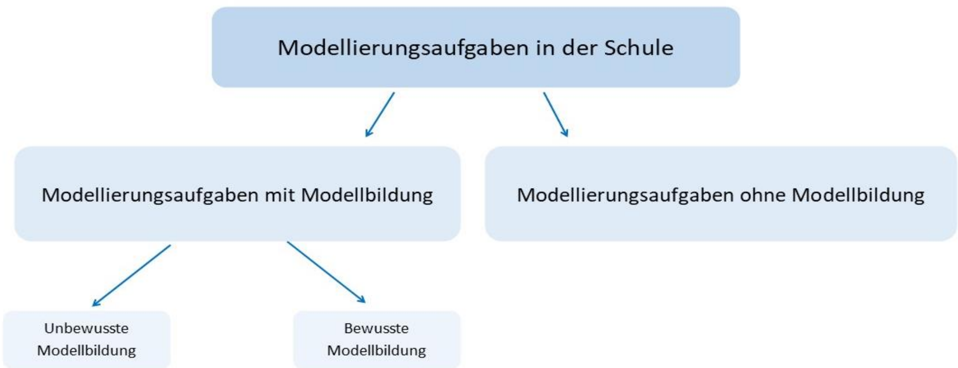


**Abb. 1:** Typen von Modellierungsaufgaben

Die Modellierungsaufgaben mit Modellbildung werden nach Greefrath (2010) in Aufgaben mit unbewusster und bewusster Modellbildung unterschieden. Bei einer unbewussten Modellbildung wird die Realität in mehreren Schritten vereinfacht, um ein Realmodell zu bilden, das danach in Rechenoperatoren übersetzt wird. Bei einer bewussten Modellbildung werden Real- und mathematisches Modell klar voneinander abgegrenzt gebildet.

**„Wie viele Personen fahren mit dir in einem Berliner S-Bahn-Wagen?“**

Diese Frage ist ein Beispiel für eine Modellierungsaufgabe mit unbewusster Modellbildung für die Grundschule. Eine voll besetzte S-Bahn erleben viele Berliner Grundschulkinder auf ihrem täglichen Weg zur Schule oder in ihrer Freizeit. Sie liefert somit ortsgebunden einen authentischen Aufgabenkontext.

Zur Lösung dieser Aufgabe lag den Schülerinnen und Schülern ein Plan eines Wagens der S-Bahn mit blau eingezeichneten Sitzplätzen vor. Nachfolgend wird der Lösungsprozess an dem Fallbeispiel von „Tilda“ (4. Klasse) exemplarisch dargestellt.

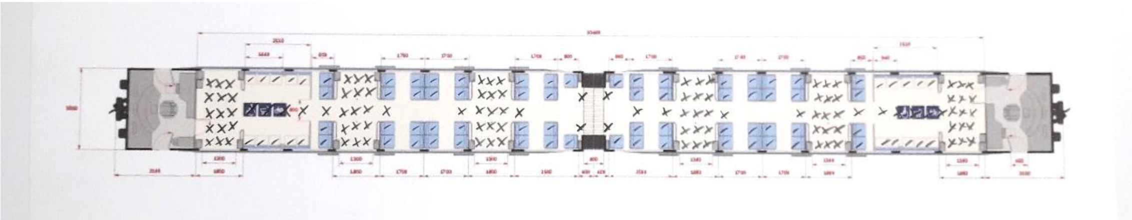

**Abb. 2:** Grundriss eines Wagens der Berliner S-Bahn mit einer möglichen Lösungsdarstellung

Tildas erster Impuls zur Lösung der Aufgabe ist das Zählen der Sitzplätze. Sie merkt jedoch, dass sie die Klappsitze vergessen hat und überarbeitet ihr reales Ergebnis noch einmal. Sie zählt die Klappsitze und addiert sie zu den vorher gezählten Sitzplätzen hinzu. Wieder wird am Ende das Ergebnis als noch nicht ausreichend empfunden. Der Modellierungskreislauf wird somit erneut durchlaufen. Tilda formuliert selbst eine Annahme, wo die Menschen in dem S-Bahn-Wagen stehen. Außerdem überlegt die Schülerin, wie viele Stehplätze in diesen Bereichen existieren. Das Realmodell wird also überarbeitet und dabei verfeinert. In der hier dargestellten Beispiellösung (vgl. Abb. 2, Stehplätze = Kreuze) stehen jeweils 15 Personen in den Eingangsbereichen. Es gibt in einem Berliner S-Bahn-Wagen sechs Eingänge. Außerdem stehen in den Zwischenbereichen noch weitere Menschen. Insgesamt stehen in Tildas Modell 112 Personen und es gibt 80 Sitzplätze. Es passen also bei Tildas Modellierung 192 Personen in einen Berliner S-Bahn-Wagen.

Der Modellierungskreislauf wird bei dieser Lösung mehrmals durchlaufen, da die Schülerin ihre Zwischenergebnisse kritisch hinterfragt und selbstständig überarbeitet. Sie rechnet mit den Werten ihres Realmodells auf der mathematischen Seite des Modellierungskreislaufes, stellt aber wie vom Aufgabentyp vorgesehen kein bewusstes mathematisches Modell in Form eines Terms oder einer Gleichung auf.

Auf Grundlage dieses Lösungsprozesses lässt sich folgende Hypothese ableiten: Der Modellierungskreislauf von Blum und Leiss (2005) ist für die

Beschreibung der Modellierungsprozesse von Grundschulkindern geeignet, sofern das Übersetzen des Realmodells in Rechenoperatoren als mathematisches Modell (hier als unbewusste Modellbildung definiert) angesehen wird.

## Zusammenfassung

Bisherige empirische Untersuchungen in der Primarstufe zeigen, dass der siebenschrittige Modellierungskreislauf für die Grundschule zu komplex ist. Die hier exemplarisch vorgestellte Schülerlösung zeigt jedoch, dass es abhängig vom Aufgabentyp dennoch möglich ist, dass Grundschulkinder die sieben Schritte des Modellierungskreislaufes durchlaufen können.

Wie die Lösungsprozesse von Grundschulkindern aussehen, wird in einer explorativen Studie im Projekt MaMoPri (**Ma**thematisches **Mo**dellieren in der **Pri**marstufe) anhand von Modellierungsaufgaben mit Modellbildung untersucht, um daraus abzuleiten wie bereits Kinder in den ersten Schuljahren lernen können die Welt mathematisch zu betrachten.

## Literatur


Blum, W. & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"-Aufgabe. *Mathematik lehren*, *128,* 18-21.

Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*, 3-12.

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. J. Cho (Hrsg.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education – Intellectual & Attitudinal Challenges*, 73-96. New York: Springer.

Greefrath, G. (2010): *Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben*. Köln: Aulis.

Leuders, T. (2006). Kompetenzorientierte Aufgaben im Unterricht. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: Sek. I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen,* 81-95. Berlin: Cornelsen.

Maaß, K. (2009). *Mathematikunterricht weiterentwickeln. Aufgaben zum mathematischen Modellieren und Erfahrungen aus der Praxis für das 1.-4. Schuljahr*. Berlin: Cornelsen.

Möwes-Butschko, G. (2010). *Offene Aufgaben aus der Lebensumwelt Zoo: Problemlöse- und Modellierungsprozesse von Grundschülerinnen und Grundschülern bei offenen realitätsnahen Aufgaben.* Hochschulschriften zur Mathematik-Didaktik, Münster.

Riebel, J. (2010). *Modellierungskompetenzen beim mathematischen Problemlösen – Inventarisierung von Modellierungsprozessen beim Lösen mathematischer Textaufgaben und Entwicklung eines diagnostischen Instrumentariums*. Dissertation, Koblenz.