

Eindeutig mehrdeutig – Tücken der Mehrdeutigkeit sprachlicher Zeichen im MU am Beispiel des Minuszeichens

Aus sprachlicher Perspektive gestaltet sich der Mathematikunterricht mit einer situationsabhängigen Mischung aus Fach-, Alltags- und Bildungssprache recht komplex (vgl. Wessel et al. 2018, S. 4). Während für sprachlich Schwächere das bildungssprachliche Register einen zusätzlichen *Lerngegenstand* darstellt, bleiben das Erlernen und Verwenden der mathematischen Fachsprache mit ihren eigenen Spezifika auf lexikalischer, syntaktischer, symbolischer und semantischer Ebene (vgl. Abb. 1) Herausforderungen für alle Lernenden (vgl. ebd.; Maier/Schweiger 1999). Herausgefordert sind aber nicht nur SchülerInnen, auch für Lehrende stellt die Gestaltung eines sprachsensiblen Mathematikunterrichts keine einfache Aufgabe dar. Sie ist jedoch wegen der Rolle der Fach- und Bildungssprache als potentielles *Lernhindernis* wesentlich (vgl. Wessel et al. 2018, S. 2).

Fachsprache		
Lexikalische Ebene	Syntaktische Ebene	Symbolische Ebene
Nomen <i>Summand, Hypotenuse,...</i>	Phrasologie <i>„ohne Beschränkung der Allgemeinheit“</i>	Konstanten π, e, \dots
Adjektive <i>differenzierbar, äquivalent,...</i>	Unpersönliche Wendungen <i>„Es gilt...genau dann,“</i>	Variablen x, y, z, \dots
Verben <i>zuordnen, berechnen,...</i>	Passivkonstruktionen <i>„Eine Strecke wird halbiert,“</i>	Relationszeichen $=, <, \sim, \dots$
Semantische Ebene (Synonymie, Ambiguität, Metaphern,...)		

Abb 1: Ebenen der Fachsprache

Vor dem Hintergrund der Sprache als mögliche Lernhürde wird deutlich, dass Sprache nicht nur dem Austausch über mathematische Inhalte dient, sondern ebenso als das „bildende Organ des Gedankens“ (Wilhelm von Humboldt), das Denken kanalisiert – vor allem dann, wenn andere Darstellungsformen in der abstrakten Mathematik an ihre Grenzen stoßen (vgl. Maier/Schweiger 1999, S. 11). Damit nimmt Sprache im Mathematikunterricht eine herausragende Stellung beim Aufbau konzeptionellen Verständnisses ein und bedarf dort besonderer Aufmerksamkeit (vgl. Prediger 2017). Insbesondere gehört die Etablierung eines *bedeutungs-* und *formalbezogenen* Wortschatzes in den Kern einer wohlverstandenen Fachsprache der Schulmathematik (vgl. ebd., S. 11).

Design eines Lernhefts: Beobachtungen im Rahmen didaktischer Veranstaltungen lassen vermuten, dass ein Bewusstsein für die Rolle der mathematischen Fachsprache als Lerngegenstand und potentielle Lernhürde bei Studierenden des Lehramts nicht selbstverständlich sind. Ähnliches gilt für die enge Verknüpfung zwischen Sprache und Denken und einen entsprechend verständnisfördernden Sprachgebrauch. In Studierendenvorträgen zeigen sich hin und wieder sogar gegensätzliche Tendenzen. Vor diesem Hintergrund wird an der RWTH Aachen ein Lernheft entwickelt und erprobt, welches auf zwei Fragen (s.u.) fokussiert und Lehramtsstudierende zu einer aktiven Auseinandersetzung mit sprachlichen Aspekten im Mathematikunterricht anregen soll. Diese werden im nächsten Abschnitt am Beispiel des Minuszeichens beleuchtet.

- 1) Welche Spezifika weist die mathematische Fachsprache auf und inwiefern können diese Verstehensprozesse erschweren?
- 2) Welche Sprachmittel können in diesem Zusammenhang den Aufbau tragfähiger inhaltlicher Vorstellungen unterstützen?

Das Minuszeichen als Quelle für Missverständnisse: Für die innerhalb der Fachkommunikation angestrebte optimale Verständigung scheint aus Perspektive der Fachsprachensemantik eine eindeutige Terminologie – i.S. der engen, unmissverständlichen Bindung eines sprachlichen Ausdrucks an einen Gegenstand oder Sachverhalt – als Gütemerkmal fachsprachlicher Kommunikation naheliegend (vgl. Roelcke 1991, S. 194). Die fachsprachliche Realität zeigt jedoch, dass es sich hierbei um eine Idealvorstellung handelt, und semantische Eindeutigkeit keineswegs als charakteristische Eigenschaft fachlicher Ausdrücke anzusehen ist (ebd. 1, S. 194). In der mathematischen Fachsprache sind häufig dieselben Zeichen aus Gründen der Ökonomie mit mehreren Bedeutungen hinterlegt, sodass erst die kontextuelle Interpretation eine eindeutige Bedeutungszuweisung zwischen Form und Bedeutung ermöglicht (ebd. 1991, S. 198). Dieses auch als *Ambiguität* bezeichnete Phänomen zeichnet sich hinsichtlich der mathematischen Fachsprache sowohl *interdisziplinär* als auch *intradisziplinär* ab. Ein schulrelevantes Beispiel für Letzteres ist die Tripelnatur des Minuszeichens, welches mit der Einführung der negativen Zahlen in drei eng miteinander verknüpften Bedeutungsvarianten – Rechen-, Vor- und Inversionszeichen – und in unterschiedlichen Funktionen in der Arithmetik auftritt (vgl. Abb.2). Symbolisch werden die Bedeutungsnuancen häufig ansatzweise durch die Länge des Minus-Symbols kenntlich gemacht, welches in seiner prädikativen Funktion häufig verkürzt auftritt. Während das Minus-Symbol in seiner binären und prädikativen Funktion recht ausführlich im Mathematikunter-

richt behandelt wird, schwingt in Lehrwerken die Bedeutung als Inversionszeichen häufig nur implizit mit. Dabei gerät leicht in Vergessenheit, dass diese Bedeutungserweiterung aus einer grundlegenden strukturellen Eigenschaft der auf \mathbb{Z} definierten additiven Verknüpfung hervorgeht: Zu jeder ganzen Zahl a gibt es genau ein inverses Element bzgl. der Addition „+“, nämlich die Zahl $-a$, sodass $a + (-a) = (-a) + a = 0$ gilt.

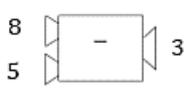
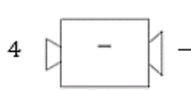
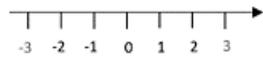
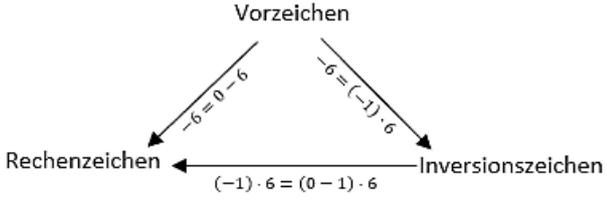
	OPERATIONSZEICHEN		STRUKTURZEICHEN
Bedeutung	RECHENZEICHEN: Das MZ beschreibt eine subtraktive Verknüpfung.	INVERSIONSZEICHEN: Das MZ drückt eine Qualität aus.	VORZEICHEN: Das MZ ist Strukturelement.
Funktion	BINÄRE FUNKTION 	UNÄRE FUNKTION 	PRÄDIKATIVE FUNKTION 
Bedeutungsvarianten	<p style="text-align: center;">Vorzeichen</p> 		

Abb. 2: Tripelnatur des Minuszeichens

Ist Lernenden das Minus-Symbol in seiner unären Funktion nicht hinreichend bewusst, können im Zusammenhang mit algebraischen Ausdrücken Missverständnisse entstehen. Besonders hartnäckig und weit verbreitet unter den Fehlvorstellungen ist die Annahme, dass der Ausdruck $-x$ für eine negative Zahl stehe (vgl. z.B. Cangelosi et al. 2013, Vlassis 2014), was mit mit der Verfestigung des Minuszeichens als Vorzeichen zusammenhängen mag. Ähnliche Fehlannahmen treten auch bei Lehramtsstudierenden auf:

*Zahl mit dem Minuszeichen
Bei -7 und $-x$ lese ich das Minus eindeutig als Vorzeichen.*

Abb. 3: Studierendenäußerungen zum Minuszeichen

Als ungünstig für den Lernprozess erweist sich auch der Umstand, dass Studierende die Bedeutungsvarianten häufig nicht bewusst oder sogar missverständlich kommunizieren. So unterstützen durchaus gängige Formulierungen wie „ x mit negativem Vorzeichen“ oder „das Negative von x “ für den Ausdruck $-x$ doch stark die geschilderte Fehlvorstellung. Während ein Fachkundiger in der Lage ist, sprachliche Ungenauigkeiten dieser Art

durch sein mathematisches Wissen zu kompensieren, ist zur Entwicklung eines „symbol sense“ (Arcavi 1994, S. 31) und eines adäquaten Fachsprachenverständnisses gerade zu Beginn eine stärker bedeutungsbezogene Sprache grundlegend (s. Abb. 4).

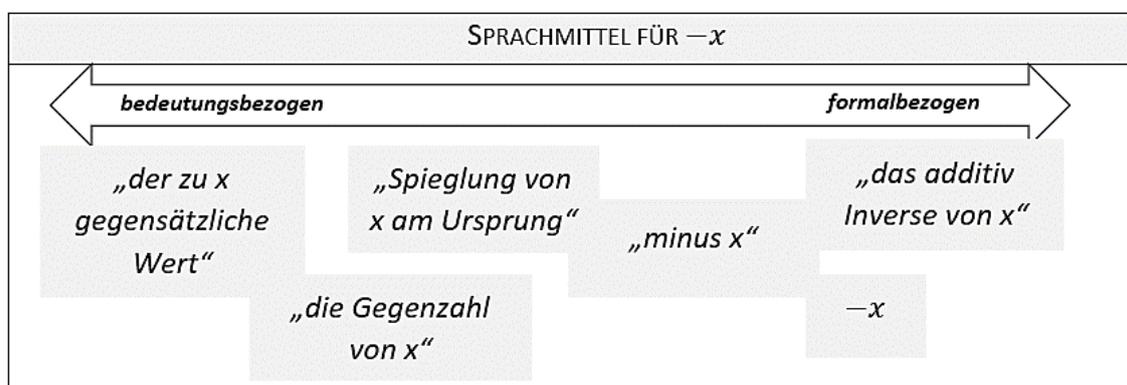


Abb. 4: Formal- und bedeutungsbezogene Sprachmittel für $-x$

Ausblick: Neben der Ambiguität sprachlicher Zeichen werden im Lernheft weitere fachsprachliche Charakteristika und damit verbundene Lernhürden in den Blick genommen, u.a. der Gebrauch von Sprachbildern. Dieser erscheint gerade in der abstrakten Mathematik unerwartet und der Klarheit und Präzision widerstrebend, ist dort allerdings schon längst zur Gewohnheit geworden. Deutlich wird dies vor allem im Zusammenhang mit dem Grenzwertbegriff, der durch sog. „Anthropomorphismen“ in den Denk- und Handlungsraum geholt wird.

Literatur

- Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sensemaking in Formal Mathematics. In: *For the Learning of Mathematics* 14 (3), S. 24-34.
- Cangelosi et al. (2013). The negative sign and exponential expressions: Unveiling students' persistent errors and misconceptions. In *The Journal of Mathematical Behavior* 32 (1), S. 69-82.
- Maier, H. / Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Wien: ÖBV&HPT.
- Prediger, S. (2017). Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären – [...]. In Lütke, B. et al. (Hrsg.) *Fachintegrierte Sprachbildung*. Berlin: de Gruyter, S. 229-252.
- Roelcke, T. (1991). Eindeutigkeitspostulat der lexikalischen Fachsprachensemantik. In *Zeitschrift für germanistische Linguistik* 19, S. 194-208.
- Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity'. In *Learning and Instruction* 14, S. 469-484.
- Wessel, L. / Büchter, A. / Prediger, S. (2018). Weil Sprache zählt. Sprachsensibel Mathematikunterricht planen, durchführen und auswerten“. In *mathematik lehren* 206, S. 2-7.