

Operationalisierung des Konstrukts „Schätzen von Längen, Flächeninhalten und Volumina“ für Grundschul Kinder

Einleitung

In der Mathematikdidaktik werden drei Arten des Schätzens unterschieden: das Schätzen von Anzahlen, Rechenergebnissen und Größen (O’Daffer, 1979; Sowder, 1992). Außerdem wird zwischen dem qualitativen und dem quantitativen Schätzen unterschieden. So wird beim qualitativen Schätzen der Vergleich zweier Objekte ohne eine Größenangabe oder Zahl bewertet (z.B. mit Wörtern wie mehr/weniger oder länger/kürzer), während beim quantitativen Schätzen „eine Zahl oder Größenangabe als Ergebnis erwartet wird“ (Ruwisch, 2014, S. 5). In diesem Beitrag geht es um das quantitative Schätzen der Größen Längen, Flächeninhalte und Volumina.

Wesentlich für das Schätzen von Größen ist der mentale Vergleich mit einer Stützpunktvorstellung (Franke & Ruwisch, 2010; Heid, 2018). Da die Größen Längen, Flächeninhalte und Volumina die Gemeinsamkeit der visuellen Erfassbarkeit besitzen (anders als z.B. Temperatur oder Zeit), kann hier der mentale Vergleich mit einer Stützpunktvorstellung besonders deutlich werden. Darüber hinaus können die Größen Flächeninhalte und Volumina aus der Größe Längen hergeleitet werden, weshalb sie auch mathematisch miteinander verbunden sind. Aus diesem Grund werden sie bei der Entwicklung von Aufgabenkategorien gemeinsam betrachtet.

Schätzaufgaben in der Mathematikdidaktik und Psychologie

Nach Bright (1976) lassen sich Schätzaufgaben auf acht verschiedene Arten stellen. Zunächst wird unterschieden, ob zu einem Objekt eine Größenangabe geäußert oder ob eine Größenangabe gegeben ist und ein passendes Objekt genannt werden soll. Auf der nächsten Ebene wird unterschieden, ob das zu schätzende Objekt physisch anwesend ist oder nicht, oder ob zur Auswahl eines Objekts zu einer Größenangabe mögliche Objekte gegeben sind. Auf der letzten Ebene wird zwischen der physischen An- oder Abwesenheit der entsprechenden Einheit der Größenangabe (die geäußert bzw. die vorgegeben ist) unterschieden.

Typische Schätzfragen in der Psychologie erfordern meist das Nennen einer Größenangabe, wobei häufig weder Objekte noch Einheiten physisch anwesend sind. Die Tests, die zur Untersuchung und Diagnose von Frontalhirnläsionen verwendet werden, enthalten sowohl Aufgaben zum Schätzen von Anzahlen als auch Aufgaben zum Schätzen verschiedener Größen, die in ihrer Verteilung stark variieren. So enthalten die meisten Tests Auf-

gaben zu Längen, aber keiner der untersuchten Tests enthielt Aufgaben zu Flächeninhalten. Beispielaufgaben für Längen sind (übersetzt):

- Wie lang ist ein Teelöffel? (z.B. Bullard et al., 2004)
- Wie lang ist ein Mountainbike? (z.B. MacPherson et al., 2014)
- Wie lang ist ein durchschnittlicher Oberkörper? (z.B. Shallice & Evans, 1978)

Die einzige enthaltene Frage zu Volumina lautet:

- Wie viel Wasser braucht man, um eine Badewanne zu füllen? (Della Sala et al., 2003)

Entwicklung neuer Kategorien für Schätzfragen

Die Konstruktion der Schätztests in der Psychologie erfolgt meist ohne ausreichend (genannte) Theoriebasis, was durch die Mischung der Schätzarten und der Größen deutlich wird. Betrachtet man die acht Schätztypen nach Bright, scheint auch hier eine Ergänzung sinnvoll. Aus der Definition des Schätzens lässt sich ableiten, dass für die Lösung einer Schätzaufgabe ein Vergleichsobjekt als Stützpunktvorstellung benötigt wird, welche in der Regel aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen wird. Diese könnte aber auch in der Aufgabe gegeben sein. Außerdem kann nicht nur zwischen der physischen An- und Abwesenheit (im Sinne von sichtbar und nicht sichtbar) unterschieden werden, sondern zusätzlich zwischen den Merkmalen „anfassbar“ und „nicht anfassbar“. Dies gilt nicht nur für das zu schätzende Objekt, sondern ebenfalls für die Einheit und ein mögliches Vergleichsobjekt. Alle genannten Charakteristika lassen sich auch auf nicht standardisierte Einheiten übertragen (Heinze, Ruwisch, Huang, 2018).

Aus der Kombination dieser Merkmale ergeben sich 84 mögliche Aufgabenkategorien, von denen nicht alle theoretisch sinnvoll oder in einem Schätztest praktisch umsetzbar sind. Ausgewählte Gründe für den Ausschluss einer Kategorie sind in der folgenden Tabelle aufgeführt.

<i>Aufgabenmerkmale</i>	<i>Ausschlusskriterium</i>
Objekt und Einheit oder Vergleichsobjekt anfassbar	Erlaubt eine konkrete Messhandlung
Vergleichsobjekt ist gegeben, Einheit soll nicht genannt sein	Durch die Erfüllung eines Merkmals wird ein anderes, welches nicht erfüllt werden soll, erfüllt (die Einheit wird bei Nennung der Größenangabe des Vergleichsobjektes genannt)

Sichtbare Einheit, angegebene Vergleichsobjekt	Bei Angabe der Einheit ist ein Vergleichsobjekt überflüssig
Anfassbare Objekte bei Volumina	Der Materialaufwand ist sehr hoch, wenn jedes Kind ein Objekt erhalten müsste. Objekte für Längen und Flächeninhalte können dagegen im Testheft abgedruckt werden.
Einheit nicht vorgegeben	Dies ist problematisch bei der Unterscheidung von Rauminhalt (Kubikmeter etc.) und Fassungsvermögen (Liter, Milliliter).

Nach Ausschluss der entsprechenden Kategorien bleiben acht (vier für standardisierte, vier für nicht standardisierte Einheiten) Kategorien erhalten, für die ein Schätztest parallel für die Größen Längen, Flächeninhalte und Volumina entwickelt werden kann:

		Objekt sichtbar, nicht anfassbar	Objekt nicht sichtbar
(nicht) standardisiert	Einheit sichtbar, nicht anfassbar		
	Einheit nicht sichtbar		

Für diese acht Kategorien können Schätzaufgaben für Längen, Flächeninhalte, Fassungsvermögen und Rauminhalte formuliert werden. Dabei wird das Material für die sichtbaren Objekte an der Tafel präsentiert, die Einheit wird immer in einem Antwortsatz vorgegeben. Beispiele für solche Fragen lauten:

- Wie lang ist die lange Seite einer CD-Hülle? (Objekt und Einheit nicht sichtbar, standardisierte Einheit)
- Wie viel Wasser passt in das Planschbecken vor der Tafel? (Objekt sichtbar, Einheit nicht sichtbar, standardisierte Einheit)
- Wie viele Maoams haben die gleiche Fläche wie eine Postkarte? (Objekt und Einheit nicht sichtbar, nicht standardisierte Einheit)
- Der rote Würfel an der Tafel ist 1 dm^3 groß. Wie groß ist der Koffer an der Tafel ungefähr? (Objekt und Einheit sichtbar, standardisierte Einheit)

Auswertungsmöglichkeiten

Die Art der Auswertung der Schätzergebnisse unterscheidet sich zwischen den Disziplinen. Während in der Psychologie häufig Bezug auf eine Normstichprobe genommen wird, wird in der Mathematikdidaktik meistens die prozentuale Abweichung vom Realwert berechnet und bepunktet. Aber auch innerhalb dieser beiden Auswertungsarten variiert die tatsächliche Berechnung der Testpunkte: Beim Bezug auf die Normstichprobe variieren die Perzentile, innerhalb derer ein Schätzwert als „normal“ angesehen wird. Bei der Berechnung der prozentualen Abweichung variieren die Grenzen für die Bepunktung ebenfalls.

Durch diese Vielfalt an existierenden Auswertungsmöglichkeiten wird zum einen die Frage aufgeworfen, nach welcher Art vorgegangen werden soll. Zum anderen ist zu diskutieren, ob für alle Größen dieselben Kriterien angewendet werden sollen oder ob z.B. für Rauminhalt (gilt als schwieriger zu schätzen) weichere Grenzen gelten sollten (Heid, 2018).

Literatur

- Bright, G. W. (1976). Estimation as Part of Learning to Measure. In National Council of Teachers of Mathematics (Hrsg.), *Yearbook 38* (S. 87–104). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bullard, S. E.; Fein, D.; Gleeson, M. K.; Tischer, N.; Mapou, R. L. & Kaplan, E. (2004). The Biber Cognitive Estimation Test. *Archives of Clinical Neuropsychology*, *19*, 835–846.
- Heid, M. (2018). *Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen. Eine Interviewstudie zu Strategien mit Kindern im 4. Schuljahr*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Heinze, A.; Ruwisch, S.; Huang, H. M. (2018). Schätzen von Längen – deutsche und taiwanische Grundschul Kinder im Vergleich. *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 51. Tagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 05.03.2018 bis 09.03.2018 in Paderborn*.
- MacPherson, S.; Peretti Wagner, G.; Murphy, P.; Bozzali, M.; Cipolotti, L. & Shallice, T. (2014). Bringing the Cognitive Estimation Task into the 21st Century: Normative Data on Two New Parallel Forms. *PLOS ONE* *9* (7): e104483. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0104483>.
- O'Daffer, P. (1979). A Case and Techniques for Estimation: Estimation Experiences in Elementary School Mathematics – Essential, Not Extra! *The Arithmetic Teacher*, *26* (6), 46–51.
- Ruwisch, S. (2014). Das Ungefähre zu schätzen wissen. Die Bedeutung des Ungefähren und wie man sich ihm nähert. *Grundschule Mathematik*, *42*, 4–5.
- Shallice, T.; Evans, M. E. (1978). The involvement of the frontal lobes in cognitive estimation. *Cortex*, *14*, 294–303.
- Sowder, J. (1992). Estimation and Number Sense. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 371–389). New York: Macmillan.