

Ingo WITZKE, Siegen & Eva HOFFART, Köln

## **3D-Drucker: Eine Idee für den Mathematikunterricht? Mathematikdidaktische Perspektiven auf ein neues Medium für den Unterricht**

### **1. Einstieg und Anliegen**

Als digitale Fabrikationstechnologie werden Design- und Produktionsprozesse bezeichnet, die computergestützte Entwürfe mit einer technischen Herstellung verbinden. Hier gehört die 3D-Druck-Technologie zu den so genannten additiven Herstellungsverfahren, da der Werkstoff zur Erzeugung des Objekts schichtweise hinzugefügt wird. Prinzipiell meint 3D-Druck – speziell im weiteren Verlauf des Artikels – stets die Ebene der Software, also die CAD-Programme, mit denen die Objekte entworfen bzw. modelliert werden, *und* die Ebene der Hardware, also des 3D-Druckers selbst, der die entworfenen Objekte produziert. Die 3D-Druck-Technologie als Herstellungsverfahren wird mittlerweile in vielen Bereichen der Wirtschaft erfolgreich eingesetzt. Aufgrund des additiven Verfahrens können im Prinzip individuell benötigte Objekte hergestellt werden, so dass teilweise von einer grenzenlosen Konstruktionsfreiheit die Rede ist. Bei allen aktuellen bildungspolitischen Digitalisierungsinitiativen lassen sich unterschiedliche Interessensbereiche identifizieren: Offizielle Institutionen und Ministerien werben mit Handreichungen sowie Veröffentlichungen für einen Einsatz des 3D-Drucks in den Schulen. Auch die Hersteller von Hard- und Software haben aus wirtschaftlicher Sicht ein großes Interesse, ihre Produkte im System Schule zu etablieren.

Im Zuge der Entwicklungen und Angebote ist es expliziter Auftrag der Mathematikdidaktik zu untersuchen, inwiefern der Einsatz der 3D-Druck-Technologie einen fachlichen Mehrwert für das Lehren und Lernen von Mathematik bedeuten kann und wie ein sinnvoller Einsatz im regulären Mathematikunterricht aussehen könnte.

Das allgemeine Forschungsinteresse unserer Forschungsgruppe liegt dabei zunächst in der Beschreibung der Entwicklung mathematischen Wissens im Kontext ontologischer, also gegenständlicher, Bindungen an Objekte in der Empirie. Dieses Forschungsinteresse bildet die Rahmung für unsere Untersuchungen zur Digitalisierung am Beispiel der Verwendung der 3D-Druck-Technologie als neues Medium im Mathematikunterricht.

Unsere konkreteren Ziele lassen sich dazu in drei Bereiche gliedern: Zunächst gilt es eine theoretisch und empirisch gestützte Fundierung für mögliche Einsatzfelder des 3D-Drucks für den (und im) Mathematikunterricht

zu entwickeln (Grundlagen). Auf dieser Basis kann dann Entwicklungsfor- schung in verschiedenen Bereichen der Stoffdidaktik erfolgen, um potenti- elle Anwendungsfelder für den Einsatz des 3D-Drucks zu identifizieren und Lehrkonzepte entwickeln zu können (Entwicklung). Weiterführend ist es das erklärte Ziel, allgemeine mathematikdidaktische sowie lerntheoreti- sche Einsichten für die Integration neuer Medien in den Mathematikunter- richt abzuleiten (Transfer).

## **2. Theoretischer Hintergrund**

Besonderes Merkmal des Einsatzes der 3D-Druck-Technologie im Mathe- matikunterricht ist es, dass Lehrer und Schüler individuelle Arbeits- und Anschauungsmittel für den (bzw. im) Mathematikunterricht herstellen kön- nen. Damit eröffnet sich ein großes Spektrum an Möglichkeiten für eine Vielzahl inhaltlicher mathematischer Bereiche – mathematisches Wissen kann praktisch in jedem stoffdidaktischen Gebiet nicht nur auf ikonischer und symbolischer Ebene, sondern insbesondere auch auf enaktiver Ebene an Hand realer Objekte entwickelt werden. Besonders passend erscheint an dieser Stelle das theoretische Konzept der drei Welten nach David Tall (2013), der mathematische Wissensentwicklung aufbauend auf den genann- ten Ebenen Jérôme Bruners, an einer *embodied world*, *symbolic world* und *formal world* festmacht. Mathematikunterricht findet nach diesem Konzept insbesondere in Aushandlungsprozessen zwischen einer mathematischen Welt von Handlungen mit empirischen Gegenständen (*embodied world*) und einer vertieften symbolischen Welt (*symbolic world*) statt. Eine ähnliche Stoßrichtung verfolgt der Ansatz der empirischen Auffassung von Ma- thematik (Burscheid & Struve 2010, Witzke 2009), der ursprünglich als rekonstruktiver Ansatz konzipiert, mittlerweile auch auf präskriptiver und konstruktiver Ebene für die konsequente ontologische Bindung mathemati- schen Wissens im Mathematikunterricht wirbt. Schließlich ist es Hefen- dehl-Hebeker (2015, S. 16), die konstatiert, das „die ontologische Bindung an die Realität [...] bildungstheoretisch und entwicklungs-psychologisch durch Aufgabe und Ziele der allgemeinbildenden Schule gerechtfertigt [ist].“

Tatsächlich ist das Anwendungsspektrum der 3D-Druck-Technologie für den Mathematikunterricht vielfältig – so bieten Online-Plattformen wie z.B. Thingiverse eine große Auswahl an Modellen die für den Mathematik- unterricht (auch in den Sekundarstufen) adaptiert werden können an. Was zumeist aber noch fehlt sind spezifische mathematikdidaktische Einbettun- gen für einen sinnvollen Einsatz im Mathematikunterricht.

Hier entwickeln wir an der Universität Siegen zur Zeit Lernumgebungen auf der oben skizzierten theoretischen Basis die gleichzeitig empirisch beforscht werden; so in diesen BzMU zur Geometrie in der Primarstufe (Hofart & Pielsticker), zur Sekundarstufe I am Beispiel einer 8. Klasse im Längsschnitt (Pielsticker), und zur Analysis (Dilling & Witzke).

Ein besonders interessantes Beispiel für den Einsatz der 3D-Druck-Technologie bietet die im Rahmen des Dissertationsprojektes von Felicitas Pielsticker entstandene Lehreinheit zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Hier sind Schüler aufgefordert im Rahmen eines Szenarios zur Entwicklung eines Brettspieles Würfel zu erstellen die einen Vorteil für einen bestimmten Spielausgang bedeuten können. Dabei verbinden sich



Abbildung 1, Manipulierte Würfel

verschiedene Elemente von Geometrie & Wahrscheinlichkeitsrechnung, Embodied & Symbolic world, CAD-Software und Druckergebnisse etc. Abbildung 1 zeigt die vielfältigen Ergebnisse der Forschungsarbeit der Schüler in einer achten Klasse in ihrem regulären Mathematikunterricht. Mit Blick auf die Abbildung wird der Grad der ermöglichten Individualisierung deutlich, der dann für Aushandlungsprozesse zu relativen Häufigkeiten und einem allgemeinen Wahrscheinlichkeitsbegriff genutzt werden kann.

In der Natur der Sache liegt bei der Verwendung der 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht ein hoher Grad von kontextueller Bindung des Wissens an den Herstellungsprozess sowie die Druckerzeugnisse. Das Phänomen der Bereichsspezifität des entwickelten Wissens lässt sich adäquat mit dem Konzept der *Subjektiven Erfahrungsbereiche* (Bauersfeld 1985) beschreiben. Ziel kann es nicht sein, dass die Schüler durch die ontologischen Bindungen einzelne unverbundene Wissensinseln aufbauen – vielmehr ist es Aufgabe der Mathematikdidaktik, Lehrkräften Anregungen für didaktische Impulse im Unterricht zu geben, damit das Wissen systemisch in vermittelnden *Subjektiven Erfahrungsbereichen* vernetzt für die Schüler verfügbar wird.

### 3. Nutzungsszenarien für den 3D-Druck im Mathematikunterricht

Nach unserer Einschätzung kann man zwischen drei möglichen Nutzungsformen für den Mathematikunterricht unterscheiden: Zunächst kann der 3D-Drucker als reiner Replikator von existierenden Arbeits- und Anschauungsmitteln dienen. Diese Nutzungsform bietet sich für den Einstieg sowie

bei Vorhandensein von Druckern in der Schule an. Des Weiteren ist es möglich, dass Lehrer individuell Arbeitsmittel für ihre bzw. mit Schüler entwickeln. Hier braucht es sicherlich vertiefter Kenntnisse der Lehrkraft, die z.B. bei Fortbildungsveranstaltungen (vgl. <https://www.uni-siegen.de/nt/didaktik/mintus/mintus-digital/>) erworben werden können. Schließlich bietet die dritte Nutzungsform, d.h. die Entwicklung und der Druck von Objekten durch Schüler im Mathematikunterricht aus mathematikdidaktischer Sicht im Sinne eines forschend-entdeckenden Lernens besonders spannende Perspektiven.

#### **4. Zusammenfassung**

Die 3D-Druck-Technologie erscheint uns als eine reizvolle Möglichkeit für einen anschauungsgeleiteten individuell gestalteten Mathematikunterricht, in dem insbesondere begriffliche Aushandlungsprozesse gefördert werden können. Nicht zu unterschätzen sind aber der organisatorisch-technische Aufwand sowie die notwendige Auseinandersetzung mit der Bereichsspezifität von an (empirische) Objekte gebundenem Wissen.

Zu diesem vielfältigen Themenspektrum sind in der Zukunft weitergehende theoretische und praxisnahe Publikationen der Forschungsgruppe 3D-Druck in Siegen zu erwarten.

#### **Literatur**

- Bauersfeld, H. (1985). Ergebnisse und Probleme von Mikroanalysen mathematischen Unterrichts. In: W. Dörfler & R. Fischer (Hrsg.): Empirische Untersuchungen zum Lehren und Lernen von Mathematik. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, S. 7-25.
- Burscheid, H. J., & Struve, H. (2010). Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen. Ein Beitrag zu ihrer Grundlegung. Hildesheim: Franzbecker.
- Hefendehl-Hebeker, L. (2015): Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule. In: A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G. Rück (Hrsg.): Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze. Wiesbaden: Springer Spektrum, S. 15-32.
- Hoffart, E. (2015). Aus einem anderen Blickwinkel – *Lehramtsstudierende reflektieren im Seminar "MatheWerkstatt"*. In: Kompetenzzentrum der Universität Siegen (Hrsg.), Die Idee dahinter ... Aspekte zur Gestaltung lernreicher Lehre (S. 47-62). Siegen: UniPrint.
- Pielsticker, F., & Witzke, I. (2017). Design, Reflexion, Entwicklung und Innovation – Digitalisierung (DREI-D): 3D-Printing Technology in Mathematics Education. <https://drive.google.com/file/d/0B6IVn-EKd-N0X2I5YzFRbHppbmM/view>. Zugriff 02. August 2017.
- Tall, D. (2013). How Humans Learn to think Mathematically. New York: Cambridge University Press.
- Witzke, I. (2009). Die Entwicklung des Leibnizschen Calculus. Eine Fallstudie zur Theorieentwicklung in der Mathematik. Hildesheim: Franzbecker.