

# Integrierte Fahrdynamikregelung mittels eines hybriden Ansatzes aus Modellinversion, heuristischer beziehungsweise modellprädiktiver relativer Stellgrößenverteilung und der Integration bekannter Regelungssysteme

Johannes Köppern

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät ET/IT, Lehrstuhl RST der TU Dortmund  
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Gutachter:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Torsten Bertram, TU Dortmund
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Otter, TU München

Die Dissertation wurde am 19.12.2018 bei der TU Dortmund eingereicht und durch  
die Fakultät ET/IT, Lehrstuhl RST am 21.01.2019 angenommen. Die mündliche  
Prüfung fand am 27.11.2019 statt.



## Zusammenfassung

The *Global Chassis Control* approach of this thesis determines control signals, by which a car will translate a motion demand as precisely as possible. Inputs to the controller are the motion demand on the level of horizontal acceleration, measurements from the vehicle and parameters of the environment. While determining suitable control signals the controller considers the entire motion demand and the entire set of control possibilities at the same time. If there remains any left choice, the controller uses this to improve the driving stability. This is achieved by minimizing the grip usage of each tire. The control approach is applicable to modern vehicles with today's control units, sensors and estimators. During the development, the applicability of the control system to road vehicles according to the state of the art with regard to available measured variables and computing power of the available control units was taken into account.

Die integrierte Fahrdynamikregelung vorliegender Arbeit bestimmt aus einer Bewegungsvorgabe auf Beschleunigungsebene, Messgrößen vom Fahrzeug und momentanen Umweltparametern Stellgrößen, die das Fahrzeug die Bewegungsanforderung möglichst exakt umsetzen lassen. Die Stellgrößen werden unter gleichzeitiger Berücksichtigung jeder Komponente der Bewegungsvorgabe und der Gesamtheit der verfügbaren Stellmöglichkeiten ermittelt. Verbleiben nach Umsetzen der Vorgabe Freiheitsgrade in den Stellgrößen, so werden diese genutzt, um die Fahrsicherheit zu steigern, indem jeder Reifen möglichst weit von seiner Kraftschlussgrenze entfernt betrieben wird. Bei der Entwicklung wurde die Anwendbarkeit des Regelungssystems an Straßenfahrzeugen nach dem Stand der Technik hinsichtlich verfügbarer Messgrößen und Rechenleistung der verfügbaren Steuergeräte berücksichtigt.



*Wat kütt, dat kütt.*



Für meine Eltern und meine liebe Vivien.





---

## Danksagung

Ich danke Herrn *Univ.-Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr. h.c. Torsten Bertram*, der mir in einer schwierigen Situation zur Seite stand, für seine Unterstützung bei vorliegender Arbeit, für seine wertvollen fachlichen Eingaben und Erklärungen zum Aufbau vorliegender Arbeit, seiner enormen Hilfsbereitschaft, für die Möglichkeit, von seiner fachlichen Kompetenz zu lernen und den überaus freundlichen Umgang mit mir.

Ich danke Herrn *Univ.-Prof. Dr.-Ing. Martin Otter* für seine Unterstützung beim Schreiben meiner Dissertation, die kollegiale Zusammenarbeit am DLR, sein Auftreten als Zweitgutachter für vorliegende Arbeit und die Ehre, mit ihm im Projekt *Modelisar* gearbeitet zu haben.

Ich danke *Dr.-Ing. Johann Bals* für meinen Arbeitsplatz innerhalb seiner Abteilung und dort für meine interessante wissenschaftliche Aufgabe, im Rahmen derer ich vorliegende Arbeit inhaltlich entwickelte.

Ich danke Herrn *Dr.rer.nat. Andreas Pfeiffer* für seine Unterstützung mit mathematischen Ratschlägen im Rahmen meiner Arbeit an der integrierten Fahrdynamikregelung.

Ich danke Herrn *Univ.-Prof. Dr. rer. pol. Johannes Schneider* für seine Ratschläge während meiner Suche nach einem Betreuer für meine Arbeit und seine Empfehlung, mich nicht unterkriegen zu lassen.

Ich danke dem *Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)* für das Graduiertenkolleg *DLR\_Graduate\_Program*, an dem ich teilnehmen durfte.

Ich danke *Patrick Chombart* für seine Arbeit als *Modelisar*-Projektleiter, unsere hervorragende Zusammenarbeit und unsere sehr angenehmen Treffen während der Projektlaufzeit.

Ich danke meinen ehemaligen Kollegen *Dr. Jakub Tobolar*, *Prof. Dr. Marcus Baur* und *Dr.-Ing. Tilman Bunte* für die Unterstützung während meiner Zeit am DLR.

Ich danke Frau *Monika Klauer* für Ihre schnelle, unkomplizierte und professionelle Hilfe bei allen organisatorischen Belangen, wie beispielsweise der Buchung von Dienstreisen, und ihre allzeit freundliche Art.

Ich danke *Ture von Trautenberg* für die sehr wertvolle Diskussion vorliegender Fahrdynamikregelung hinsichtlich der Darstellung ihrer Anwendbarkeit in Serienfahrzeugen.

Ich danke meinen Freunden *Dr.rer.nat. Roman Pobel*, *Dr.-Ing. Sebastian Türmer* und *Agnieszka Pochopien* für die gemeinsame Zeit in München und ihre moralische Unterstützung beim Schreiben vorliegender Arbeit.

Ich danke meinen Eltern *Heidi* und *Hans-Martin*, die zum einen meinen Weg bis an den aktuellen Punkt ebneten, mich in meiner persönlichen sowie beruflichen Entwicklung hervorragend förderten und zum anderen vorliegende Arbeit Korrektur lasen.

Ich danke *Vivien*, die unzählige Stunden für die Korrektur meiner Arbeit aufwendete und mir diesen Gefallen erwies, obwohl sie die Arbeit fachlich nicht interessieren konnte. Sie lernte während der Korrektur beiläufig  $\LaTeX$ -Grundzüge und dachte die Gleichungen in dieser Arbeit soweit durch, dass sie mich auf Fehler darin aufmerksam machen konnte.

Ich danke weiterhin dem *Bundesministerium für Bildung und Forschung* für die Förderung des Forschungsprojekts *Modelisar*.



# Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Notation</b>	<b>I</b>
<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation für die Entwicklung einer integrierten Fahrdynamikregelung	2
1.2	Zielsetzung und Aufgabenstellung für diese Arbeit . . . . .	4
1.3	Stand der Technik (integrierte Fahrdynamikregelung) . . . . .	7
1.4	Überprüfte wissenschaftliche Hypothese . . . . .	10
1.5	Allgemeine Vorgehensweise in dieser Arbeit . . . . .	11
1.6	Gliederung vorliegender Arbeit . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Methodische Grundlagen vorliegender Fahrdynamikregelung</b>	<b>14</b>
2.1	Eingangs-Ausgangs-Linearisierung . . . . .	14
2.2	Modellprädiktive Regelung zur <i>optimalen</i> Stellgrößenverteilung . . . . .	16
2.3	Stellgrößenallokation im Allgemeinen . . . . .	18
2.4	Stellgrößenbeschränkungen durch Pseudo-Control-Hedging berücksichtigen	20
<b>3</b>	<b>Modellierung der Fahrdynamik für Reglerentwurf und Simulation</b>	<b>22</b>
3.1	Fahrzeug- und Radkoordinatensysteme und -freiheitsgrade . . . . .	22
3.2	Reifen und Reifenkräfte . . . . .	24
3.3	Zweispurmodell als Grundlage für die Reglersynthese . . . . .	27
3.3.1	Stellgrößen (Beitrag vorliegender Arbeit) . . . . .	31
3.4	ROMO-Mehrkörpermodell als Bewertungsmodell für die Simulation . .	32
3.5	Versuchsträger ROMO . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Entwurfsmodell des inversen Modells</b>	<b>34</b>
4.1	Ermittlung der Modellparameter . . . . .	38
4.2	Inversion des Entwurfsmodells . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Stellgrößenaufteilung vor der Inversion</b>	<b>43</b>
5.1	Vorgehensweise (allgemein) . . . . .	45
5.2	Drehmomente und relative Hilfsgrößen zu deren Verteilung . . . . .	46
5.3	Lenkwinkeldifferenz beziehungsweise Lenkwinkelunterschied als Hilfsgröße	52
5.4	Realisierung der unterlagerten Lenkwinkeldifferenzregelung . . . . .	53
5.5	Zusammenfassung für die betrachteten Fahrzeugkonfigurationen . . . .	54
5.6	Vergleich der Methode mit der Standard-Stellgrößenallokation . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Stellgrößenbestimmung zur Umsetzung der Bewegungsanforderung</b>	<b>58</b>
6.1	Skizze der Vorgehensweise mit dem Zweispurmodell . . . . .	58
6.2	Inverses Modell . . . . .	62
6.3	Das inverse Modell regelt in Simulationen ein Zweispurmodell . . . . .	63
6.4	Erwarteter Ruck unter Berücksichtigung der Beschränkungen . . . . .	68
6.5	Rekonfiguration des inversen Modells . . . . .	70
6.5.1	Ausfall eines Lenkaktuators . . . . .	70
6.5.2	Integration vorhandener Regelungssysteme, wie z. B. ABS . . . . .	72

<b>7</b>	<b>Bestimmung der Eingangsgrößen des inversen Modells</b>	<b>74</b>
7.1	Schätzer . . . . .	74
7.2	Äußerer Regelkreis und Filterung der Bewegungsanforderung . . . . .	77
7.3	Hilfsgrößenwahl zum Erreichen des sekundären Ziels . . . . .	82
7.3.1	Hilfsgrößenwahl durch einen heuristischen Ansatz . . . . .	82
7.3.2	Hilfsgrößenwahl durch modellprädiktive Optimierung . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>90</b>
8.1	Integrierte Fahrdynamikregelung im Abtastsystem . . . . .	90
8.2	Simulation des Manövers <i>Bremsen in der Kurve</i> . . . . .	92
<b>9</b>	<b>Worst-Case-Analyse unter Schätz- und Parameterfehlern</b>	<b>101</b>
<b>10</b>	<b>Diskussion, Fazit und Ausblick</b>	<b>104</b>
10.1	Allgemeine Diskussion . . . . .	104
10.2	Vorteile und Einschränkungen . . . . .	106
10.3	Fazit . . . . .	110
10.4	Ausblick . . . . .	111
	<b>Anhang</b>	<b>113</b>
<b>A</b>	<b>Kurzskizze des vorliegend entwickelten Reglers</b>	<b>113</b>
<b>B</b>	<b>Stand der Technik (integrierte Fahrdynamikregelung)</b>	<b>115</b>
B.1	Bekannte Ansätze . . . . .	115
B.2	Erkenntnisse für diese Arbeit . . . . .	122
B.3	Offene Aufgaben . . . . .	123
<b>C</b>	<b>Theoretisches Optimum des Kriteriums</b>	<b>124</b>
<b>D</b>	<b>Modellprädiktive Regelung</b>	<b>126</b>
<b>E</b>	<b>Modelica-Code des Entwurfsmodells</b>	<b>129</b>
E.1	Eingangsgrößen . . . . .	129
E.2	Kontaktpunktgeschwindigkeiten . . . . .	132
E.3	Koordinatentransformation der ebenen Kontaktpunktgeschwindigkeiten	132
E.4	Berechnung der ebenen Reifenkräfte . . . . .	132
E.5	Projektion der Reifenkräfte auf die generalisierte Beschleunigung . . . .	132
<b>F</b>	<b>Eingangs-Ausgangs-Linearisierung</b>	<b>133</b>
F.1	Interne Dynamik und Nulldynamik . . . . .	135
F.2	Spezialfall <i>Eingangs-Zustands-Linearisierung</i> . . . . .	139
F.3	Diskussion des Verfahrens der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung . . . .	139
<b>G</b>	<b>Differenzielle Flachheit</b>	<b>140</b>
<b>H</b>	<b>Lie-Ableitung</b>	<b>141</b>

---

<b>I</b>	<b>Modellinversion mit Modelica</b>	<b>141</b>
I.1	Model Plant . . . . .	143
I.2	Model InversePlants . . . . .	143
<b>J</b>	<b>Diskussion Q-Filter</b>	<b>144</b>
<b>K</b>	<b>Bildschirmfotos zu der Simulation aus Abschnitt 8</b>	<b>144</b>
<b>L</b>	<b>Programmcode</b>	<b>145</b>
L.1	Entwurfsmodell als Funktion . . . . .	145
L.2	Bestimmen der Jacobi-Matrizen durch Differenzenquotienten . . . . .	148
L.3	Schätzer des reifenkraftinduzierten Drehmomentes . . . . .	149
L.4	Bildschirmfotos des Modelica-Modells . . . . .	152
<b>M</b>	<b>Dieser Arbeit zugeordnete Publikationen</b>	<b>156</b>
<b>N</b>	<b>Literatur</b>	<b>157</b>



## 0 Notation

### Lateinische Symbole

Symbol	Beschreibung
$l$ .	Größe $\cdot$ , dargestellt im inertialen Koordinatensystem
$v$ .	Größe $\cdot$ , dargestellt im fahrzeugfesten Koordinatensystem
$A$	Projiziert reduzierte Stellgrößen auf Stellgrößen
$\hat{a}$	Gefilterte Beschleunigungsvorgabe
$\dot{\hat{a}}^*$	Rate der gefilterten Beschleunigungsvorgabe ohne Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen
$a_{\text{ref}}$	Referenzbeschleunigung
$a_{\text{regler}}$	Vom Fahrer bestimmter Beschleunigungsanteil, um Fahrzeug auf geplanten Pfad zu regeln
$(a)_{x/y}$	Längs- beziehungsweise Querbearbeitung (zwei Skalare)
$(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})_{\text{dgl}}$	Terme der Differentialgleichung des Zweispurmodells
$c_a^\circ$	Kriterium, das das Umsetzen des Referenzrucks bewertet
$\mathbf{E}_{m \times n}$	$m \times n$ -Einheitsmatrix
$f_i$	Betrag der ebenen Reifenkraft des $i$ -ten Reifens
$\mathbf{f}_a$	Ermittelt die ebene generalisierte Fahrzeugbeschleunigung mit dem Entwurfsmodell,
$\mathbf{f}_f$	Ermittelt die ebenen Reifenkräfte mit dem Entwurfsmodell
$\mathbf{f}_{\text{IM}}$	Funktion des inversen Modells, bestimmt reduzierte Stellgrößen aus Zustandsgrößen, Umweltparametern, Bewegungsanforderung und Hilfsgrößen
$\mathbf{f}_{\text{gen}}$	Generalisierte, ebene, im Fahrzeugschwerpunkt wirkende Kraft ( <i>Längs-, Querkraft, Drehmoment um Hochachse</i> , $\in \mathbb{R}^3$ )
$f_{\text{max},i}$	Betrag der maximal übertragbaren ebenen Reifenkraft des $i$ -ten Reifens
$\mathbf{f}_{xy}$	Die acht ebenen Reifenkräfte $\in \mathbb{R}^8$
$\mathbf{f}_z$	Vektor der Radaufstandskräfte
$\Delta \mathbf{f}_z$	Abweichung der Radaufstandskräfte vom Arbeitspunkt der Linearisierung
$\mathbf{G}$	Matrix, die $\mathbf{f}_{xy}$ auf $\mathbf{f}_{\text{gen}}$ projiziert $\in \mathbb{R}^{3 \times 8}$
$\tilde{\mathbf{G}}$	$\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{G}$
KOS	Koordinatensystem
$\mathbf{k}_s$	Erweiterte Längs- beziehungsweise Querschlupfsteifigkeiten, $\mathbf{k}_s := (\mathbf{k}_{s_x}^T, \mathbf{k}_{s_y}^T)^T$
$m_{\text{fahrzeug}}$	Fahrzeugmasse
$\mathbf{M}$	Generalisierte Massenmatrix des Fahrzeugs einschließlich des Massenträgheitsmoments um die Hochachse

$N(\mathbf{G})$	Nullraum der Matrix $\mathbf{G}$
$\mathbf{p}(t)$	Geplanter Verlauf der Referenzfahrzeugposition in der Fahrbahnebene
$\mathbf{R}_{\text{rad}}$	Matrix der Reifenradien
$\tilde{\mathbf{R}}_{\text{rad}}$	$\tilde{\mathbf{R}}_{\text{rad}} = (\mathbf{R}_{\text{rad}}, \mathbf{0}_{4 \times 4})$
$\mathbf{s}_i$	Vektor des ebenen Reifenschlupfs des $i$ -ten Reifens
$s_i$	Betrag des $i$ -ten Reifenschlupfs
$t$	Zeit
$\mathbf{U}$	Projiziert Stellgrößen auf vollständige Stellgrößen
$\mathbf{U}_\tau(t)$	Projiziert Stellgrößen auf vollständige Drehmomente
$\mathbf{U}_\delta$	Projiziert Stellgrößen auf vollständige Lenkwinkelraten
$\mathbf{u}$	Stellgrößenvektor
$\mathbf{u}_{\text{red}}$	Vektor der reduzierten Stellgrößen
$\mathbf{u}_{\text{red}}^*, \mathbf{u}^*, \bar{\mathbf{u}}^*$	Stellgrößen, ermittelt zur Umsetzung der Bewegungsanforderung, werden mit Stellgrößen zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihren stabilen Betriebsbereich superpositioniert
$\bar{\mathbf{u}}$	Vollständige Stellgrößen, $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{\mathbf{u}}_\tau^T, \bar{\mathbf{u}}_\delta^T)^T \in \mathbb{R}^8$
$\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$	Vollständige Lenkwinkelraten, kommandiert um einen Lenkwinkelunterschied einzustellen
$\bar{\mathbf{u}}_\delta$	Die vier vollständigen Lenkwinkelraten, nicht alle zwangsläufig stellbar
$\bar{\mathbf{u}}_\tau$	Die vier vollständigen Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente, nicht alle zwangsläufig stellbar
$\mathbf{x}$	Zustandsgrößen des Zweispurmodells, $(\mathbf{x}_h^T, \mathbf{x}_v^T, \boldsymbol{\delta}^T, \boldsymbol{\omega}^T)^T$
$\mathbf{x}_{\text{fahrbahn}}$	Fahrzeugposition auf der Fahrbahn einschließlich Orientierung $\mathbf{x}_{\text{fahrbahn}} := (x_{\text{fahrbahn}}, y_{\text{fahrbahn}}, \psi)^T$
$\mathbf{x}_h$	Horizontale Zustandsgrößen des Zweispurmodells $\mathbf{x}_h := (x_{\text{fahrbahn}}, y_{\text{fahrbahn}}, \psi, \dot{x}_{\text{fahrbahn}}, \dot{y}_{\text{fahrbahn}}, \dot{\psi})^T$
$\mathbf{x}_v$	Vertikale Zustandsgrößen des Zweispurmodells
$\varphi$	Wankwinkel
$\theta$	Nickwinkel
	$\mathbf{x}_v := (\theta, \varphi, z, \dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{z})^T$
$\mathbf{y}$	Systemausgang, Fahrzeugposition auf Fahrbahnebene



## Griechische Symbole

Symbol	Beschreibung
$\beta$	Schwimmwinkel
$\gamma$	Gesamthilfsgrößenvektor
$\gamma_\delta$	Hilfsgrößenvektor zur Lenkwinkelratenverteilung
$\gamma_\tau$	Hilfsgrößenvektor zur Drehmomentverteilung
$\delta$	Lenkwinkel
$\zeta_i$	Schlupfbezogener Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials des $i$ -ten Reifens
$\zeta_{\max}$	Über einen Zeitraum und über alle vier Reifen maximales $\zeta_i(t)$
$\eta_i$	Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials des $i$ -ten Reifens
$\hat{\eta}_i$	Modifizierter Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials des $i$ -ten Reifens, monoton über den Schlupf
$\eta_{\max}$	Über einen Zeitraum und über alle vier Reifen maximales $\eta_i(t)$
$\hat{\eta}_{\max}$	Über einen Zeitraum und über alle vier Reifen maximales $\hat{\eta}_i(t)$
$\Theta_w$	Massenträgheitsmomente der Räder bezüglich ihrer Rollachsen $\in \mathbf{R}^{4 \times 4}$
$\kappa$	Vektor der Umweltparameter, z. B. Reibbeiwerte
$\mu$	Reibbeiwerte zwischen Reifen und Straße $\in \mathbf{R}^4$
$\sigma(\mathbf{A})$	Spektrum der Matrix $\mathbf{A}$
$\tau_{\text{fahrbahn}}$	Reifenkraftinduzierte Drehmomente
$\varphi_i$	Schlupfwinkel des $i$ -ten Reifens
$\psi$	Gierwinkel
$\omega$	Radwinkelgeschwindigkeiten

## Koordinatensysteme

Symbol	Beschreibung
I	Inertiales Koordinatensystem
v	Fahrzeugfestes Koordinatensystem
$w_i$	Koordinatensystem des $i$ -ten Reifens in der Fahrbahnebene, mit dem entsprechenden Lenkwinkel gedreht

## Allgemeine Notation

Symbol	Beschreibung
$a_b/c$	Zusammengefasste Schreibweise für die beiden Größen $a_b$ und $a_c$ ,
${}^a b$	Größe $b$ dargestellt im Koordinatensystem $a$
$L_a b(x)$	$\frac{\partial b(x)}{\partial x} a(x)$
$\overset{(i)}{a}$	$\frac{d^i a}{dt^i}$
$\overset{v}{a}$	Relative zeitliche Ableitung der Größe ${}^v a$ , dargestellt im Koordinatensystem $v$
$\dot{a} = \frac{da}{dt}$	Absolute zeitliche Ableitung der Größe $a$



# 1 Einleitung

Im Jahr 1950 wurden, wie [Köppern, 2017] zitiert, in Deutschland 308 Menschen je 100.000 motorisierte Fahrzeuge bei Unfällen getötet. Dieses Verhältnis sank 1970 auf 102, 1990 auf 25, 2000 auf 14 und 2010 auf 7 Getötete je 100.000 Fahrzeuge [Statistisches Bundesamt, 2013]. Ebenso fiel die Zahl der in Deutschland je eine Milliarde KFZ-Kilometer Getöteten von 19,7 Menschen im Jahr 1991 über 10,2 im Jahr 2001 und 5,6 im Jahr 2011 auf 4,2 getötete Menschen im Jahr 2016 [Statistisches Bundesamt, 2017]. Als Ursache für diese Entwicklung wird unter anderem die Veränderung der technischen Ausstattung der Fahrzeuge angegeben [Vorndran, 2010]. Dabei wird allgemein zwischen dem fahrtechnischen Ausrüstungsstand eines Fahrzeugs zum Vermeiden von Unfällen (*aktive Sicherheit*) und dem Ausrüstungsstand zur Abmilderung von Unfallfolgen (*passive Sicherheit*) unterschieden [Bauer, 2013]. Zum Beispiel ist der Sicherheitsgurt eine Komponente der passiven Sicherheit. Bereits im Jahr 1977 belegten Unfalldaten einen Rückgang von Getöteten bei jeweils vergleichbaren Verkehrsunfällen durch Anlegen eines Sicherheitsgurts um 30-40 % [Schuh, 2011].

Seit einigen Jahren wird die Fahrsicherheit hauptsächlich durch Komponenten der aktiven Sicherheit gesteigert [Knoll und Langwieder, 2006]. Die Fahrdynamikregelungssysteme können den Fahrer bei der Umsetzung der Bewegungsanforderung unterstützen beziehungsweise selbst eine sichere Bewegungsanforderung vorgeben. Auch die Bewegungsanforderung nicht vom menschlichen Fahrer generieren zu lassen, kann die Fahrsicherheit steigern, da zum Beispiel für 2015 in Deutschland 88 % der Unfälle mit Personenschaden durch menschliches Fehlverhalten verursacht wurden [Statistisches Bundesamt, 2016]. Damit eine Bewegungsanforderung, ob nun von einem menschlichen Fahrer formuliert oder von einem System zur automatisierten Fahrt generiert, durch Stelleingriffe umgesetzt wird, muss eine Schnittstelle zwischen der Bewegungsanforderung und den Stellgrößen geschaffen werden. Doch auch mit dem Mensch als Fahrer steigerte eine Fahrdynamikregelung faktisch beziehungsweise potentiell bereits in den 2000er-Jahren die Fahrsicherheit. So gibt die *European Accident Causation Survey* (EACS) an, dass 40 % der tödlichen Unfälle in Europa auf den Kontrollverlust über das Fahrzeug zurückzuführen sind. Für 67 % dieser Unfälle hätte beispielsweise das Fahrdynamikregelungssystem *elektronisches Stabilitätsprogramm* (ESP), ein aktives Sicherheitssystem, *wahrscheinlich* oder *definitiv* eine positive Wirkung gezeigt [Sferco et al., 2001]. Es konnten durch ESP Rückgänge von Unfällen mit Personenschäden von 8 % bis über 50 % beobachtet werden [Langwieder et al., 2004]. Dies dokumentiert, dass eine weiterführende Stabilisierung zu einer zusätzlichen Steigerung der Verkehrssicherheit beitragen könnte.

Die Systeme der aktiven Sicherheit sind bereits hierarchisch strukturiert und bauen in ihren Funktionalitäten aufeinander auf. Jedoch werden in heutigen Fahrzeugen die einzelnen Funktionen durch unterlagerte Regler dargestellt. Sie sind jeweils einer isolierten Teilaufgabe der Fahrdynamikregelung zugeordnet: Zum Beispiel verhindert das *Antiblockiersystem* (ABS) das Blockieren der Reifen beim Bremsen, die *Antriebs-schlupfregelung* (ASR) deren Durchdrehen beim Beschleunigen und ESP stabilisiert die

*Gierdynamik* des Fahrzeugs, also seine Drehung um die Fahrzeughochachse. Ein Koordinieren der Einzelsysteme und damit ihre Bündelung in einem Gesamtsystem kann das fahrdynamische Potential weiter ausschöpfen und sekundäre Ziele, wie auch von dieser Arbeit verfolgt, die Steigerung der Fahrsicherheit, erreichen lassen [Trächtler, 2005]. Ein übergreifendes System für alle Aspekte der Fahrdynamikregelung wird als *integrierte Fahrdynamikregelung* (iFR) bezeichnet. Alternativ zur verbesserten Koordinierung kann ein ganzheitliches System zur iFR von Grund auf neu entwickelt werden. Vorliegend wird eine Variante eines derartigen Systems betrachtet. Dieses System soll die skizzierten Einzelsysteme durch ein System ersetzen, das alle verfügbaren Stellgrößen in einem gesamtheitlichen Ansatz aus der vollständigen ebenen Bewegungsanforderung bestimmt. Diese Bewegungsanforderung wird entweder vom Fahrer oder einem System zur Pfadplanung vorgegeben. Diese Vorgabe setzt sich aus Längs-, Quer- und Gierbeschleunigung zusammen [Bünthe und Andreasson, 2006a].

Die vorliegend eingeführte iFR ist durch Adaption an beliebige Fahrzeugkonfigurationen anwendbar. Sie ist zur Laufzeit rekonfigurierbar und erlaubt, andere Fahrdynamikregelungssysteme zu integrieren. Das Regelungssystem bestimmt gesamtheitlich alle Stellgrößen zur Umsetzung der Bewegungsanforderung aus allen Komponenten dieser.

## 1.1 Motivation für die Entwicklung einer integrierten Fahrdynamikregelung

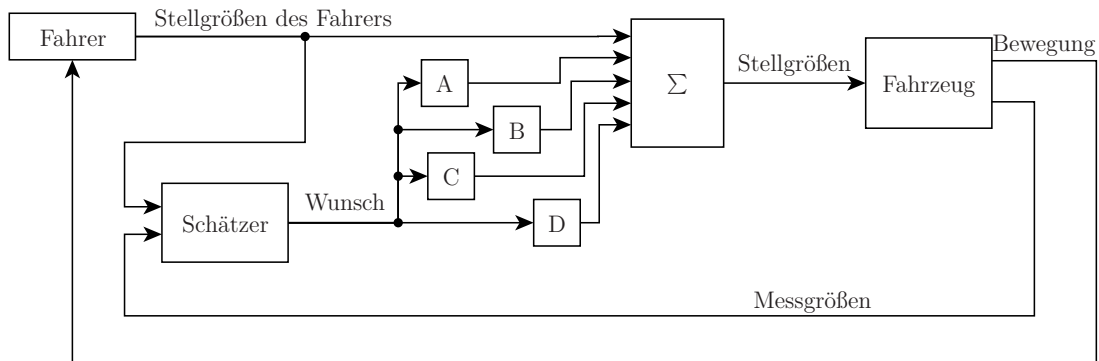
Die Entwicklung eines neuartigen Ansatzes zur Fahrdynamikregelung wird durch die Nachteile im heutigen Stand der Technik und durch zusätzliche Anforderungen durch veränderte Fahrzeugkonfigurationen und dem Wunsch nach teil- beziehungsweise voll-automatisierter Fahrt motiviert.

Die heute in Serienfahrzeugen teilweise vorhandenen Regelungssysteme überlagern meist die Stelleingriffe des Fahrers. Regelungssysteme, wie ESP, kommandieren lediglich zusätzliche Stellgrößen. Auch die intransparente und unkoordinierte Wirkung der verschiedenen und unabhängig agierenden Fahrdynamikregelungssysteme erschließt das fahrdynamische Potential eines Fahrzeugs nicht vollständig.

Die Vielzahl der Systeme ist weiterhin auf einzelnen Steuergeräten implementiert. Damit gehen Kosten für die physikalischen Systeme, deren Gehäuse mit notwendiger Ausstattung, wie zum Beispiel Kühleinrichtungen, sowie deren Kabelanbindungen einher. Ein übergreifendes Regelungssystem könnte dagegen, auch wenn das System redundant ausgelegt wäre, in weniger Komponenten realisiert werden. Insgesamt unterstützen die heute vorhandenen Systeme den Fahrer bei der Stabilisierung der Fahrt; sie berücksichtigen dabei aber kaum das Erreichen sekundärer Ziele, wie das Steigern der Sicherheitsreserve des Fahrzeugs.

Abbildung 1.1 zeigt die heutigen Wirkpfade der Stellgrößen vom Fahrer und der einzelnen Regelungssysteme auf das Fahrzeug. In [Reinold und Trächtler, 2013] ist dieser Zusammenhang durch eine ähnliche Abbildung dargestellt.

Schon seit mehr als einem Jahrzehnt nimmt die Elektrifizierung der Straßenfahrzeuge zu [Wallentowitz und Freialdenhoven, 2011]; unter anderem wächst deswegen das vorhandene fahrdynamische Potential weiter an. An die so entstehenden Fahrzeugar-



**Abbildung 1.1:** Stellgrößen vom Fahrer und von den Regelungssystemen wirken gemeinsam auf das Fahrzeug. Aus den Stellgrößen vom Fahrer wird ein Bewegungswunsch abgeleitet. Die exemplarisch mit A, B, C und D bezeichneten Regelungssysteme ermitteln zusätzliche Stellgrößen, mit denen die vom Fahrer überlagert werden. Die Abbildung orientiert sich an [Reinold und Trächtler, 2013].

chitekturen werden häufig die konventionellen Regelungskonzepte lediglich angepasst. Dies kann beispielsweise geschehen, indem die Fahrzeuge durch Einführen von Kopplungen virtuell der konventionellen Architektur angeglichen werden. Damit wird aber nicht zwangsläufig das volle fahrdynamische Potential des Fahrzeugs erschlossen. Ansätze, wie in [Yu et al., 2013], gehen zwar auf die neuen Aktuationsmöglichkeiten elektrifizierter Fahrzeuge ein. So nutzt genannte Quelle beispielsweise seitenweise unterschiedlich stellbare Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente, um auf die Gierdynamik einzuwirken. Es werden jedoch auch mit diesen Ansätzen keine ganzheitlichen Strategien verfolgt, die zwangsläufig das gesamte fahrdynamische Potential des Fahrzeugs adressieren. Die in dieser Arbeit entwickelte iFR soll das vorhandene Potential weitgehend zugänglich machen. Auch wird im Stand der Technik nicht die Möglichkeit der veränderten Fahrzeugkonfiguration genutzt, um ein sekundäres Ziel zu erreichen. Das sekundäre Ziel kann zum Beispiel das Steigern des Fahrkomforts oder der Fahrsicherheit sein. Damit motiviert auch die sich verändernde Gestalt der Straßenfahrzeuge die Entwicklung des vorliegenden Regelungssystems.

Zwar Bedürfen etliche Fragen im Umfeld der automatisierten Fahrt, sofern der Fahrer zumindest zeitweise die Fahraufgabe an ein Computersystem delegiert, Klärung [Fraedrich und Lenz, 2014, Cacilo et al., 2015], doch werden aktuell von vielen Seiten Einrichtungen für die automatisierte beziehungsweise teilautomatisierte Fahrt entwickelt [Ziegler et al., 2014, Rauch et al., 2012, Matthaei et al., 2015, Burkert, 2017, Bernhart, 2016]. Die Bewegungsvorgabe eines Systems zur automatisierten Fahrt muss, beispielsweise von einem System zur iFR, in geeignete Stellgrößen übersetzt werden. Auch aus diesem Grund besteht der Bedarf an einer Schnittstelle zwischen der Bewegungsanforderung und den Stellgrößen.

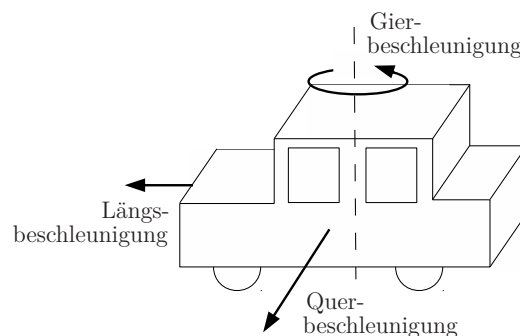
Ebenso ist meist jedes der heutigen Fahrdynamikregelungssysteme einer isolierten Teilaufgabe der Stabilisierung der Fahrzeugbewegung beziehungsweise der Raddrehzahlen zugeordnet. So existiert zum Beispiel gleichzeitig ein ABS und ein ASR, um die Reifen beim Bremsen beziehungsweise beim Beschleunigen des Fahrzeugs zu stabilisieren. Durch genannte Regelungssysteme werden die Winkelgeschwindigkeiten der Räder

stabilisiert, sie also in ihre jeweils stabilen Betriebsbereiche zurückgeführt. Diese unabhängigen Systeme sind so ausgelegt, dass sie sich möglichst nicht gegenseitig behindern. Teilweise sind die Systeme zur Verbesserung der Kooperation untereinander auch, wie gefordert, vernetzt [Trächtler, 2005].

Es ist wünschenswert, die bestehenden Nachteile im Stand der Technik zu überwinden und die vorhandenen Lücken zu schließen. Dazu soll in dieser Arbeit ein gesamtheitlicher Ansatz für die Fahrdynamikregelung in Straßenfahrzeugen vorgeschlagen werden.

## 1.2 Zielsetzung und Aufgabenstellung für diese Arbeit

Die iFR soll Stellgrößen aus einer relativen ebenen Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^3$ , dargestellt im fahrzeugfesten Koordinatensystem  $v$  mit den Richtungen aus Abbildung 1.2, ermitteln, die die Bewegungsanforderung umsetzen lassen. Sofern ein Reifen außerhalb seines stabilen Betriebsbereichs betrieben wird, soll dieser ausschließlich in seinen stabilen Betriebsbereich zurückgeführt werden. Während dieser Rückführung steht er nicht mehr zur Umsetzung der Bewegungsanforderung zur Verfügung. Die Wirkung der Rückführung auf die Fahrzeugbewegung ist bei der Bestimmung der verbleibenden Stellgrößen zu berücksichtigen.



**Abbildung 1.2:** Das Fahrzeug beziehungsweise dessen Schwerpunkt kann in den Richtungen der Fahrbahnebene jeweils eine translatorische Beschleunigung in Fahrzeuginnen- und -außenrichtung sowie eine rotatorische Beschleunigung um seine Hochachse erfahren. Aus diesen Komponenten setzt sich die Bewegungsanforderung zusammen.

Um Kopplungen unter den Raddrehzahlen und den Lenkwinkeln abbilden zu können, wählt vorliegende Arbeit die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente als Stellgrößen. Diese wirken direkt auf die erste zeitliche Veränderung der Fahrzeugbeschleunigung, den sogenannten *Ruck*. Auf diesen wirken weiterhin die Lenkwinkelraten direkt und somit werden diese ebenfalls als Stellgrößen gewählt.

Vorliegende iFR ermittelt durch Modellinversion Stellgrößen. Sie zieht dazu

- eine Referenz-Beschleunigungsänderung,
- geschätzte Zustandsgrößen des Fahrzeugs und der Fahrt sowie
- von ihr vor der Inversion festgelegte Steuergrößen zur Stellgrößenallokation

heran. Genannte Referenz-Beschleunigungsänderung ist die relative Änderung der absoluten ebenen Referenz-Fahrzeugbeschleunigung im fahrzeugfesten Koordinatensystem  $v$ .

Bewegungsvorgabe für die iFR ist die absolute ebene Fahrzeugbeschleunigung. Daher ermittelt die iFR im ersten Schritt einen geeigneten relativen Ruck  ${}^v\tilde{\mathbf{a}}_{\text{ref}}^{\circ}$ , wobei  $\circ$  für die relative zeitliche Ableitung einer Größe steht und  ${}^v\cdot$  anzeigt, dass die Größe im Koordinatensystem  $v$  dargestellt wird.

Relative Ableitung im Koordinatensystem (KOS)  $v : {}^v\tilde{\mathbf{a}}_{\text{ref}}^{\circ}$ .

Die iFR bestimmt  ${}^v\tilde{\mathbf{a}}_{\text{ref}}^{\circ}$  als die zeitliche Differentiation der tiefpassgefilterten Soll-Beschleunigung, überlagert mit der proportionalen Rückführung des Beschleunigungsfehlers. In die Referenzbeschleunigungsänderung soll die, vor dem Hintergrund gegebenenfalls vorhandener Aktuatorbeschränkungen maximal erreichbare, Beschleunigungsänderung eingehen. Genanntes  ${}^v\tilde{\mathbf{a}}_{\text{ref}}^{\circ}$  soll optimal, gemessen an dem Kriterium

$$c_a := \|{}^v\dot{\mathbf{y}}^{\circ} - {}^v\tilde{\mathbf{a}}_{\text{ref}}^{\circ}\|_2, \quad (1.1)$$

umgesetzt werden (primäres Ziel). Genanntes  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}$  setzt sich, wie erklärt, aus den Komponenten der Fahrzeuglängs-, -quer- und Gierbeschleunigung zusammen, vergleiche Abbildung 1.2. Weiterhin sind  $\dot{\mathbf{y}}$  die absolute ebene Fahrzeugbeschleunigung und  ${}^v\dot{\mathbf{y}}^{\circ}$  deren relative Änderungsrate im Koordinatensystem  $v$ . Auf dieser Ebene geschieht, wie angedeutet, die Modellinversion [Köppern, 2010]. Dabei sollen Kopplungen, die beispielsweise durch ein Achsdifferenzial entstehend, berücksichtigt werden.

Verbleiben nach Erreichen des primären Ziels Freiheitsgrade in den Stellgrößen, ist das Fahrzeug also überaktuiert, so sollen diese zum Erreichen eines sekundären Ziels genutzt werden, sofern alle Reifen in ihren stabilen Betriebsbereichen betrieben werden. Das sekundäre Ziel besteht in dieser Arbeit darin, den größten *Ausnutzungsgrad der Kraftschlusspotentiale* der Reifen zumindest qualitativ zu minimieren. Diese Ausnutzung der Kraftschlusspotentiale der Reifen beeinflusst die Fahrsicherheit. Denn wird die Bewegungsanforderung so umgesetzt, dass jeder Reifen ein möglichst großes verbleibendes Kraftschlusspotential besitzt, so kann jeder Reifen weitest möglich genutzt werden, um auf eine veränderte Fahrsituation oder Bewegungsanforderung zu reagieren. In das Kriterium, das das Erreichen des sekundären Ziels quantifiziert,

$$c_{\hat{\eta},t} := \max_t c_{\hat{\eta}}(t), \quad t \in [t_{\text{start}}; t_{\text{ende}}],$$

gehen die, monoton im instabilen Betriebsbereich des jeweiligen Reifens mit dem Schlupf fortgesetzten und in Abschnitt 3.2 definierten, erweiterten Ausnutzungsgrade der Reifen  $\hat{\eta}_i$ ,  $i=1\dots 4$ , ein. Das Kriterium  $c_{\hat{\eta},t}$  bemisst das Erreichen des Ziels des Minimierens des maximalen Ausnutzungsgrads der Reifen über die gesamte Zeit  $t_{\text{start}} \leq t \leq t_{\text{ende}}$  eines Fahrmanövers.

In dieser Arbeit wird unter anderem das Fahrmanöver *DIN ISO 7975 - Bremsen in der Kurve* [DIN ISO 7975, 1987] betrachtet. Dessen Parameter sowie die Zustandsgrößen des Fahrzeugs zu Beginn des Fahrmanövers seien so gewählt, dass die Bewegungsvorgabe über die Zeit des Fahrmanövers physikalisch umsetzbar ist. Dies ist im betrachteten



Manöver vorliegend erreichbar, während sich jeder Reifen ständig in seinem jeweils stabilen Betriebsbereich befindet. Die Bewegungsanforderung gelte als umgesetzt, sofern folgende Kriterien erfüllt sind:

1. Der absolute Fehler zwischen den translatorischen Referenz- und Ist-Beschleunigungen in Längs- beziehungsweise Querrichtung ist in Augenblicken, in denen sich das Fahrzeug nicht in einer Kurveneinfahrt befindet, kleiner als  $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
2. Weiterhin soll der Betrag des Schwimmwinkels  $\beta$  maximal  $0,25^\circ$  sein.
3. Da nach Umsetzen der Bewegungsanforderung für die Fahrzeugkonfiguration aus Abschnitt 3.5 noch Freiheitsgrade in den Stellgrößen verbleiben, wird gefordert, dass

$$\hat{\eta}_{\max}(t) - \hat{\eta}_{\text{mittel}}(t) < 0,075 \quad (1.2)$$

zu jedem Zeitpunkt gilt und dass sich Teile der ebenen Reifenkräfte nicht hinsichtlich ihrer Wirkung auf die ebene Fahrzeugbeschleunigung auslöschen, ohne dabei mindestens ein  $\hat{\eta}_i$  zu verringern, sofern  $\hat{\eta}_{\max}(t) \geq 0,1$  gilt und sich das Fahrzeug nicht in der Kurveneinfahrt befindet.

Die entwickelte iFR soll insgesamt

- Stellgrößen bestimmen, die ein Fahrzeug eine ebene Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene umsetzen lassen,
- für überaktuierte Fahrzeuge das sekundäre Ziel des Minimierens des maximalen Ausnutzungsgrades der Kraftschlusspotentiale der Reifen durch die Wahl der Stellgrößen gering halten,
- bereits vorhandene Systeme, wie zum Beispiel ABS, integrieren beziehungsweise deren Regelungseingriffe berücksichtigen können,
- im Falle eines Aktuatorausfalls im laufenden Betrieb rekonfigurierbar sein,
- nur auf Messgrößen zurückgreifen, die im DLR Versuchsträger ROboMObil (ROMO) und Abbildung 1.3, zur Verfügung gestellt werden,
- auf unterschiedliche Fahrzeugkonfigurationen hinsichtlich deren Stellmöglichkeiten und der Gestalt der vorgebbaren Fahrzeugbewegung anwendbar sein,
- Kopplungen, entstehend beispielsweise durch Achsdifferenziale, berücksichtigen können und
- soll im Regelkreis mit einem Mehrkörpermodell des ROMOs [Brembeck et al., 2011] simuliert werden.



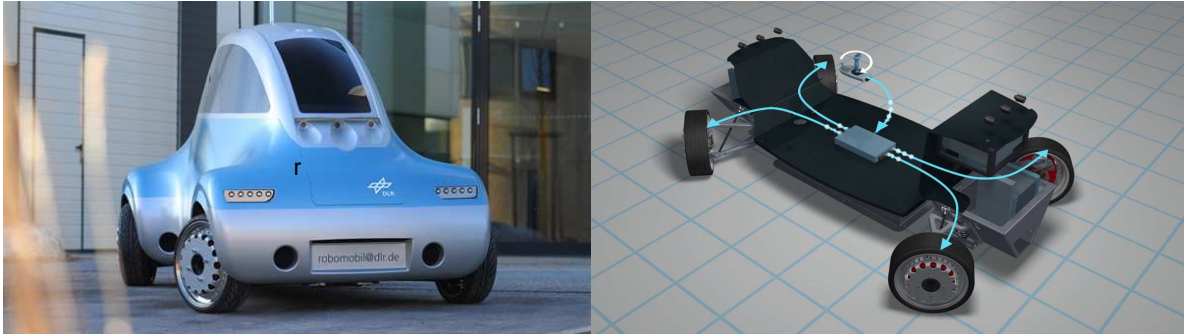


Abbildung 1.3: DLR ROboMObil (ROMO), Quelle: jeweils www.dlr.de, Lizenz: CC BY 3.0

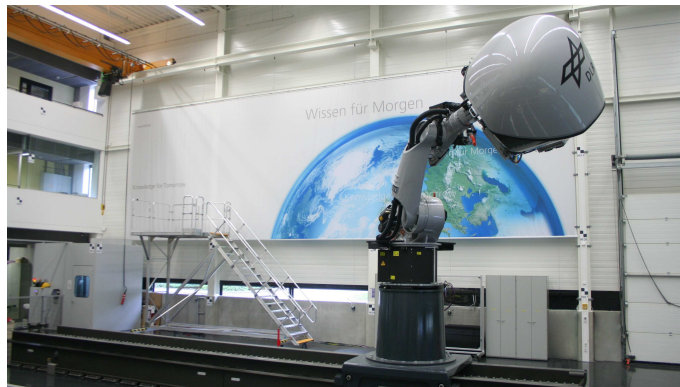


Abbildung 1.4: DLR Robot Motion Simulator, Quelle: www.dlr.de, Lizenz: CC BY 3.0

Für die Simulation ist zum einen genanntes Fahrmanöver *DIN ISO 7975* heranzuziehen. Zum anderen soll der Regelkreis in einer interaktiven Fahrsimulation mit dem, in Abbildung 1.4 gezeigten, *DLR Robot Motion Simulator* [Bellmann et al., 2011] genutzt werden. Die iFR ist in der Sprache *Modelica* [Otter et al., 1998] und in der Simulationsumgebung *Dymola* [Brück et al., 2002] zu modellieren.

### 1.3 Stand der Technik (integrierte Fahrdynamikregelung)

Unter anderem die Veröffentlichungen [Andreasson et al., 2006, Laine, 2007, Knobel, 2007, Köppern, 2017] geben ebenfalls einen Überblick zum Stand der Technik im Umfeld der iFR. Anhang B erörtert ausgewählte bekannte Ansätze, die Erkenntnisse für diese Arbeit und die offenen Aufgaben detaillierter. Die Stellgrößen können beispielsweise als Lösung eines nichtlinearen Optimierungsproblems und wegen der daraus resultierenden fehlenden Echtzeitfähigkeit nur für die Simulation ermittelt werden [Knobel, 2007]. Auch ein analytischer und näherungsweise Ansatz zur Lösung des von [Orend, 2006] vorgeschlagenen Optimierungsproblems wurde untersucht. Dabei wird davon ausgegangen, dass alle acht ebenen Reifenkräfte unabhängig und ohne Zeitverzug stellbar seien. Ebenso können dabei keine Aktuatorbeschränkungen berücksichtigt werden [Moseberg und Roppenecker, 2013, Moseberg, 2016]. Es werden bei diesem Ansatz zunächst acht ebene Referenz-Reifenkräfte ermittelt, die die Bewegungsvorgabe umsetzen lassen. Die anschließende Inversion eines nichtlinearen Reifenmodells liefert Referenz-Raddrehzahlen und Referenz-Lenkwinkel. Diese stellen unterlagerte

Regler ein. Um zusätzlich das sekundäre Ziel des Minimierens des maximalen Ausnutzungsgrads des Kraftschlusspotentials zu erreichen, werden vor der Bestimmung genannter Referenz-Radgrößen die acht ebenen Reifenkräfte mit Kräftekombinationen erweitert, die in ihrer Wirkung neutral auf die Fahrzeugbeschleunigung sind. Diese zusätzlichen Kräfte werden durch Optimierung ermittelt. Die vier Raddrehzahlen können als unabhängig stellbar und die vier Lenkwinkel als gegeben angenommen werden. Ein derartiger Ansatz erfüllt damit nicht den Anspruch gesamtheitlich bestimmter Stellgrößen. Zur Stellgrößenbestimmung kann auch die differenzielle Flachheit des Einspurmodells als Entwurfsmodell genutzt werden [Antonov, 2008]. Unter ebenfalls der Annahme vier entkoppelt einstellbarer Längsschlüpfen kann für sie durch Lösen eines am jeweiligen Arbeitspunkt linearisierten Optimierungsproblems eine Vorgabe bestimmt werden. Diese wird anschließend eingeregelt [Krüger et al., 2010]. Die acht ebenen Reifenkräfte, als unabhängig stellbar angenommen, können als Lösung eines nichtlinearen Optimierungsproblems bestimmt werden. Sie sind anschließend von einem unterlagerten Regler einzustellen [Reinold und Trächtler, 2013].

Zur Gruppierung der bekannten Ansätze: Es existieren Ansätze, die auf Basis eines linearen Fahrzeugmodells einen Regler entwerfen. Die Lösungsvorschläge in dieser Teilmenge gehen weiter davon aus, die Abrollwinkelgeschwindigkeiten seien direkt stellbar.

Die bekannten Regelungsansätze sind teilweise nur für die Offline-Simulation geeignet. Andere Lösungsansätze gehen davon aus, dass vier Lenk- und vier Brems- beziehungsweise Antriebsmöglichkeiten entkoppelt aktulierbar sind. Andere Ansätze gehen davon aus, lediglich die vier Antriebs- und Bremsmomente vorgeben zu können. Mit ihnen soll lediglich die Fahrzeuglängsdynamik gezielt beeinflusst werden. Einige Ansätze berücksichtigen die Massenträgheiten der Räder oder Kopplung unterhalb der Zustandsgrößen der Räder.

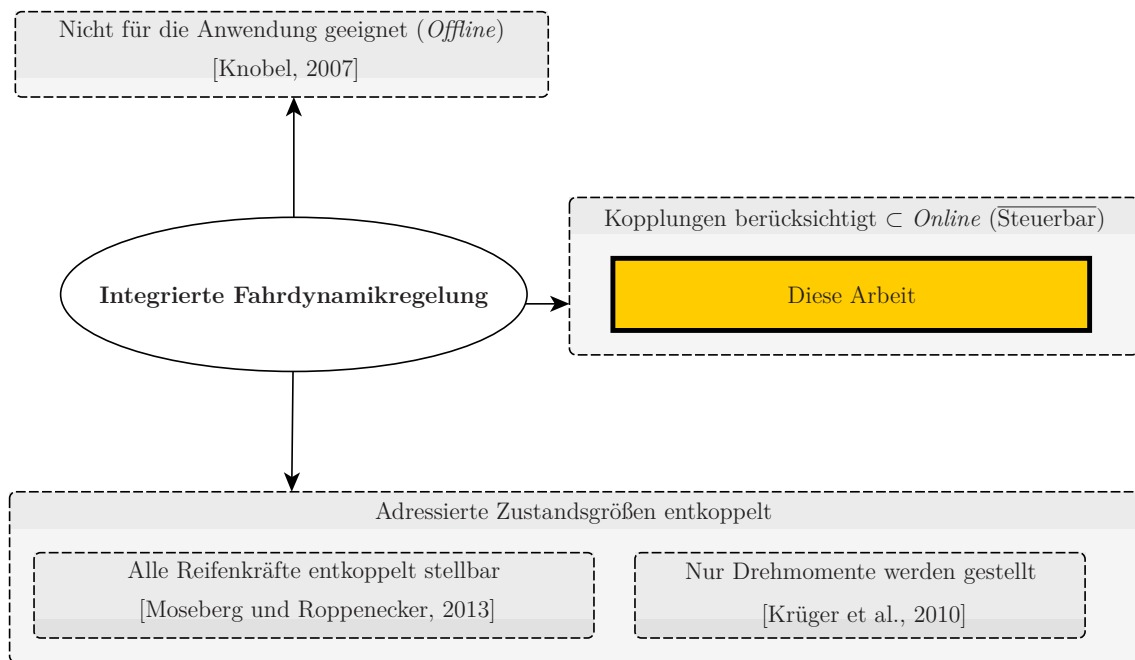
Die dargestellte Gruppierung wird von vorliegender Arbeit eingeführt. Abbildung 1.5 visualisiert diese Ordnung und nennt jeweils eine zugehörige und bereits erläuterte Quelle. Tabelle 1.1 führt zwei zusätzliche Untergruppen ein und nennt Literaturstellen, die genannten Gruppen zugeordnet werden können, vergleiche auch bereits genannter Anhang B.

**Erkenntnisse für diese Arbeit:** Auch vorliegende Arbeit soll die, nach der Umsetzung der Bewegungsanforderung, verbleibenden Freiheitsgrade in den Stellgrößen nutzen, um die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale der Reifen zu minimieren. Dadurch kann die Fahrsicherheit gesteigert und der Reifenverschleiß minimiert werden.

Weiterhin zeigt der Stand der Technik das Potential einer nichtlinearen Optimierung zum Erreichen der Regelungsziele. Doch muss, anders als im Stand der Technik sichergestellt werden, dass immer geeignete Stellgrößen bestimmt werden können.

Auch gehen viele Ansätze im Stand der Technik davon aus, acht ebene Reifenkräfte entkoppelt und ohne Zeitverzug einstellen zu können. Ein derartiger Ansatz wird vorliegend nicht verfolgt, da genannte Kräfte nicht für jede Fahrzeugkonfiguration entkoppelt stellbar sind und Reifenkrafttransitionen berücksichtigt werden sollen. Aus dem ersten Grund wird auch keine lokale Reifenkraftregelung implementiert.

Alle in bereits genanntem Anhang B aufgeführte Quellen werden in Tabelle 1.1 ohne Erläuterung den eingeführten Gruppen zugeordnet.



**Abbildung 1.5:** Überblick zum Stand der Technik. Eine umfassende Darstellung befindet sich im Anhang B.

Gruppe	Quellen
<b>Offline</b>	[Knobel, 2007, Kasac et al., 2008]
<b>Steuerbar</b>	[Hoedt und Konigorski, 2011, Bunte und Andreasson, 2006b], [Laine, 2007] vorliegende Arbeit
<b>Steuerbar</b>	<u>Drehmomente und Lenkwinkel:</u> [Reinold und Trächtler, 2013], [Orend, 2006], [Moseberg und Roppenecker, 2013] <u>Nur Drehmomente:</u> [Krüger et al., 2010], [Tondel und Johansen, 2005], [Antonov, 2008]

**Tabelle 1.1:** Weitere Literaturstellen zur integrierten Fahrdynamikregelung

**Offene Aufgaben:** Im Stand der Technik bleibt offen, das Fahrzeug auch im fahrdynamischen Grenzbereich zu stabilisieren, Kopplungen in den Zustandsgrößen, wie den Raddrehzahlen und den Lenkwinkeln, oder deren nicht vorhandene Aktuierung zur berücksichtigen, mit in heute in Serienfahrzeugen vorhandenen Sensoren alle für die Regelung notwendigen Größen zu bestimmen, die Reifen zu stabilisieren, also z. B. ein durchdrehendes Rad in seinen stabilen Betriebsbereich zurückzuführen und die Wirkung dieser Rückführung auf die Fahrzeugbewegung zu berücksichtigen, auf einem heute in Serie verfügbaren Steuergerät hinsichtlich der Rechenleistung im Fahrzeug implementierbar zu sein, das Erreichen des sekundären Ziels nicht beziehungsweise nur im

fahrdynamischen Grenzbereich sicherheitskritisch zu machen und dynamisch an eine durch einen Aktuatorausfall veränderte Fahrzeugkonfiguration anpassbar zu sein.

Vorliegende Arbeit schließt diese offenen Aufgaben.

## 1.4 Überprüfte wissenschaftliche Hypothese

Vorliegend wird folgende Hypothese überprüft:

Durch einen hybriden Ansatz aus Modellinversion und heuristischer Stellgrößenallokation können Stellgrößen für ein Straßenfahrzeug bestimmt werden (H1), die

- es eine ebene Bewegungsanforderung, formuliert auf Beschleunigungsebene, optimal gemäß des Kriteriums  $c_a$  (H2) und
- unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen (H3) umsetzen lassen und
- dabei dem maximalen Ausnutzungsgrad der Kraftschlusspotentiale der Reifen unter qualitativer Betrachtung minimieren (H4).

Zu (H2): Die translatorischen Ist-Beschleunigungen in Längs- beziehungsweise Querrichtung dürfen dabei maximal 1,25 % von den jeweiligen Soll-Beschleunigungen abweichen.

Zu (H4): In Fahrsituationen konstanter ebener Beschleunigung darf kein Ausnutzungsgrad der Kraftschlusspotentiale im Betrag weiter als 0,05 vom mittleren Ausnutzungsgrad der Kraftschlusspotentiale abweichen.

Für das Fahrzeug sei zumindest

- ein Drehmoment, das die Abrollwinkelgeschwindigkeiten einfach zeitlich verzögert beeinflusst und
- eine Lenkwinkelrate

stellbar (H5).

Dieser Ansatz kann auf Straßenfahrzeuge angewendet werden, für die Kopplungen unter den Lenkwinkeln beziehungsweise den Abrollwinkelgeschwindigkeiten bestehen. Ebenso können die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente untereinander Kopplungen aufweisen (H6).

Der Regelung müssen lediglich die Größen

- Lenkwinkel,
- Abrollwinkelgeschwindigkeiten,
- Radaufstandskräfte,
- ebene generalisierte Fahrzeuggeschwindigkeit (Längs-, Quer- und Giergeschwindigkeit) und
- im Vorzeichen richtige Längs- und Querschlupfsteifigkeit je Reifen

zur Verfügung gestellt werden (H7). Diese können weiterhin durch einen absoluten Offset und ein weißes Rauschen gestört sein. Ebenfalls die Parameter des Regelungssystems, wie die Fahrzeugmassen, können um ein Offset falsch zur Verfügung stehen (H8).

Bestehende Regelungssysteme, wie ein ABS, können in den Regler integriert werden. Ihre Stelleingriffe werden hinsichtlich ihrer Wirkung auf die ebene Fahrzeugbeschleunigung bei der Stellgrößenbestimmung berücksichtigt (H9).

Insgesamt kann der Ansatz auf ein Mehrkörperfahrzeugmodell angewendet werden, dessen Reifen nach Pacjeka modelliert sind und das einen Luftwiderstand aufweist (H10). Dieses Fahrzeugmodell kann in einem geschlossenen Regelkreis in einer interaktiven Simulation durch menschliche Fahrer gesteuert werden, während diese eine ebene Beschleunigungsanforderung vorgeben (H11).

Die Regelung kann in einem Abtastsystem mit einer Abtastzeit  $T_a = 12 \text{ ms}$  implementiert werden (H12).

Diese Teilhypothesen werden in den folgenden Abschnitten überprüft und bestätigt:

Hypothese	Abschnitt	Hypothese	Abschnitt	Hypothese	Abschnitt
(H1)	5	(H5)	3.5	(H9)	6.5
(H2)	8.2	(H6)	3.3.1, 3.5	(H10)	8.2
(H3)	7.2	(H7)	7.1	(H11)	10.4
(H4)	8.2	(H8)	8.2, 9	(H12)	8.2

## 1.5 Allgemeine Vorgehensweise in dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird ein Regelungssystem entwickelt, um der Aufgabenstellung zu genügen. Mit diesem Regler können anschließend im geschlossenen Regelkreis Simulationsergebnisse generiert werden, anhand derer die Qualität des Reglers und die wissenschaftliche Hypothese aus diesem Abschnitt überprüft werden können. Weiterhin wird eine *Worst-Case-Analyse* herangezogen, um die Anwendbarkeit des Regelungssystems in einem Kreis mit Mess- beziehungsweise Schätzfehlern und Parameterunsicherheiten anzuwenden.

Bei der Reglersynthese wird u. A. auf die Methoden der *Eingangs-Ausgangs-Linearisierung*, des *Pseudo-Control-Hedgings* und der nichtlinearen Optimierung zurückgegriffen.

Der Regler und die Simulationsmodelle werden, wie bereits genannt, in der Sprache Modelica implementiert und mit der Anwendung Dymola simuliert.

Der Anhang A skizziert das vorliegende Regelungskonzept.

Bewegungsanforderung für den Regler ist die ebene, bis zu dreidimensionale, Fahrzeugbeschleunigung. Diese wird durch Filterung einfach zeitlich differenzierbar gemacht. Die dabei ermittelte Referenz-Beschleunigungsänderung wird mit einem Anteil aus einer linearen Beschleunigungsrückführung überlagert. Zur Umsetzung der so ermittelten Vorgabe bestimmt ein inverses Modell geeignete Stellgrößen. Dabei soll die Vorgabe optimal gemäß des Kriteriums  $c_a$  umgesetzt werden. Damit das Regelungskonzept auch auf überaktuierte Fahrzeuge angewendet werden kann, wird vor der Inversion die Zahl der Stellgrößen virtuell reduziert. Dies geschieht, indem durch Hilfsgrößen steuerbare Kopplungen unter den Stellgrößen eingeführt werden. Für die Inversion ist die Wahl

der Hilfsgrößen bekannt. Mit genannten Hilfsgrößen wird, sofern physikalisch möglich, ein sekundäres Ziel, beispielsweise die Reduzierung des maximalen Ausnutzungsgrads des Kraftschlusspotentials der Reifen, angestrebt. Zur Wahl der Hilfsgrößen werden ein heuristischer und ein modellprädiktiver Ansatz vorgeschlagen. Bei der Hilfsgrößenwahl und der Modellinversion werden weiterhin Schätzgrößen herangezogen. Diese ermittelt ein, ebenfalls von vorliegender Arbeit vorgeschlagener, Schätzer aus Messgrößen, die in den meisten heutigen Straßenfahrzeugen vorhanden sind. Ein Aktuatormodell ist Teil des inversen Modells. So kann das inverse Modell prognostizieren, in wieweit die angeforderte Beschleunigungsänderung vor dem Hintergrund der Stellgrößenbeschränkungen umgesetzt werden kann. Diese Prognose führt das inverse Modell an das eingangs erwähnte Filter der Beschleunigungsanforderung zurück und dieses beschränkt damit die Beschleunigungsänderungsanforderung auf eine physikalisch umsetzbare. Ein Schätzer ist Teil der integrierten Fahrdynamikregelung. Er ermittelt Größen, wie die reifenlängskraftinduzierten Drehmomente. Diese Schätzgrößen sind direkt, also ohne über andere Größen abgebildet zu werden, Eingangsgrößen des inversen Modells. Dies ermöglicht das unter anderem, zu diesem Zweck entwickelte Entwurfsmodell:

- Schnittstelle zwischen Beschleunigungsanforderung und Stellgrößen.
- Anwendbar an beliebige Fahrzeugkonfigurationen.
- Integriert und koordiniert vorhandene Regler.
- Dynamisch rekonfigurierbar.
- Berücksichtigt Stellgrößenbeschränkungen.
- Benötigt nur in den meisten Serienfahrzeugen vorhandene Messgrößen.
- Robust gegenüber Mess- und Schätzfehlern.
- Erreicht für überaktuierte Fahrzeuge sekundäre Ziele.

## 1.6 Gliederung vorliegender Arbeit

Die ersten drei Abschnitte vorliegender Arbeit einschließlich dieser Einleitung erklären vornehmlich Bekanntes, auf das zurückgegriffen wird. Die Formulierung der Aufgabenstellung stellt einen Beitrag vorliegender Arbeit zum Stand der Technik dar. Abschnitt 2 skizziert verwendete regelungstechnische Methoden und die Modellierungssprache, mit der das Regelungssystem und das gesamte Simulationsmodell implementiert sind. In den Unterabschnitten zu den einzelnen Methoden wird jeweils darauf hingewiesen, in welchem Zusammenhang, also an welchen Stellen, vorliegende Arbeit auf die eingeführte Methode zurückgreift. Abschnitt 3 zeigt die Modellierung der Fahrdynamik auf, die die Grundlage für das Entwurfs- und Streckenmodell in dieser Arbeit darstellt. Der DLR-Versuchsträger wird eingeführt, an den die entwickelte Fahrdynamikregelung angewendet wird. Zudem wird mit den skizzierten Modellen ein Prädiktionsmodell für die modellprädiktive Optimierung entwickelt, das zur *optimalen* Stellgrößenverteilung



genutzt werden kann. Auch die Partitionierung der Stellgrößen in zwei Gruppen, durch die Teile der Stellgrößen auch für überaktuierte Fahrzeuge durch Modellinversion ermittelt werden können, wird in diesem Abschnitt erstmalig gezeigt. Sie stellt einen Beitrag vorliegender Arbeit zum Stand der Technik dar.

Abschnitt 4 führt das Entwurfsmodell ein, das Grundlage für das vorliegende Regelungssystem darstellt. Es zählt zu den Beiträgen dieser Arbeit zum Stand der Technik und baut auf die mit Abschnitt 3 eingeführten Grundlagen der Fahrdynamikmodellierung auf.

In den Abschnitten 5 bis 7 wird das Regelungssystem dieser Arbeit entwickelt. Zunächst werden die Stellgrößen partitioniert, um den Ansatz auf überaktuierte Fahrzeuge anwendbar zu machen. Im folgenden Abschnitt wird ein inverses Modell entwickelt, das einen Teil der partitionierten Stellgrößen ermittelt. Dabei werden einige Größen zunächst als bekannt vorausgesetzt. Diese können von dem, im nächsten Abschnitt eingeführten, Hilfsgrößenwähler, dem Schätzer und dem äußeren Regelkreis ermittelt werden. Wie bereits in Abschnitt 3 wird in diesen Abschnitten das Strukturbild des geschlossenen Regelkreises wiederholt und in diesem jeweils die diskutierte Komponente farblich hervorgehoben.

Um die Aussagen der Abschnitte zu verdeutlichen, werden Simulationsergebnisse gezeigt. Diese werden mit einem vereinfachten Streckenmodell und mit mehr Messgrößen durchgeführt, als sie im betrachteten Versuchsträger zur Verfügung stehen. Diese Simulationen sollen jeweils einen isolierten Aspekt der Gesamtregelung verdeutlichen und entsprechen in anderen Aspekten nicht dem vorgeschlagenen Gesamtkonzept.

In den drei Abschnitten befinden sich jeweils Simulationsergebnisse, die die entwickelten Teilkomponenten zu erklären helfen.

In Abschnitt 8 werden ein Regelkreis mit dem entwickelten Regelungssystem und einem Fahrzeugmodell geschlossen und eine Simulation durchgeführt. Die an dieser Stelle diskutierten Ergebnisse zeigen die Funktion des geschlossenen Regelkreises.

Abschnitt 9 deutet die Anwendbarkeit des Reglers in einem realen Fahrzeug anhand einer Worst-Case-Analyse an. Dabei wird das Ziel formuliert, Störungen in den Messgrößen und den Regelungsparametern so zu wählen, dass die Bewegungsanforderung aus dem vorhergehenden Abschnitt möglichst *schlecht* umgesetzt wird.

In Abschnitt 10 werden die Vorteile sowie Einschränkungen der vorliegend eingeführten iFR aufgeführt, ein Fazit gezogen und ein Ausblick gegeben.

Unter anderem vertieft der Anhang regelungstechnische Grundlagen und zeigt Teile des entwickelten Programmcodes auf.

Der Anhang A skizziert das Regelungskonzept vorliegender iFR und greift damit auf die folgenden Abschnitte zurück. Dieser Überblick kann herangezogen werden, um den Einstieg in diese Arbeit zu erleichtern.

Die wissenschaftliche Hypothese wird im Folgenden in ihren Teilhypothesen bestätigt. Es erfolgt an konkreter Stelle jeweils ein Verweis auf die angenommene Teilhypothese.

## 2 Methodische Grundlagen vorliegender Fahrdynamikregelung

Dieser Abschnitt führt einige aus dem Stand der Technik bekannte Methoden ein. Die folgenden Abschnitte greifen unter anderem auf diese Konzepte und die an dieser Stelle eingeführte Nomenklatur zurück.

### 2.1 Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Vorliegend wird auf die Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung [Isidori, 1995, Vidyasagar, 2002, Slotine und Li, 1991, Byrnes und Isidori, 1988, Isidori, 2013, Khalil, 2002] zurückgegriffen. Sie wird auf eine nichtlineare und eingangsaﬃne Strecke mit der Diﬀerenzialgleichung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= (y_1, \dots, y_p)^T = \mathbf{c}(\mathbf{x}) = (c_1(\mathbf{x}), \dots, c_p(\mathbf{x}))^T\end{aligned}\quad (2.1)$$

angewendet. Dabei sind  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  der Vektor der Zustandsgrößen,  $\mathbf{u} := (u_1, \dots, u_m) \in \mathbb{R}^m$  die Eingangsgrößen und  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_p)^T \in \mathbb{R}^p$  die Ausgangsgrößen des Systems. Dem System wird durch die Methode eine lineare Ausgangsdynamik aufgeprägt. Dazu wird jede skalare Ausgangsgröße bis zu ihrem jeweiligen Diﬀerenzgrad  $\delta_i$  (im Fahrzeug-Kontext bezeichnet  $\delta_i$  den  $i$ -ten Lenkwinkel und nicht mehr einen Diﬀerenzgrad) abgeleitet. Auf diese Ableitung der Ausgangsgröße wirkt erstmalig mindestens eine Eingangsgröße. Die Summe aller Diﬀerenzgrade  $\delta_i$  wird als Gesamtdiﬀerenzgrad  $\delta$  bezeichnet:

$$\delta := \sum_i \delta_i.$$

Mit der Lie-Ableitung, vergleiche Anhang H, ergibt sich

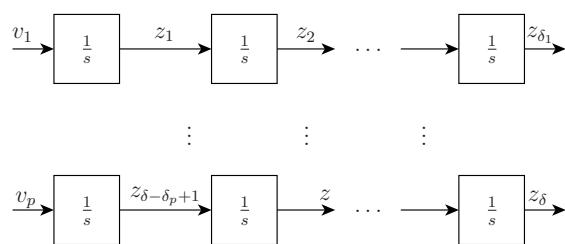
$$\mathbf{y}_r := \begin{pmatrix} (\delta_1) \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ (\delta_p) \\ \mathbf{y}_p \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_a^{\delta_1} c_1 \\ \vdots \\ L_a^{\delta_p} c_p \end{pmatrix}}_{=: \mathbf{f}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{pmatrix} L_b L_a^{\delta_1 - 1} c_1 \\ \vdots \\ L_b L_a^{\delta_p - 1} c_p \end{pmatrix}}_{=: \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times p}} \mathbf{u}.\quad (2.2)$$

Besitzt die Matrix  $\mathbf{D}$  vollen Rang, gilt also  $\det \mathbf{D} \neq 0$ , so kann eine hinreichend oft diﬀerenzierbare Referenzbewegung der Ausgangsgrößen vorgegeben werden. Die Methode entkoppelt dabei die Komponenten der Ausgangsgröße. Die Vorgabe  $\mathbf{v} = \left( (\delta_1) \mathbf{y}_{1,\text{ref}}, \dots, (\delta_p) \mathbf{y}_{p,\text{ref}} \right)^T$  ist aus den Ausgangsableitungen bis zum jeweiligen Diﬀerenzgrad zusammengesetzt. Gleichung (2.2) wird mit  $\mathbf{v}$  gleichgesetzt und nach  $\mathbf{u}$  gelöst. Dies ergibt

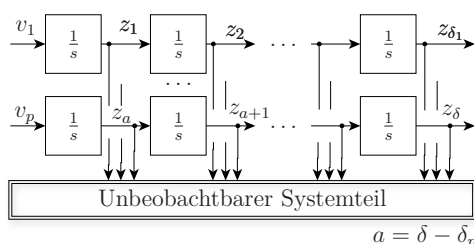
$$\mathbf{u} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x}) (\mathbf{v} - \mathbf{f}(\mathbf{x})).\quad (2.3)$$

Gilt  $\delta = n$ , wird durch Gleichung (2.3) die gesamte Dynamik des Systems festgelegt. Sie ist vollständig am Ausgang  $\mathbf{y}$  beobachtbar. Die Rückführung (2.3) kompensiert die





**Abbildung 2.1:** System mit  $\delta = n$  nach Ausgangsrückführung. Die Abbildung ist an eine Abbildung aus [Svaricek, 2006] angelehnt.



**Abbildung 2.2:** System mit  $\delta < n$  nach Ausgangsrückführung. Die Abbildung ist an eine Abbildung aus [Svaricek, 2006] angelehnt.

Nichtlinearitäten des Systems und hinterlässt eine lineare und entkoppelte Strecke mit den Eingangsgrößen  $\mathbf{v}$ . Das rückgeführte System besteht aus  $p$  Integrator Ketten mit jeweils  $\delta_i$  Integratoren, siehe Abbildung 2.1. Gilt  $\delta < n$ , so werden nur  $\delta$  Teilbewegungen des Systems durch die Zustandsrückführung (2.3) festgelegt. Neben den Integrator Ketten vor den Ausgängen existiert mit der Rückführung ein nichtbeobachtbares und nichtlineares Teilsystem der Dimension  $n - \delta$ , siehe Abbildung 2.2. Dieses System besitzt eine Dynamik, die durch die Rückführung nicht gezielt beeinflussbar ist. Welcher Teil eines Systems unbeobachtbar und damit zur internen Dynamik wird, hängt von der Wahl der (virtuellen) Ausgangsgröße ab. Es handelt sich dabei also nicht um eine intrinsische Systemeigenschaft.

Bei der üblichen Arbeitspunkt-Linearisierung wird das Streckenmodell eines Systems als Taylorreihe entwickelt und anschließend Terme höhere Ordnung vernachlässigt. Findet diese Vernachlässigung bei der Linearisierung, auf Basis derer Stellgrößen ermittelt werden, nicht statt, so liegt eine *exakte* Eingangs-Ausgangs-Linearisierung vor [Allgöwer und Gilles, 1993].

In Anhang F wird die Methode umfassender dargestellt.

Die vorliegend vorgeschlagene Fahrdynamikregelung bestimmt mittels Inversion eines Streckenmodells der ebenen Bewegungsanforderung auf Ebene der Beschleunigungsänderung fiktive Stellgrößen, die in ihrer Dimension der der Bewegungsanforderung entsprechen. Diese fiktiven Stellgrößen lassen das Fahrzeug, nach Projektion auf die tatsächlichen Stellgrößen, die Bewegungsanforderung entsprechend des Streckenmodells umsetzen.

**Interne Dynamik:** Ein System kann eine am Ausgang nichtbeobachtbare Dynamik besitzen. Diese wird als *interne Dynamik* bezeichnet. Das Gesamtsystem ist nur dann stabil, sofern neben der Ausgangsdynamik auch die interne Dynamik stabil ist.

Die interne Dynamik kann gegebenenfalls durch die Wahl der Stellgrößen beeinflusst werden. So muss zur Stabilitätsbetrachtung der internen Dynamik die Dynamik der Stellgrößen berücksichtigt werden. Zusätzlich hängt die interne Dynamik von der Wahl der Ausgangsgrößen ab. Sie ist aufgrund dieser beiden Abhängigkeiten keine dem System unveränderlich inneliegende Eigenschaft.

Die interne Dynamik eines Systems wird bei der Beschreibung des Systems durch Koordinatentransformation in die *Byrnes-Isidori-Normalform* ersichtlich

[Byrnes und Isidori, 1988].

Beispielsweise könnte ein Wagen auf einer Linearachse geführt und von einem Motor auf dieser beschleunigt werden. Das Motormoment, das direkt zur Beschleunigung des Wagens führe, sei die Stellgröße. Das Gesamtsystem besitze mit der Position des Wagens und dessen Geschwindigkeit zwei Zustandsgrößen. Beide könnten als Ausgangsgröße gewählt werden und dadurch unterschiedliche Systeme entstehen:

1. Position als Ausgangsgröße: Wird die Wagenposition als Ausgangsgröße gewählt, für die durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung eine Bewegung vorgegeben wird, so kann durch diese Vorgabe einerseits ein stabiler Verlauf sowohl für die Position als auch für die Geschwindigkeit festgelegt und dadurch zum anderen am Ausgang auch jede der beiden Zustandsgrößen beobachtet werden. Dieses System besitzt keine interne Dynamik.
2. Geschwindigkeit als Ausgangsgröße: Für den Ausgang der Geschwindigkeit kann ein stabiles Verhalten vorgegeben werden. Das heißt, nach der Vorgabe geht die Geschwindigkeit nicht gegen Unendlich. Die Vorgabe wäre aber für eine konstante und von Null verschiedene Geschwindigkeit für alle Zeiten stabil. Das Integral über die Zeit über diese Geschwindigkeit, also die Position, ginge gegen Unendlich und wäre nicht stabil. Diese instabile Zustandsgröße wäre am Ausgang nicht beobachtbar und das System besäße eine interne Dynamik, die zudem instabil wäre.

## 2.2 Modellprädiktive Regelung zur *optimalen* Stellgrößenverteilung

Die *modellprädiktive Regelung* oder Englisch *model-predictive control* (MPC) ist ein modellbasierter Regelungsansatz. Die Stellgrößen werden während des Betriebes als Lösung eines Optimalsteuerungsproblems bestimmt. Beschränkungen in den Stellgrößen und in den Zustandsgrößen können dabei berücksichtigt werden. Der Ansatz unterscheidet sich von der Optimalsteuerung, da MPC laufend mit den gemessenen oder geschätzten Zustandsgrößen des Systems neue Stellgrößen durch Lösung eines Optimierungsproblems bestimmt. Dadurch findet implizit eine Rückführung statt. Die MPC ist eine systematische Vorgehensweise für die Regelung linearer wie nichtlinearer, gegebenenfalls überaktuierter, Ein- und Mehrgrößensysteme. Die Methode der MPC kann an Systemen angewendet werden, für die viele alternative Methoden der Regelungstechnik nicht anwendbar sind [Findeisen und Allgöwer, 2002, Helbig und Marquardt, 1995, Lee und Cooley, 1997, Camacho und Alba, 2013]. Anhang D setzt diese Zusammenfassung fort.

Die MPC ist ein Regelungsansatz für lineare sowie nichtlineare und kontinuierliche sowie zeitdiskrete Systeme. Das im Folgenden als zeitkontinuierlich modellierte System wird mit der Abtastrate  $T_a$  von dem Steuergerät der MPC abgetastet. Zum  $k$ -ten Abtastschritt wird durch Lösung eines Optimalsteuerungsproblems der künftige Verlauf der Stellgrößen  $\mathbf{u}(t)$  über die Zeit  $t$  bestimmt. Dabei werden die für diesen Abtastschritt bestimmten Zustandsgrößen des Systems  $\mathbf{x}_k$  herangezogen.

Die Methode kann ebenso auf zeitdiskrete Systeme mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{diskret}}[i]$  und den Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\text{diskret}}[i]$  angewendet werden, während die Systemdynamik beispielsweise durch eine Differenzengleichung beschrieben ist. Dabei bezeichnet  $i$  den Abtastschritt. Im Folgenden werden das zu regelnde System und die Stellgrößen aber als zeitkontinuierlich betrachtet. Mit den genannten Zustandsgrößen als Anfangswert, dem zeitkontinuierlichen Streckenmodell des Systems in Form einer Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

und dem zu bestimmenden Verlauf der Stellgrößen  $\mathbf{u}(t)$  kann der zukünftige Verlauf der Zustandsgrößen prädiziert werden. Aus  $\mathbf{x}(t)$  und  $\mathbf{u}(t)$  wird ein Kriterium  $\tilde{c} = \tilde{c}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  errechnet. Es quantifiziert die Optimalität der Steuerung und soll durch den zu wählenden Stellgrößenverlauf minimiert werden.

Weiteres Ziel der Optimierung ist es, die Nebenbedingungen  $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0}$  und  $\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq \mathbf{0}$  einzuhalten.

Für die Optimierung wird im Folgenden der Stellgrößenverlauf  $\mathbf{u}(t)$  durch die Größen  $\bar{\mathbf{u}}$  parametrisiert:  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(\bar{\mathbf{u}}, t)$ .

Das Optimierungsproblem lautet zum  $k$ -ten Abtastschritt also:

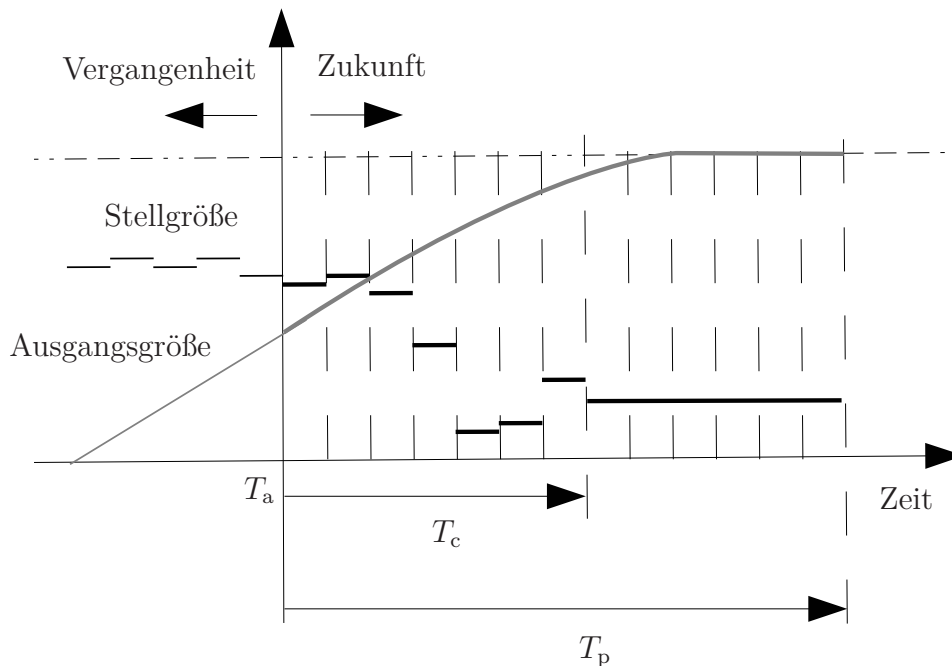
$$\left. \begin{array}{l} \min_{\bar{\mathbf{u}}_k} \quad \tilde{c}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{u}}_k)) \\ \text{s.t.} \quad \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{u}}_k)) = \mathbf{0}, \\ \quad \quad \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{u}}_k)) \leq \mathbf{0}, \\ \quad \quad \dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{u}}_k)), \\ \quad \quad \mathbf{x}_k := \mathbf{x}(t = k \cdot T_a) \end{array} \right\}. \quad (2.4)$$

Der Verlauf der Stellgrößen ist durch  $\bar{\mathbf{u}}$  für eine Zeitspanne mit Breite  $T_p$  parametrisiert. Die Stellgrößen werden jedoch innerhalb des Prädiktionshorizonts in dem Zeitraum  $T_c \leq t \leq T_p$  konstant gehalten, vergleiche Abbildung 2.3.

Nun wird jedoch nicht der gesamte durch das gegebenenfalls matrixwertige  $\bar{\mathbf{u}}_k$  parametrisierte Verlauf der Stellgrößen auf das System geschaltet. Dieser Verlauf stellt nur die Stellgrößen zu dem System dar, bis erneut das Optimalsteuerungsproblem gelöst wurde. Dann wird der durch  $\bar{\mathbf{u}}_{k+1}$  parametrisierte Stellgrößenverlauf aufgeschaltet. Dies wird als Verfahren des *gleitenden Horizonts* bezeichnet. Dadurch findet, wie bereits erwähnt, implizit eine Rückführung statt. Also handelt es sich dabei nicht um eine Steuerung, sondern um eine Regelung.

Bei der MPC handelt es sich um einen rechenintensiven Ansatz und dies stellt besonders im Falle einer Regelstrecke mit vielen Zustandsgrößen und hoher Dynamik eine Herausforderung dar [Makarow et al., 2017]. Daher werden und wurden Ansätze entwickelt, um auch unter der Nebenbedingung der Anwendbarkeit MPC einsetzen zu können [Kouzoupis et al., 2015, Rösmann et al., 2015, Makarow et al., 2017].

Diese Arbeit nutzt das Konzept, wiederholt über einen gleitenden Zeithorizont ein Optimierungsproblem zu lösen, um zur Umsetzung der Bewegungsanforderung Gesamtstellgrößen auf die einzelnen Aktuatoren zu verteilen. Durch diese Verteilung soll ein sekundäres Ziel erreicht werden, während die Stellgrößen zur Umsetzung der Bewegungsanforderung (primäres Ziel) nicht durch MPC ermittelt werden.

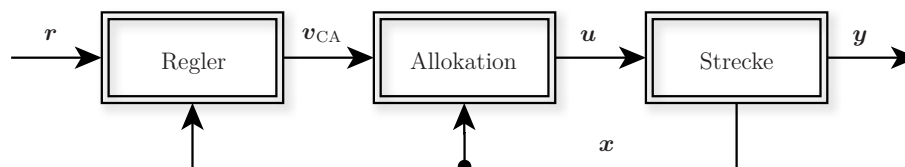


**Abbildung 2.3:** Zu einem Abtastzeitpunkt prädizierter beziehungsweise geplanter Stell- und Ausgangsgrößenverlauf. Der Stellgrößenverlauf wird aus der zum Abtastzeitpunkt ermittelten Stützstellenreihe  $\bar{u}$  konstruiert. Der Übergang zwischen Vergangenheit und Zukunft ist der Zeitpunkt  $t = kT_a$ .

### 2.3 Stellgrößenallokation im Allgemeinen

Die Stellgrößenallokation, englisch *Control Allocation* (CA), wird unter anderem in [Härkegård und Glad, 2005, Johansen und Fossen, 2013] diskutiert. Dieser Abschnitt skizziert diese grundlegende Vorgehensweise, in die die vorliegende Fahrdynamikregelung eingeordnet werden kann.

Ist eine Strecke mit den Stellgrößen  $\mathbf{u}$ , den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und den Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  überaktuiert, gilt  $\dim \mathbf{u} > \dim \mathbf{y}$ . Es wird vorausgesetzt, dass jede Eingangsgröße auch eine Wirkung auf mindestens eine Ausgangsgröße besitzt. Es existiert dann Redundanz in den Stellmöglichkeiten. Damit ist die Wahl der Stellgrößen hinsichtlich eines zu erreichenden Ausgangsverhaltens nicht mehr eindeutig. Die CA geht mit dieser Überbestimmung um. Durch CA wird gewünschtes Folgeverhalten, wie auch ein weiter definierbares sekundäres Ziel, erreicht.



**Abbildung 2.4:** Schema der diskutierten Stellgrößenallokation: Im ersten Schritt bestimmt ein Regler fiktive Stellgrößen  $\mathbf{v}_{CA}$ , die in [Johansen und Fossen, 2013] als *virtuelle* Stellgrößen bezeichnet werden und die den Ausgang der Strecke  $\mathbf{y}$  der Referenz  $\mathbf{r}$  folgen lassen. Aus der Menge aller Stellgrößen, die den fiktiven Stellgrößen  $\mathbf{v}_{CA}$  entsprechen, wählt der Allokationsblock Stellgrößen  $\mathbf{u}$  aus. Durch diese kann ein sekundäres Ziel erreicht werden.

Die CA wird in diesem Abschnitt auf das überaktuierte, eingangsaffine System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_u(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{2.5}$$

angewendet. Der Stellgrößenverteilung oder Allokation geht, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, die Bestimmung sogenannter *fiktiver* Stellgrößen  $\mathbf{v}_{CA}$  voraus. Die Folgeaufgabe der Regelung ist es, dem Ausgang eine gewünschte Dynamik aufzuprägen. Zunächst werden also die genannten Stellgrößen  $\mathbf{v}_{CA}$  definiert, die durch

$$\mathbf{v}_{CA} = \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}\tag{2.6}$$

mit den Stellgrößen  $\mathbf{u}$  zusammenhängen. Dieser Zusammenhang kann auch nichtlinear formuliert werden. Beispielsweise könnten zwei Stellglieder in einem Flugzeug eine Klappe bewegen und beide kommandierten Winkel  $u_1$  und  $u_2$  in Summe einen Gesamtklappenwinkel ergeben. Dieser Gesamtwinkel könnte ein  $v_{CA,1}$  darstellen,  $v_{CA,1} = u_1 + u_2$ . Auch könnte zum Beispiel der Rollwinkel eines Flugzeugs als fiktive Stellgröße  $v_{CA,2}$  gewählt und durch unterschiedliche Stellglieder im Flugzeug nach einem Modell des Flugzeugs beeinflusst werden [Johansen und Fossen, 2013].

Es gilt  $\dim \mathbf{v}_{CA} = \dim \mathbf{y}$ . Das neue System ist hinsichtlich der fiktiven Stellgrößen nicht überaktuiert. Weiter sei es hinsichtlich dieser steuerbar. Mit der Neuformulierung der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}_u$  als

$$\mathbf{B}_u(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_v(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})$$

kann das System (2.5) durch

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_v(\mathbf{x})\mathbf{v}_{CA}, \\ \mathbf{v}_{CA} &= \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{2.7}$$

dargestellt werden.

Die fiktiven Stellgrößen  $\mathbf{v}_{CA}$  werden durch ein vor der CA festzulegendes Regelgesetz bestimmt, um die Ausgangsgrößen der Referenzgrößen folgen zu lassen. Da das fiktive System nicht mehr überaktuiert ist, können bekannte Verfahren der Reglersynthese, wie zum Beispiel Ausgangsrückführung angewendet werden. Damit ist dann  $\mathbf{v}_{CA}$  für die CA bekannt.

Im nächsten Schritt müssen Stellgrößen  $\mathbf{u}$  gefunden werden, die der Gleichung (2.6) mit dem im ersten Schritt bestimmten  $\mathbf{v}_{CA}$  genügen. Die Abbildung durch  $\mathbf{B}$  ist nicht injektiv, das heißt mehrere  $\mathbf{u}$  werden durch  $\mathbf{B}$  auf das gleiche  $\mathbf{v}_{CA}$  abgebildet. Damit existieren mehrere Lösungen für die Stellgrößen. Aus ihnen soll der Stellgrößenvektor ausgewählt werden, der das System zusätzlich ein sekundäres Ziel erreichen lässt. Die Bestimmung von  $\mathbf{u}$  erfolgt in Abbildung 2.4 durch den Allokationsblock.

Ein sekundäres Ziel, zu dessen Erreichen die Redundanz in den Stellgrößen genutzt wird, kann zum Beispiel eine *gleichmäßige* Beanspruchung der Stellglieder sein. Das Ziel muss zur Anwendung aber noch genauer formuliert werden. Das Erreichen des sekundären Ziels und die Güte der Umsetzung der Vorgabe der fiktiven Führungsgröße

$\mathbf{v}_{\text{CA}}$  werden von dem Kriterium  $c$  zusammenfassend quantifiziert. Es ist durch die Wahl von  $\mathbf{u}$  zu minimieren. Bei der Wahl können auch Stellgrößenbeschränkungen als weitere Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Dies stellt die Aufgabe der Stellgrößenallokation dar.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & c, \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{v}_{\text{CA}} = \mathbf{B}\mathbf{u}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Zur Lösung der Optimierungsaufgabe (2.8) können abhängig von dem Kriterium  $c$  verschiedene numerische Ansätze verfolgt werden. Ist das Kriterium zum Beispiel so formuliert, dass es eine quadratische Funktion in  $\mathbf{u}$  darstellt, existieren Lösungsansätze, die das Problem unter der Nebenbedingung  $\mathbf{v}_{\text{CA}} = \mathbf{B}\mathbf{u}$  in deterministischer Zeit lösen. In [Papageorgiou et al., 2012] werden Optimierungsprobleme und Lösungsansätze für sie detailliert erläutert.

Vorliegende Arbeit ordnet sich in das CA-Schema ein. Als fiktive Stellgrößen  $\mathbf{v}_{\text{CA}}$  wählt sie die relative Rate der ebenen Fahrzeugbeschleunigung. Diese wird als bekannt vorausgesetzt.

## 2.4 Stellgrößenbeschränkungen durch Pseudo-Control-Hedging berücksichtigen

Die an invertierbare Mehrgrößensysteme mit stabiler interner Dynamik anwendbare Methode des *Pseudo Control Hedging* (PCH) beschränkt die Bewegung eines Referenzmodells anhand vorhandener Aktuatorbeschränkungen [Johnson und Calis, 2000]. Durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung wird dem beobachtbaren Teil einer Strecke eine lineare Dynamik aufgeprägt. Die Vorgabe für das inverse Modell ist entsprechend der vorhandenen Beschränkungen limitiert, sodass die, durch das Streckenmodell gefilterte Vorgabe und der Streckenausgang nicht aufgrund der Aktuatorbeschränkungen divergieren. So können vorhandene Führungsfehler stets potentiell durch das Schließen eines Regelkreises ausgeglichen werden.

Ein inverses Modell kommandiert die Stellgrößen  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ . Diese werden durch ein Aktuatormodell mit

$$\mathbf{u}_{\text{lim}} = \mathbf{l}(\mathbf{u})$$

limitiert und einer Strecke mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$ , den Ausgangsgrößen  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$  aufgegeben. Die Systemdynamik wird durch die Differenzialgleichung

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_{\text{lim}}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \tag{2.9}$$

beschrieben. Die Ausgangsgrößen  $y_i$  besitzen jeweils den Differenzgrad  $\delta_i$ . Der Vektor

$$\mathbf{y}_{\text{r}} = \left( \overset{(\delta_1)}{y_1}, \overset{(\delta_2)}{y_2}, \dots, \overset{(\delta_p)}{y_p} \right)^{\text{T}}$$

fasst die bis zum jeweiligen Differenzgrad abgeleiteten Ausgangsgrößen  $\overset{(\delta_i)}{y_i}$  zusammen. Die Strecke stelle mit  $\mathbf{y}_{\text{r,m}}$  diese Größe als Messgröße zur Verfügung. Die Strecke besitze



für die Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  keine oder eine stabile interne Dynamik. Die Strecke kann im gesamten Zustandsraum eindeutig invertiert werden. Mit der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung werden die Ausgangsgrößen entkoppelt. Der Ausgang soll der Vorgabe  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^p$  folgen. Ein Referenzmodell bildet die gewünschte Dynamik der mit dem inversen Modell verbundenen Strecke ab. Dieses Referenzmodell filtert die Führungsgröße  $\mathbf{w}$  für die Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  und ermittelt so die Vorgabe  $\mathbf{r}$  für  $\mathbf{y}_r$ :

$$\mathbf{y}_r \stackrel{!}{=} \mathbf{r} := (r_{y,1}, r_{y,2}, \dots, r_{y,p})^T.$$

Zur Stellgrößenbestimmung wird das Streckenmodell (2.9) invertiert. Damit werden die vorhandenen Aktuatorbeschränkungen vom inversen Modell nicht berücksichtigt. Sie finden nach der Methode des PCHs jedoch in das Referenzmodell Eingang und beschränken dessen Trajektorie auf die unter Aktuatorbeschränkungen Erreichbare.

Da die Ausgangsgröße  $y_i$  der Vorgabe  $w_i$  folgen soll und durch die Stellgrößen erstmalig  $\overset{(\delta_i)}{y}_i$  direkt beeinflusst werden kann, werden die Vorgaben  $w_i$  zur  $\hat{w}_i$  gefiltert, sodass diese Größe bis zum jeweiligen Differenzgrad ableitbar ist. Die Vorgabe  $\mathbf{r}$  ist eine Ausgangsgröße des Referenzmodells. Es besitzt zudem die Ausgangsgröße  $\hat{\mathbf{w}}$ , die der Führungsgröße  $\mathbf{w}$  unter Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkungen folgt. In die Größe  $\mathbf{r}$  gehen die Aktuatorbeschränkungen lokal am jeweiligen Arbeitspunkt nicht ein.

Das Filter bestimmt im ersten Schritt die Größen  $r_i$  aus den Zustandsgrößen  $\overset{(1)}{\hat{w}}_i, \overset{(\delta_i-1)}{\hat{w}}_i, \dots, \overset{(\delta_i-1)}{\hat{w}}_i$  und der Vorgabe  $w_i$ . In  $r_i$  finden somit vorliegende Stellgrößenbeschränkungen, wie erklärt, keine Berücksichtigung. Das Filter greift weiterhin auf die Funktionen  $\tilde{f}_i$ , die im Rahmen der Auslegung festzulegen sind, zurück:

$$r_i = \tilde{f}_i \left( \overset{(1)}{\hat{w}}_i, \overset{(\delta_i-1)}{\hat{w}}_i, \dots, \overset{(\delta_i-1)}{\hat{w}}_i \right).$$

Das inverse Modell bestimmt zur Umsetzung von  $r_i$  geeignete Stellgrößen, die im Rahmen der Stellgrößenbeschränkungen auf die Strecke aufgegeben werden und die unter den Stellgrößenbeschränkungen zur Bewegung  $y_{r,i}$  führen.

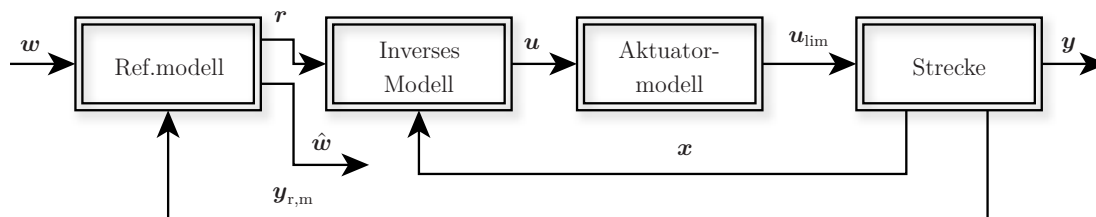
Unter Berücksichtigung der Größen  $\bar{\mathbf{y}}_m$  ergeben sich  $\overset{(\delta_i)}{\hat{w}}_i$  im Filter zu:

$$\overset{(\delta_i)}{\hat{w}}_i = y_{m,i}.$$

Abbildung 2.5 zeigt ein Referenzmodell mit PCH, dass eine Vorgabe für ein inverses Modell bestimmt, dass daraus und den Zustandsgrößen der Strecke Stellgrößen  $\mathbf{u}$  ermittelt. Die unter den Aktuatorbeschränkungen erreichten Änderungsraten der Ausgangsgrößen werden in der Abbildung dem Referenzmodell zurückgeführt. Durch diese Modifikation des Referenzmodells gibt es ausschließlich unter den Aktuatorbeschränkungen umsetzbare Trajektorien vor.

Durch PCH kann unter anderem ein Integrator-Windup in einem um Strecke und inversen Modell geschlossenen Regelkreis mit I-Anteil vermieden werden.

Das vorliegend geregelte ROMO weist Aktuatorbeschränkungen auf. Diese finden in der Gesamt-iFR durch eine Variation dieses Ansatzes Berücksichtigung.



**Abbildung 2.5:** Ein inverses Modell bestimmt mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung Stellgrößen  $u$ , die die Ausgangsgröße  $y$  eine Referenzbewegung  $r$ , die wegen geeigneter Filterung hinreichend oft zeitlich differenzierbar ist, umsetzen lassen. Eingangsgröße des genannten Filters ist die Führungsgröße  $w$ . Die Strecke besitzt die Zustandsgrößen  $x$ . Weiterhin geht in das Filter die gemessene Bewegung der bis zum jeweiligen Differenzgrad differenzierten Ausgangsgrößen  $y_{r,m}$  ein. Mit ihnen beschränkt das Filter die Vorgabe entsprechend dem tatsächlich Erreichbaren. Ein Modell der Aktuatorbeschränkungen begrenzt  $u$  auf  $u_{lim}$ .

### 3 Modellierung der Fahrdynamik für Reglerentwurf und Simulation

Dieser Abschnitt führt die verwendeten Fahrzeugmodelle aus dem Stand der Technik ein. Weiterhin wird der DLR Versuchsträger ROboMObil vorgestellt, den die entwickelte Fahrdynamikregelung in der Simulation regelt.

#### 3.1 Fahrzeug- und Radkoordinatensysteme und -freiheitsgrade

Das Koordinatensystem I ist das inertielle Weltkoordinatensystem. Es besitzt die orthogonalen Richtungen  $({}^I x_{fahrbahn}, {}^I y_{fahrbahn}, {}^I z)$ . Die  ${}^I x_{fahrbahn}$ - ${}^I y_{fahrbahn}$ -Ebene stellt die Fahrbahnebene dar. Sie sei zur Vereinfachung der Argumentation im Rahmen dieser Arbeit eine *echte* Ebene. Das mit dieser Arbeit eingeführte Regelungskonzept ist jedoch auch auf Fahrzeuge anwendbar, die sich auf einem unebenen Untergrund bewegen. Dies ist möglich, da Fahrbahnunebenheiten bei der Überfahrt zu Variationen in den Radaufstandskräften  $f_z$  führen und diese sowie deren Raten eine Eingangsgröße des Regelungssystems darstellen. Die Fahrzeugbeschleunigungen, die aus einer Steigung in der Fahrbahn resultieren, werden durch den äußeren Regelkreis des vorgeschlagenen Regelungssystems kompensiert. Sie können zusätzlich im folgend eingeführten Entwurfsmodell modelliert und bereits von der Vorsteuerung innerhalb der iFR berücksichtigt werden.

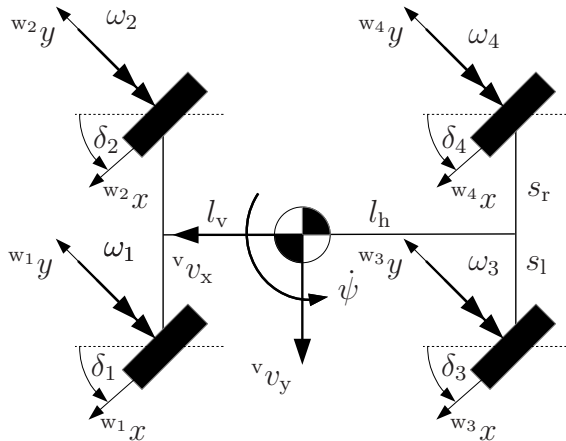
Die Kräfte  $f_z$  ergeben sich nach dem Zweispurmodell mit einem linearen Kraftgesetz aus den Federwegen und den Dämpfungsraten. Diese Federwege und Dämpfungsraten ergeben sich weiterhin nach einer linearen Vorschrift aus den vertikalen Zustandsgrößen  $y_v$ . Deren Dynamik beschreibt weiterhin ein Satz linearer Differenzialgleichungen mit der ebenen Fahrzeugbeschleunigung als Eingangsgröße.

Das fahrzeugfeste Koordinatensystem v ist gegenüber dem Koordinatensystem I um den Winkel  $\psi$ , den sogenannten *Gierwinkel*, um die  ${}^I z$ -Achse gedreht. Es entspringt im

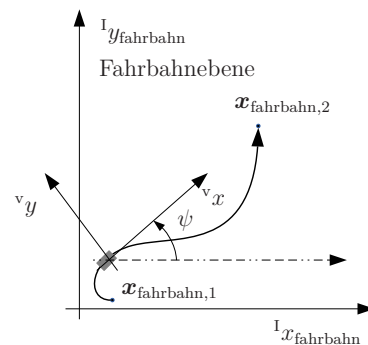


Fahrzeugschwerpunkt. Die  ${}^v x$ -Achse entspricht der Fahrzeuglängsachse.

Der Fahrzeugaufbau dreht sich zudem um die Wankachse, die  ${}^v x$ -Achse und um die Nickachse, die  ${}^v y$ -Achse des Fahrzeugs. Dabei bezeichnet  $\varphi$  den Wank- und  $\theta$  den Nickwinkel. Da in dieser Arbeit Wank- und Nickachse jeweils der Fahrzeuglängs- beziehungsweise Fahrzeugquerachse entsprechen, führt weder eine Wank- noch eine Nickbewegung des Fahrzeugaufbaus zu einer translatorischen Beschleunigung des Fahrzeugschwerpunkts. Das Koordinatensystem  $v$  ist in Abbildung 3.1 dargestellt.



**Abbildung 3.1:** Fahrzeug in der Draufsicht. Generalisierte horizontale Geschwindigkeit, Lenkwinkel und Abrollwinkelgeschwindigkeiten.



**Abbildung 3.2:** Inertiales Koordinatensystem  $I$  in der Fahrbahnebene: Ein Punkt aus Position und Orientierung  $\mathbf{x}_{\text{fahrbahn},i}$  ist in den Richtungen  $x_{1,\text{fahrbahn}}$  und  $x_{2,\text{fahrbahn}}$  in der Ebene lokalisiert. Ein Körper in dieser Ebene ist des Weiteren um den Winkel  $\psi$  bezüglich der Senkrechten auf die Fahrbahnebene gedreht.

Das  $i$ -te Rad ist um den Lenkwinkel  $\delta_i$  um eine Parallele zur  ${}^v z$ -Achse, der sogenannten *Fahrzeughochachse* gelenkt. Die Fahrzeughochachse verläuft durch den Fahrzeugschwerpunkt, die Lenkachsen durch die jeweiligen Radaufstandspunkte. Im Kontaktpunkt zwischen dem Reifen und der Straße entspringt das Reifenkoordinatensystem  $w_i$ , siehe auch Abschnitt 3.2. Es ist gegenüber dem  $v$ -System um  $\delta_i$  um die  ${}^v z$ -Achse gedreht. Der Kontaktpunkt wird in Abschnitt 3.2 erläutert. Die Lenkwinkel und die Reifenkoordinatensysteme sind ebenfalls in Abbildung 3.1 eingetragen.

Die  $w_i x$ -Achse liegt in der Fahrbahnebene und weist in Reifenlängsrichtung. Die  $w_i y$ -Achse steht senkrecht zu dieser und liegt ebenfalls in der Fahrbahnebene. Die  $w_i z$ -Achse weist senkrecht zur Fahrbahnebene aus der Fahrbahnebene heraus.

In Abbildung 3.1 ist die Giergeschwindigkeit  $\dot{\psi}$ , die Fahrzeuglängsgeschwindigkeit  ${}^v v_x$  und die Fahrzeugquergeschwindigkeit  ${}^v v_y$  dargestellt. Die in der Draufsicht nicht sichtbare Verschiebung des Fahrzeugschwerpunkts in  ${}^v z$ -Richtung weg von seiner Ruhelage wird als Hub bezeichnet. Der Vektor  ${}^v \mathbf{v}_{\text{gen}} := ({}^v v_x, {}^v v_y, \dot{\psi})^T$  fasst die ebenen Fahrzeuggeschwindigkeiten zusammen.

Der Vektor  ${}^I \mathbf{y} := ({}^I x_{\text{fahrbahn}}, {}^I y_{\text{fahrbahn}}, \psi)$ , siehe auch Abbildung 3.2, stellt die ebene, generalisierte Position des Fahrzeugs im inertialen Koordinatensystem  $I$  dar.

Ein Punkt  ${}^v \hat{\mathbf{p}} = ({}^v \hat{p}_x, {}^v \hat{p}_y, p_\psi)^T$  relativ zum Fahrzeugschwerpunkt wird mit den einge-

fürten Größen durch

$${}^I\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} {}^v\hat{\mathbf{p}} + \begin{pmatrix} {}^Ix_{\text{fahrbahn}} \\ {}^Iy_{\text{fahrbahn}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

in das Weltkoordinatensystem I projiziert.

Der Fahrer gibt eine absolute Beschleunigungsanforderung  ${}^v\ddot{\mathbf{y}} \stackrel{!}{=} {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}$ , dargestellt im Koordinatensystem v, vor. Diese wird von dem vorliegend entwickelten Regelungssystem gefiltert und eingeregelt. Sie entspricht beispielsweise für eine stationäre Kreisfahrt einer verschwindenden Beschleunigung in Fahrzeuginnen- und einer konstanten Beschleunigung in Fahrzeugquerrichtung.

Eingangsgröße des inversen Modells der vorliegend entwickelten iFR ist der relative Ruck im Koordinatensystem v. Dieser kann, wie beim folgend eingeführten Entwurfsmodell, durch Differenzieren des Modells dargestellt werden. Er geht in das Kriterium  $c_{\dot{a}}$  ein.

Zur Bestimmung des absoluten Rucks müsste der relative Ruck im Koordinatensystem v nach

$${}^v\mathbf{y}^{(3)} = {}^v\mathbf{y}^{(2)} + (-\dot{\psi}\ddot{y}_2, \dot{\psi}\ddot{y}_1, 0)^T$$

um  $(-\dot{\psi}\ddot{y}_2, \dot{\psi}\ddot{y}_1, 0)$  erweitert werden. Dies ist jedoch für das inverse Modell in dieser Arbeit nicht notwendig, da dessen Eingangsgröße der relative und nicht der absolute Ruck ist.

## 3.2 Reifen und Reifenkräfte

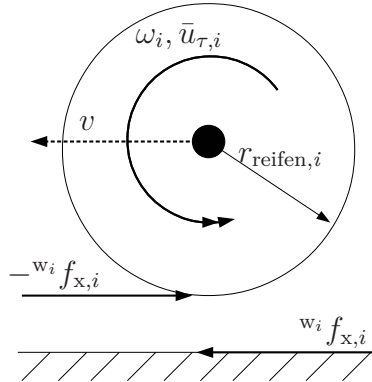
Das  $i$ -te Rad besitzt den Halbmesser  $r_{\text{reifen},i}$  zum Berührungspunkt mit der Straße und berührt die Fahrbahnoberfläche, sofern es mit dieser in Kontakt steht, mit dem *Reifenlatsch*,  $\mathbf{r} := (r_1, \dots, r_4)^T$ . In diesem wirken die ebenen Reifenkräfte  ${}^w_i f_{x,i}$  beziehungsweise  ${}^w_i f_{y,i}$  und die Radaufstandskraft  ${}^w_i f_{z,i} := f_{z,i}$ . Der Betrag der ebenen Reifenkraft wird als  $f_{xy,i} := \sqrt{{}^w_i f_{x,i}^2 + {}^w_i f_{y,i}^2}$  bezeichnet. Diese Kräfte werden im jeweiligen Radkoordinatensystem  $w_i$ , vergleiche Abschnitt 3.1, dargestellt. Der Vektor  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}} \in \mathbb{R}^4$  stellt die Drehmomente an den Rädern dar, die über den jeweiligen Radius  $r_{\text{reifen},i}$  von den Reifenlängs Kräften in der Fahrbahnebene induziert werden, vergleiche Abbildung 3.3:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}} &:= (\tau_{\text{fahrbahn},1}, \dots, \tau_{\text{fahrbahn},4})^T, \\ \tau_{\text{fahrbahn},i} &:= -{}^w_i f_{x,i} r_{\text{reifen},i} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

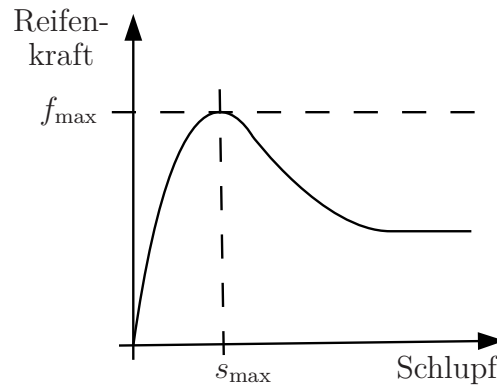
Zwischen Reifenlatsch und Fahrbahnoberfläche ist der Reibbeiwert  $\mu_i$  vorhanden,  $\boldsymbol{\mu} := (\mu_1, \dots, \mu_4)^T$ .

Der Vektor  $\mathbf{f}_z := ({}^v f_{z,1}, \dots, {}^v f_{z,4})^T$  fasst die vier Radaufstandskräfte zusammen. Die ebenen Reifenkräfte, dargestellt im Koordinatensystem v, vereint der Vektor  ${}^v\mathbf{f}_{xy} := ({}^v f_{x,1}, \dots, {}^v f_{x,4}, {}^v f_{y,1}, \dots, {}^v f_{y,4})^T \in \mathbb{R}^8$ .

Die über den Latsch wirkenden Reifenkräfte greifen im jeweiligen *Kontaktpunkt* an. Es besteht ein Unterschied der ebenen Geschwindigkeit zwischen dem Kontaktpunkt im Reifenlatsch und dem Kontaktpunkt auf der Straße. Dieser Geschwindigkeitsunterschied



**Abbildung 3.3:** Seitenansicht des  $i$ -ten Rades. Winkelgeschwindigkeit  $\omega_i$ , Drehmoment  $\bar{u}_{\tau,i}$ , Reifenslängskraft  ${}^w_i f_{x,i}$  und Reifenradius  $r_{\text{reifen},i}$ . Das Rad bewegt sich mit der translatorischen Geschwindigkeit  $v$  in der Zeichenebene.



**Abbildung 3.4:** Reifenkraft über dem positiven Reifenschlupf. Die Reifenkraft steigt bis zu ihrem Kraftmaximum an der Stelle des Schlupfes  $s = s_{\text{max}}$  monoton an. Für weiter steigenden Schlupf fällt sie streng monoton ab. Nach dem verwendeten Reifenmodell wiederholt sich die Kennlinie für negativen Schlupf punktsymmetrisch mit dem Punkt  $(0,0)$  als Spiegelpunkt.

wird auf die absolute Geschwindigkeit des Kontaktpunkts in der Straße bezogen und resultiert so in den *Schlupf*. Der Betrag des Reifenslängs- und -querschlupfes des  $i$ -ten Rades heißt  $s_i$ . Das im folgenden Abschnitt eingeführte Entwurfsmodell errechnet diesen.

Der  $i$ -te Reifen überträgt unter dem Schlupf  $s_{\text{max},i}$  eine maximale Reifenkraft  $f_{\text{max},i}$  auf die Fahrbahn. Diese hängt linear von  $\mu_i$  ab und steigt degressiv mit  $f_{z,i}$  an.

Die Richtung der zwischen Reifen und Straße übertragenen Reifenkraft entspricht sowohl nach dem Entwurfsmodell als auch nach genannten Quellen der Richtung des Reifenschlupfes. Ihr Betrag ist als das Produkt aus dem Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials  $\eta_i$  und der maximal in der Fahrbahnebene übertragbaren Kraft  $f_{\text{max},i}$

$$f_{xy,i} = \eta_i f_{\text{max},i},$$

mit

$$\eta_i := \frac{f_{xy,i}}{f_{\text{max},i}} \leq 1$$

modelliert.

Der Ausnutzungsgrad  $\eta_i$  hängt von der Lage des aktuellen Reifenschlupfs und der Lage des Schlupfs  $s_{\max,i}$  ab, unter dem die Kraft  $f_{\max,i}$  übertragen wird, vergleiche Abbildung 3.4. Es gilt

$$0 \leq \eta_i \leq 1.$$

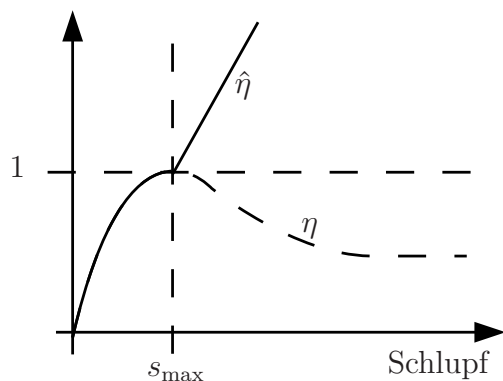
In [Knobel, 2007] wird

$$\zeta_i = \frac{s_i}{s_{\max,i}}$$

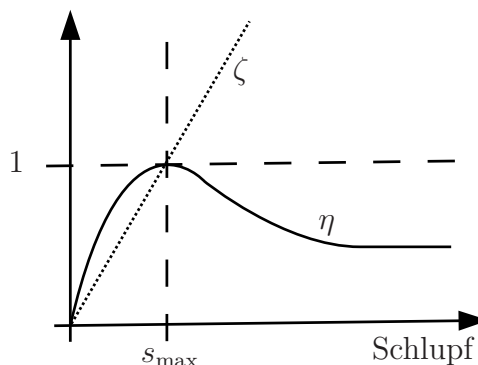
eingeführt. Es gilt jedoch

$$0 \leq \zeta_i < \infty.$$

Die Größen  $\eta$  und  $\zeta$  zeigt Abbildung 3.6 beispielhaft über den Schlupf. Der Bereich  $0 \leq \zeta_i \leq 1$  wird als *stabiler* Betriebsbereich des Reifens bezeichnet. Die Größen  $\zeta$  und  $\eta$  stimmen in diesem Bereich nicht überein, vergleiche Abbildungen 3.5 und 3.6.



**Abbildung 3.5:** Die Kenngrößen  $\eta$  und  $\hat{\eta}$  qualitativ über dem Reifenschlupf. Im stabilen Reifenbetriebsbereich verläuft  $\hat{\eta}$  mit  $\eta$ , steigt aber über den Schlupf im gesamten Kennfeld des Reifens monoton an.



**Abbildung 3.6:** Die Kenngrößen  $\eta$  und  $\zeta$  qualitativ über dem Schlupf. Zwar ist  $\zeta$  konvex, die Größe weicht aber für einen Schlupf kleiner als  $s_{\max}$  von  $\eta$  ab.

Diese Arbeit definiert den erweiterten Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials

$$\hat{\eta}_i(t) := \begin{cases} \eta_i(t) & \text{für } |s_i(t)| \leq s_{\max,i}(t) \\ \frac{|s_i(t)|}{s_{\max,i}(t)} & \text{ansonsten} \end{cases},$$

$$\hat{\eta}_{\max} := \max_t \max_i \hat{\eta}_i(t)$$

als Funktion in der Zeit  $t$ , siehe auch Abbildung 3.5. Auch aus  $\hat{\eta}_i$  geht hervor, ob ein Reifen in seinem stabilen oder in seinem instabilen Betriebsbereich betrieben wird. Jedoch repräsentiert es innerhalb des stabilen Betriebsbereichs die relative Entfernung von  $f_{xy,i}$  von  $f_{\max,i}$  und nicht wie  $\zeta_i$  die relative Entfernung von  $s_i$  von  $s_{\max,i}$ .

### 3.3 Zweispurmodell als Grundlage für die Reglersynthese

Dieser Abschnitt weist auf das Zweispurmodell hin, wie beispielsweise in [Orend, 2006, Antonov, 2008] ausführlich beschrieben. Es wird vorliegend um ein Aktuatormodell für die Lenkwinkel erweitert. Das Entwurfsmodell, eingeführt im folgenden Abschnitt, ist von ihm abgeleitet. Auch wird das Zweispurmodell, gekoppelt unter anderem mit einem inversen Modell als Prädiktionsmodell für die modellprädiktive Optimierung aus Abschnitt 7.3.2, verwendet. Es erwies sich im Experiment mit der zur Verfügung stehenden Rechenhardware und mit dem direkten Eulerverfahren für die Lösung der Gesamtdifferenzialgleichung als geeignet hinsichtlich der Rechenzeit zur Auswertung des Modells. Vorliegende Arbeit greift bei der Reglersynthese auf das Zweispurmodell zurück. Konkret nimmt das im Folgenden eingeführte *Entwurfsmodell* einen Teil des Konzepts und der Gleichungen des Zweispurmodells in sich auf. Daher stellt dieser Abschnitt die Grundkonzepte des Zweispurmodells dar, um genanntes Entwurfsmodell auf deren Basis besser erläutern und dieses und dessen Neuartigkeit in den Stand der Technik einordnen zu können. Dieser Abschnitt führt Größen, wie beispielsweise die Lenkwinkel  $\delta$  ein, zeigt die Wirkung der Stellgrößen auf die Zustandsgrößen und deren Zusammenhang mit dem geregelten Ausgang auf und weist auf die von dieser Arbeit eingeführten Modifikationen des Zweispurmodells hin. Dieser Abschnitt besitzt explizit nicht den Anspruch, das vorgestellte Zweispurmodell nach den vorliegenden Gleichungen implementierbar zu machen. Dafür wird auf die Literatur verwiesen.

Der Fahrzeugaufbau ist nach dem Zweispurmodell ein massen- und massenträgheitsbehafteter Körper mit der Masse  $m_{\text{fahrzeug}}$  und dem Massenträgheitsmoment um die Hochachse  $\Theta_{z,\text{fahrzeug}}$ . Er besitzt damit 6 Freiheitsgrade im Raum. Sie können in jeweils 3 horizontale und vertikale Freiheitsgrade  $\mathbf{x}_h$  und  $\mathbf{x}_v$  gruppiert werden. Weiterhin sind mit ihm durch jeweils ein Feder-Dämpfer-Element vier Räder verbunden. Sie besitzen keine Masse, jedoch aber Massenträgheit bezüglich ihrer Rollachse. Durch Antriebs- und Bremsmomente können, sofern diese in der betrachteten Fahrzeugkonfiguration stellbar sind, ihre Abrollwinkelgeschwindigkeiten  $\boldsymbol{\omega} := (\omega_1, \dots, \omega_4)^T$  beeinflusst werden. Auch können an den gelenkten Rädern Lenkwinkel  $\boldsymbol{\delta} := (\delta_1, \dots, \delta_4)^T$  einfach zeitlich verzögert gestellt werden. So besitzen die Räder insgesamt bis zu acht Zustandsgrößen. Das Einführen des Modells für die Lenkwinkel mit der autonomen Differenzialgleichung

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \bar{\mathbf{u}}_{\delta},$$

stellt eine, mit dieser Arbeit eingeführte, Modifikation des Zweispurmodells gegenüber beispielsweise [Orend, 2006] dar.

Jeder Reifen überträgt in seinem Kontaktpunkt mit der Straße eine Reifenkraft auf diese. Die Kraftkomponenten in der Fahrbahnebene ergeben sich nach einem nichtlinearen Kraftgesetz aus den Zustandsgrößen des Fahrzeugs. Sie werden über die Fahrzeuggeometrie in den Fahrzeugschwerpunkt projiziert und resultieren dort in jeweils eine ebene, translatorische Längs- und Querkraft sowie ein Drehmoment um die Fahrzeughochachse. Diese drei Komponenten verursachen eine ebene Fahrzeugbeschleunigung und eine Fahrzeugdrehbeschleunigung. Die Radlasten  $\mathbf{f}_z$  sind durch das Kraftgesetz des Feder-Dämpfer-Elements beschrieben. Die Federn sind wegen der Gewichtskraft

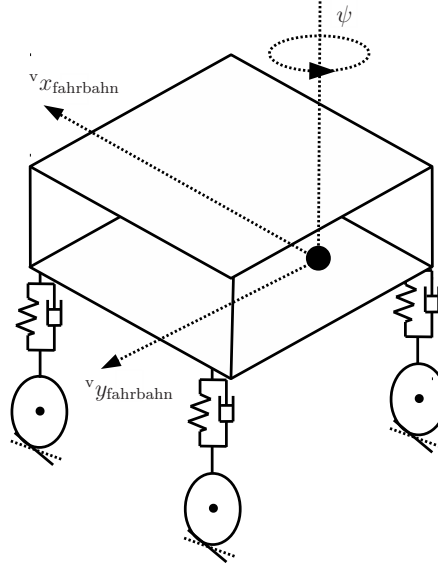
des Fahrzeugaufbaus vorgespannt. So stützt sich diese anteilig auf der Straße ab. Weiterhin resultiert die ebene Fahrzeugbeschleunigung dynamisch in Längenänderungen der Feder-Dämpfer-Elemente. Die Zustandsgrößen des Zweispurmodells  $\mathbf{x}$  fassen die eingeführten Größen zusammen:

$$\mathbf{x} := (\mathbf{x}_h^T, \mathbf{x}_v^T, \boldsymbol{\delta}^T, \boldsymbol{\omega}^T)^T$$

mit den horizontalen beziehungsweise vertikalen Zustandsgrößen

$$\begin{aligned} {}^I\mathbf{x}_h &:= ({}^I x_{\text{fahrbahn}}, {}^I y_{\text{fahrbahn}}, \psi, \dot{x}_{\text{fahrbahn}}, \dot{y}_{\text{fahrbahn}}, \dot{\psi})^T \text{ und} \\ \mathbf{x}_v &:= (\theta, \varphi, z, \dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{z})^T \end{aligned}$$

Das durch das Zweispurmodell beschriebene Fahrzeug ist in Abbildung 3.7 perspektivisch dargestellt.



**Abbildung 3.7:** Perspektivische Fahrzeugansicht. Der Fahrzeugaufbau ist masse- und massenträgheitsbehaftet und besitzt so 6 Freiheitsgrade im Raum. Die vier Räder besitzen jeweils eine Rollgeschwindigkeit und einen Lenkwinkel.

Die Horizontal- und Vertikaldynamik wird durch lineare Teilsysteme beschrieben. Details zu diesem Übertragungsverhalten sind der Literatur zu entnehmen, siehe beispielsweise [Orend, 2006]. Die Abrollwinkelbeschleunigungen werden durch  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  und gegebenenfalls die stellbaren Antriebs- oder Bremsmomente verursacht. Ebenso können die Lenkwinkelraten, abhängig von der Fahrzeugkonfiguration, durch Stellgrößen beeinflusst werden. Aus den Reifenschlupfen bestimmt ein nichtlineares Kraftmodell die ebenen Reifenkräfte. Dieses wird vorliegend als nichtlineare Funktion isoliert. Es wird also nicht ein nichtlineares Gesamtmodell der ebenen Reifenkräfte mit eigenen Zustandsgrößen der Raddynamik formuliert. Diese Trennung macht die im Folgenden durchgeführte Inversion transparenter. Dazu werden, in [Orend, 2006] implizit, die Schlupfsteifigkeiten  $\mathbf{k}_{\text{sy}} := (k_{\text{sy},1}, \dots, k_{\text{sy},4})^T$  und bestimmt:

$$(\mathbf{s}_{xy}, \mathbf{f}_z, \boldsymbol{\mu}) \rightarrow (\mathbf{k}_{\text{sx}}, \mathbf{k}_{\text{sy}}) \quad (3.2)$$

Sie verknüpfen den Reifenschlupf und die ebenen Reifenkräfte:

$$\left. \begin{aligned} {}^w f_{x,i} &= k_{s_{xy,i}} s_{xy,i}, \\ {}^w f_{y,i} &= k_{s_{xy,4+i}} s_{xy,4+i} \end{aligned} \right\}. \quad (3.3)$$

Vorliegende Arbeit ermittelt im Fall des Zweispurmodells als Regelstrecke in der Simulation die von ihr eingeführten Steifigkeiten  $k_{s_{xy,i}}$ ,  $1 \leq i \leq 8$  durch zweiseitige Differenzenquotienten mit einem geeignet gewählten  $\epsilon$  nach dem in [Orend, 2006] beschriebenen Reifenkraftmodell. Dies erfolgt, indem am jeweiligen Arbeitspunkt ebene Reifenkräfte unter Variation des Schlupfs ermittelt werden und ihre Änderung auf die Gesamtvariation des Schlupfs bezogen wird:

$$k_{s_{xy,i}} = \frac{{}^w f_{xy,i}(s_{xy,i+\epsilon}) - {}^w f_{xy,i}(s_{xy,i-\epsilon})}{2\epsilon}.$$

Die ebenen Reifenkräfte werden vom Zweispurmodell auch auf  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  mit Gleichung (3.1) abgebildet.

Die Radaufstandskräfte  $\mathbf{f}_z$  ermittelt das Zweispurmodell unter Heranziehen des Parameters  $\mathbf{f}_{z,0,\text{dgl}}$ . Sie werden mit der Matrix  $\mathbf{A}_{f_z}$  zu

$$\mathbf{f}_z = \mathbf{f}_{z,0,\text{dgl}} + \mathbf{A}_{f_z} \mathbf{x}_v \quad (3.4)$$

bestimmt. Dabei sind  $\mathbf{f}_{z,0,\text{dgl}}$  die unter  $\varphi = 0, \theta = 0, z = 0$  vorliegenden Radaufstandskräfte und  $\mathbf{A}_{f_z}$  eine Matrix, deren Koeffizienten sich aus der Fahrzeuggeometrie, den Federsteifigkeiten und den Dämpferkonstanten ergeben. Weitere Details sind der Literatur zu entnehmen. Die Radaufstandskräfte ergeben sich mit der Funktion  $f_{f_z}$  nach Gleichung (3.4) aus  $\mathbf{x}_v$ :

$$f_{f_z} : \mathbf{x}_v \rightarrow \mathbf{f}_z. \quad (3.5)$$

Gegenüber dem aus [Orend, 2006] bekanntem Zweispurmodell wird in das zur Simulation herangezogene Zweispurmodell ein Modell des Luftwiderstands eingeführt. Die das Fahrzeug bewegende, generalisierte Kraft wird dazu mit

$${}^v \mathbf{f}_{\text{gen,luft}} = (c_{\text{luft}} {}^v v_x^2, 0, 0)^T.$$

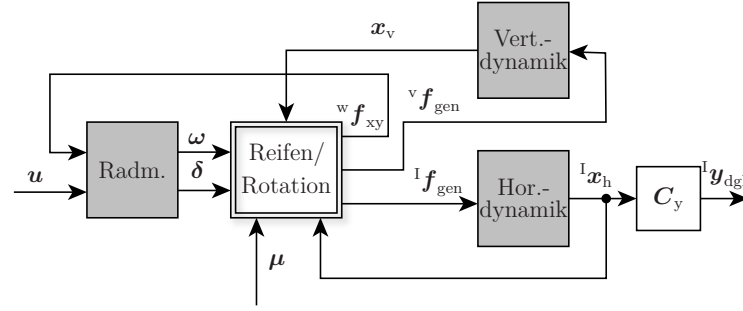
superpositioniert.

Das Strukturbild in Abbildung 3.8 zeigt das Zweispurmodell komponentenweise. Es besteht aus den genannten Teilsystemen der Horizontal-, der Vertikaldynamik, einem Radmodell und einem Reifenkraftmodell. Die Reibbeiwerte  $\boldsymbol{\mu}$  können als Eingangsgrößen des Reifenmodells verstanden werden.

Ausgangsgrößen des Zweispurmodells sind die ebene Fahrzeugposition  ${}^v \mathbf{y}_{\text{dgl}}$  und die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$ . Weiterhin wird die vektorwertige Ausgangsgröße

$$\boldsymbol{\kappa} := \left( \boldsymbol{\omega}^T, \boldsymbol{\delta}^T, \mathbf{f}_z^T, {}^v \mathbf{y}_{\text{dgl}}^T, \mathbf{k}_{s_x}^T, \mathbf{k}_{s_y}^T, \dot{\mathbf{f}}_z^T, \left( \mathbf{y}_{\text{dgl}}^T \right)^\circ \right)^T$$

definiert.



**Abbildung 3.8:** Strukturbild des Zweispurmodells. Die Abbildung zeigt die Subsysteme der Horizontal- und der Vertikaldynamik sowie das Subsystem der Räder. Die grau gefüllten Systeme besitzen Zustandsgrößen, das Reifenkraftmodell hingegen nicht. Die ebenen Reifenkräfte ergeben sich in diesem Blockschaltbild als nichtlineare Funktion aus den Zustandsgrößen des Fahrzeugs. Durch diese Interpretation kann im Folgenden die Inversion transparenter erfolgen. Genannte ebene Reifenkräfte werden über die Fahrzeuggeometrie auf die generalisierte Kraft  ${}^v \mathbf{f}_{\text{gen}}$  projiziert, die sich aus den im Fahrzeugschwerpunkt wirkenden Längs- und Querkraften und dem Giermoment zusammensetzt.

Für die folgende Herleitung des inversen Modells auf Basis des Zweispurmodells wird eine Ausgangsgröße  $\mathbf{y}_{\text{dgl}} := \mathbf{x}_{\text{fahrbahn}}$ , also die ebene Fahrzeugposition, gewählt. Das Zweispurmodell ist durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} {}^I \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}_{\text{dgl}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}) + \mathbf{b}_{\text{dgl}}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y}_{\text{dgl}} &= \mathbf{c}_{\text{dgl}}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (3.6)$$

beschrieben. Die Ausgangsgleichung kann bis zur Ruckebene differenziert werden, auf die erstmals die Eingangsgröße  $\mathbf{u}$  wirkt [Köppern, 2010]:

$$\begin{aligned} {}^I \dot{\mathbf{y}}_{\text{dgl}} &= \mathbf{L}_{\mathbf{a}_{\text{dgl}}} \mathbf{c}_{\text{dgl}} \neq \dot{\mathbf{y}}_{\text{dgl}}(\mathbf{u}) \\ {}^I \ddot{\mathbf{y}}_{\text{dgl}} &= \mathbf{L}_{\mathbf{a}_{\text{dgl}}}^2 \mathbf{c}_{\text{dgl}} \neq \ddot{\mathbf{y}}_{\text{dgl}}(\mathbf{u}) \\ {}^I \mathbf{y}_{\text{dgl}}^{(3)} &= \mathbf{L}_{\mathbf{a}_{\text{dgl}}}^3 \mathbf{c}_{\text{dgl}} + \underbrace{\mathbf{L}_{\mathbf{b}_{\text{dgl}}} \mathbf{L}_{\mathbf{a}_{\text{dgl}}}^2 \mathbf{c}_{\text{dgl}}}_{\neq 0} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dabei wird auf die *Lie-Ableitung*, siehe Anhang H, zurückgegriffen.

Auch Gleichung (3.7) kann zur Modellinversion herangezogen werden.

Beim Bilden der Ableitung der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}_{\text{dgl}}$  nach der Zeit ist zu beachten, dass alle Größen im inertialen Koordinatensystem I angegeben sind. Größen in relativen Koordinatensystemen sind beim Differenzieren nach der Zeit um Eulerterme zu erweitern, damit die gebildete Ableitung einer absoluten Änderung entspricht.

Bei der Modellierung des Zweispurmodells werden, wie [Orend, 2006] angibt, folgende Annahmen getroffen:

- Jedes Feder- und jedes Dämpferelement der Radaufhängungen wird als ideal linear modelliert.
- Die Elastik und die Elastokinematik der Radaufhängungen wird vernachlässigt.



- Die Radaufhängung weist weder für Reifenlängs-, noch für -querkraft einen Abstützwinkel auf. Die Längs- und Querkräfte führen dadurch zu keiner vertikalen Aufbaubewegung.
- Die Reifen weisen keinen Sturz auf.
- Die ebenen Reifenkräfte zeigen kein Einlaufverhalten.

Diese Annahmen werden auch in [Orend, 2006] aufgeführt. Jedoch entwickelt vorliegende Arbeit das dort eingeführte Fahrzeugmodell weiter, sodass nicht alle in [Orend, 2006] getroffenen Annahmen gültig sind. Für das in dieser Arbeit betrachtete Zweispurmodell gilt:

- Die Fahrbahnoberfläche wird nicht als eben angenommen. Die Fahrbahnebene darf über Neigung und Gefälle verfügen.
- Die ebenen Reifenkräfte sind anisotrop modelliert.
- Die Horizontal- und die Vertikaldynamik sind, wie in [Orend, 2006], entkoppelt. Jedoch erreicht vorliegende Arbeit die Entkopplung durch die Annahme, Wank- und Nickachse verliefen durch den Fahrzeugschwerpunkt.
- Der Luftwiderstand wird modelliert.

Die Abbildung der Stellgrößen  $\mathbf{u}$  auf die vollständigen Stellgrößen  $\bar{\mathbf{u}}$  geschieht nach der Vorschrift aus dem folgenden Unterabschnitt 3.3.1. Damit kann auch das Zweispurmodell zum Beispiel eine Ackermannlenkung oder ein Achsdifferenzial beschreiben.

### 3.3.1 Stellgrößen (Beitrag vorliegender Arbeit)

Ein Fahrdynamikregelungssystem kann allgemein im Rahmen dieser Arbeit über die Stellgrößen  $\mathbf{u} := (\mathbf{u}_\tau^T, \mathbf{u}_\delta^T)^T$ , je nach Fahrzeugkonfiguration, bis zu vier Abrollwinkelgeschwindigkeiten und bis zu vier Lenkwinkel entkoppelt beeinflussen, um auf die ebene Fahrzeugbewegung und damit auf  $\mathbf{x}_{\text{fahrbahn}}(t)$  einzuwirken. Abbildung 3.1 zeigt das Fahrzeug in der Draufsicht, die bereits genannten Abrollwinkelgeschwindigkeiten und Lenkwinkel.

Die von dieser Arbeit eingeführten *vollständigen Stellgrößen*  $\bar{\mathbf{u}} := (\bar{\mathbf{u}}_\tau^T, \bar{\mathbf{u}}_\delta^T)^T \in \mathbb{R}^8$  stellen Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente und Lenkwinkelraten an den vier Rädern dar. Sie setzen sich aus den *vollständigen Drehmomenten*  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$  und den *vollständigen Lenkwinkelraten*  $\bar{\mathbf{u}}_\delta$  zusammen. Sie müssen im Speziellen nicht für jede Fahrzeugkonfiguration komponentenweise unabhängig durch  $\mathbf{u}$  vorgebar sein. Sie ergeben sich durch

$$\bar{\mathbf{u}} := \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{u}}_\tau \\ \bar{\mathbf{u}}_\delta \end{pmatrix} := \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{U}_\tau(t) \\ \mathbf{U}_\delta(\boldsymbol{\delta}, t) \end{pmatrix}}_{=: \mathbf{U}(\boldsymbol{\delta}, t)} \mathbf{u} + \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

aus  $\mathbf{u} := (\mathbf{u}_\tau^T, \mathbf{u}_\delta^T)^T$ . Die Matrizen  $\mathbf{U}_\tau(t)$  und  $\mathbf{U}_\delta$  hängen von der Fahrzeugkonfiguration ab.

Mit ihnen kann unter anderem ein Achsdifferenzial oder eine Ackermannlenkung beschrieben werden, vergleiche Hypothese (H6). Um dies zu gewährleisten, ist  $\mathbf{U}(\boldsymbol{\delta})$  von den Lenkwinkeln abhängig.

Die Matrizen  $\mathbf{U}_\tau(t)$  und  $\mathbf{U}_\delta(\delta, t)$  sind zur Laufzeit anpassbar. Sie verändern sich im Falle eines Aktuatorausfalls.

Um eine Modellinversion auch für überaktuierte Fahrzeuge zu ermöglichen, führt diese Arbeit weiterhin *Hilfsgrößen*  $\boldsymbol{\gamma}$  und *reduzierte Stellgrößen*  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  ein. Durch

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})\mathbf{u}_{\text{red}} \quad (3.9)$$

wird  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  auf  $\mathbf{u}$  abgebildet. Diese Unterteilung der Stellgrößen wird von vorliegender Arbeit als *relative Stellgrößenpartitionierung* bezeichnet.

Die Stellgrößen  $\mathbf{u}_\delta$  definiert diese Arbeit als reduzierte Lenkwinkelraten  $\dot{\boldsymbol{\delta}}$ , die nach einer konfigurationsabhängig zu wählenden Vorschrift auf die vier Lenkwinkelraten  $\dot{\mathbf{u}}_\delta$  ohne Zeitverzug abgebildet werden können,

$$\mathbf{u}_\delta \rightarrow \dot{\mathbf{u}}_\delta.$$

Die vollständigen Stellgrößen  $\bar{\mathbf{u}}_\delta$  ergeben nach einfacher zeitlicher Integration die Lenkwinkel  $\boldsymbol{\delta}$ .

### 3.4 ROMO-Mehrkörpermodell als Bewertungsmodell für die Simulation

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Regelkreis aus iFR und Fahrzeugmodell untersucht. Mit diesem können Simulationsergebnisse gewonnen werden.

Als Bewertungsmodell wird ein Mehrkörperfahrzeugmodell des ROboMObils (ROMO) verwendet. Das Modell wurde am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik des DLR mit der Modellierungssprache Modelica, siehe Abschnitt I, erstellt. Auch beispielsweise [Bunte et al., 2014a] verwendet dieses. Die Parameter des Modells können ebenfalls mit Methoden, die am gleichen Institut entwickelt wurden, identifiziert werden [Fleps-Dezasse und Tobolar, 2016].

Das verwendete Modell besteht aus einem einfachen Aktuatormodell, einem Reifenmodell nach [Pacejka, 2002], einem Aerodynamikmodell, einem Straßenmodell mit variabler Fahrbahnhöhe und einem kennfeldbasierten Doppelquerlenkermodell der eCorner-Module.

Der Lenkaktuator wird als ideal angenommen. Eine geforderte Lenkwinkelrate wird direkt gestellt. Das geforderte Drehmoment wird durch ein  $PT_1$ -Glied mit der Zeitkonstante  $T_{\text{motor}} = 7 \text{ ms}$  verzögert.

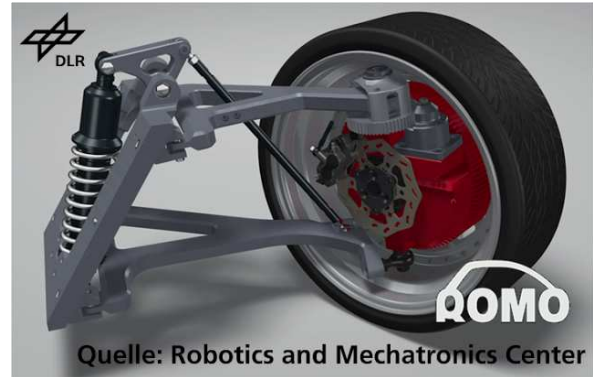
### 3.5 Versuchsträger ROMO

Die Regelstrecke, an die die iFR angewendet wird, ist der vollaktuierte Versuchsträger ROMO. Konkret können im Fahrzeug entkoppelt jeweils vier Lenkwinkel und Abrollwinkelgeschwindigkeiten gestellt werden. Jedoch sind im Rahmen der simulierten Fahrversuche dieser Arbeit seine Aktuationsmöglichkeiten virtuell eingeschränkt.

**Regelstrecke ROboMObil:** Im Robotik- und Mechatronik-Zentrum des DLR wird der bereits erwähnte und in Abbildung 3.9 dargestellte Versuchsträger ROMO entwickelt. Das Fahrwerk des Fahrzeugs besteht aus vier *eCorner*-Modulen, siehe



**Abbildung 3.9:** Außenansicht des DLR ROboMObils (ROMO), Quelle: www.dlr.de, Lizenz: CC BY 3.0.



**Abbildung 3.10:** Radmodul des ROMOs (eCorner), Quelle: www.dlr.de, Lizenz: CC BY 3.0.

Abbildung 3.10. Diese Module umfassen Federung, Dämpfung, Antrieb und Bremse. Dadurch können im ROMO radweise unabhängig der Lenkwinkel und das Antriebsbeziehungsweise Bremsmoment gestellt werden [Brembeck et al., 2011].

**Betrachtete Konfiguration:** Es wird vorliegend eine durch Software reduzierte Konfiguration des Versuchsträgers gewählt. Diese Wahl zeigt, dass der Ansatz auch für nicht-vollaktuierte Fahrzeuge eingesetzt werden kann.

Es sind vier Drehmomente an den Rädern unabhängig stellbar,  $\mathbf{u}_{\tau, \text{ROMO}} \in \mathbb{R}^4$ . Die Vorderachse ist nach Ackermann gelenkt. Die beiden Lenkwinkel an der Hinterachse sind identisch. Dadurch ist je Achse nur eine Lenkwinkelrate frei stellbar,  $\mathbf{u}_{\delta, \text{ROMO}} \in \mathbb{R}^2$ ,

$$\mathbf{u}_{\text{ROMO}} = (\tau_1, \dots, \tau_4, \dot{\delta}_{\text{vorne}}, \dot{\delta}_{\text{hinten}}) \in \mathbb{R}^6.$$

Die Konfiguration stellt eine Variante der mit Hypothese (H5) spezifizierten Fahrzeugvarianten dar. Auch beinhaltet sie Kopplungen, wie von Hypothese (H6) gefordert.

Mit gezeigter Einschränkung ist auch diese Konfiguration bezüglich  $\mathbf{y}$  überaktuiert.

Bei dem Fahrzeug ist eine Vorspur eingestellt. Somit verschwinden die Reifenquerkräfte bei Geradeausfahrt nicht.

Als Messgrößen beziehungsweise Schätzgrößen stellt das ROMO der Regelung  $\boldsymbol{\omega}$ ,  $\boldsymbol{\delta}$ ,  ${}^v\mathbf{v}_{\text{gen}}$ ,  ${}^v\dot{\mathbf{v}}_{\text{gen}}$ ,  $\mathbf{f}_z$  und  $\beta$  zur Verfügung.

Das ROMO wird von der vorliegend entwickelten iFR geregelt und dazu in den Regelkreis aus Abbildung 3.11 eingebunden.

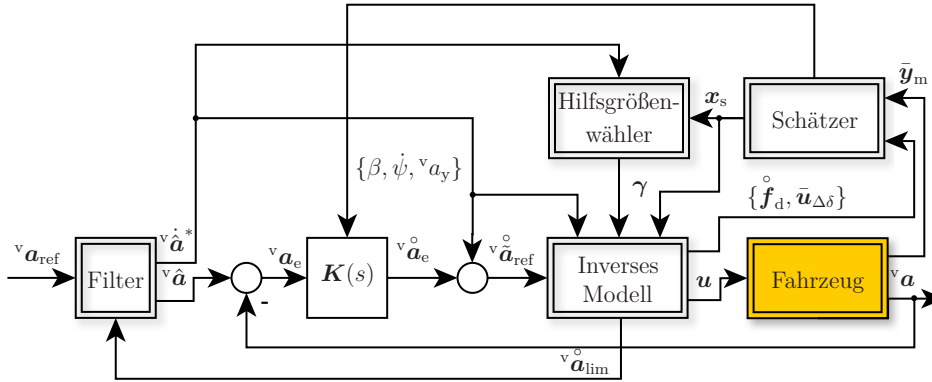


Abbildung 3.11: Gesamtregelkreis aus iFR und geregeltm Fahrzeug. Darin ist die im aktuellen Abschnitt eingeführte Komponente farblich hervorgehoben.

## 4 Entwurfsmodell des inversen Modells

Das Entwurfsmodell dieses Abschnittes, siehe auch [Köppern, 2017], ist Grundlage für die Reglersynthese. Es stellt die Funktion  $f_a$  dar, die die ebene Fahrzeugbeschleunigung abhängig von Größen wie der Fahrzeuggeschwindigkeit, den Abrollwinkelgeschwindigkeiten und den Lenkwinkeln bestimmt,

$$f_a : (\omega, \delta, f_z, v \dot{y}, k_{sx}, k_{sy}) \rightarrow v \ddot{y}. \quad (4.1)$$

Das Entwurfsmodell besitzt keine Dynamik und damit keine Zustandsgrößen.

Durch Differenzieren von  $f_a$  nach der Zeit kann unter Verwendung eines Aktuatormodells die Wirkung der Stellgrößen  $u$  auf die relative zeitliche Änderung der Fahrzeugbeschleunigung beschrieben werden.

Dieser Abschnitt führt die Gleichungen des von vorliegender Arbeit entwickelten Entwurfsmodells ein und weist parallel auf deren Implementierung in einer Modelica-Funktion, vergleiche Anhang E und gesamtheitlich Anhang L.1, hin, die bei der Synthese der iFR weiter verwendet wird. Die Funktion  $f_a$  des Entwurfsmodells bestimmt die ebene generalisierte Beschleunigung des Fahrzeugs und damit die zweite zeitliche Ableitung der generalisierten ebenen Position  $x_{fahrbahn}$ . Sie wird in diesem Abschnitt nach der Zeit differenziert. Auf diese zeitliche Ableitung wirken das erste Mal die Stellgrößen  $u$ . Auf dieser Ebene wird eine Linearisierung arbeitspunktabhängig durchgeführt.

Der Modelica-Code aus Anhang E.1 zeigt den Funktionsrumpf der Modelica-Funktion des vorliegenden Entwurfsmodells. Diese Funktion greift auf Fahrzeugparameter, wie die Masse des Aufbaus oder die Massenträgheitsmomente der Räder zurück. Genannte Parameter sind in der Struktur *data* zusammengefasst.

Das Entwurfsmodell beschreibt unter anderem die ebene Beschleunigung eines Fahrzeugs. Das Fahrzeug besitzt wie auch im Falle der Fahrzeugmodelle aus Abschnitt 3, vier, um die Winkel  $\delta_i$  gelenkte und mit den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_i$  abrollende Räder,  $\delta := (\delta_1, \dots, \delta_4)^T$  und  $\omega := (\omega_1, \dots, \omega_4)^T$ , siehe Abbildung 3.1. Bezüglich ihrer Rollachse besitzen die Räder die Massenträgheitsmomente  $\Theta_{w,i}$ . Um diese Achsen wirken an den Rädern die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente  $\bar{u}_{\tau,i}$ ,  $\bar{u}_\tau := (u_{\tau,1}, \dots, u_{\tau,4})^T$ ,

siehe auch Abschnitt 3.3.1. Die vier Radaufstandspunkte liegen in Fahrzeuginnenrichtung  $l_v$  beziehungsweise  $-l_h$  und in Fahrzeugaußenrichtung  $s_l$  beziehungsweise  $-s_r$  vom Fahrzeugschwerpunkt entfernt, siehe auch Abbildung 3.1. Diese Entfernungen der Kontaktpunkte der Reifen mit der Straße gehen in die Matrix

$$\mathbf{G} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ s_l & -s_r & s_l & -s_r & l_v & l_v & -l_h & -l_h \end{pmatrix}$$

ein. Das Fahrzeug besitzt die Gesamtmasse  $m_{\text{fahrzeug}}$ . Die Funktion  $\mathbf{f}_a$  bestimmt die absolute ebene Fahrzeugbeschleunigung  ${}^v\ddot{\mathbf{y}} =: \ddot{\mathbf{y}}$ . Sie stellt eine Ausgangsgröße des Entwurfsmodells dar.

Um die Fahrzeughochachse besitzt das Fahrzeug das Massenträgheitsmoment  $\Theta_z$ .

Der Fahrzeugaufbau besitzt im Schwerpunkt die ebene Fahrzeuggeschwindigkeit  ${}^v\mathbf{v}_{\text{gen}} := {}^v\dot{\mathbf{y}} = ({}^v v_x, {}^v v_y, \dot{\psi})^T$  mit den Komponenten  ${}^v v_x$  und  ${}^v v_y$ , die die translatorischen Geschwindigkeiten in Fahrzeuginnen- und Fahrzeugaußenrichtung und  $\dot{\psi}$ , der Drehrate des Fahrzeugs um seine Hochachse, der sogenannten *Gierrate*. In den Richtungen der generalisierten Geschwindigkeit wirken auch die Komponenten der generalisierten Kraft  $\mathbf{f}_{\text{gen}} := ({}^v f_{\text{gen},x}, {}^v f_{\text{gen},y}, \tau_z)^T$ , die sich aus  ${}^v \mathbf{f}_{xy}$  ergibt und sich aus zwei Kräften jeweils in Fahrzeuginnen- und Fahrzeugaußenrichtung  ${}^v f_{\text{gen},x}$  und  ${}^v f_{\text{gen},y}$  sowie dem Drehmoment  $\tau_z$  um die Fahrzeughochachse zusammensetzt.

Die Funktionen  $\mathbf{f}_a$  und  $\mathbf{f}_f$  bestimmen, wie im weiteren Teil dieses Abschnitts mit allen nötigen Gleichungen dargestellt, die zweite zeitliche Ableitung der ebenen, generalisierten Fahrzeugposition beziehungsweise die acht ebenen Reifenkräfte. Das Entwurfsmodell besitzt keine Zustandsgrößen, da es keine Dynamik besitzt. Seine Eingangsgrößen setzen sich, wie ebenfalls bereits angedeutet, aus den eingeführten Größen zusammen.

$$\begin{aligned} {}^v\ddot{\mathbf{y}} &= {}^v \mathbf{f}_a(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}) \\ {}^w \mathbf{f}_{xy} &= {}^w \mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dabei ist

$${}^w \mathbf{f}_{xy} := ({}^{w_1} f_{xy,1}, {}^{w_2} f_{xy,2}, {}^{w_3} f_{xy,3}, {}^{w_4} f_{xy,4}, {}^{w_1} f_{xy,5}, {}^{w_2} f_{xy,6}, {}^{w_3} f_{xy,7}, {}^{w_4} f_{xy,8})^T$$

der Vektor der acht ebenen Reifenkräfte, elementweise dargestellt in dem jeweiligen Reifenkoordinatensystem. So repräsentiert beispielsweise sein erstes Element die Reifenlängskraft des ersten Reifens, dargestellt in dessen Koordinatensystem, sein zweites Element die Reifenlängskraft des zweiten Reifens, dargestellt in dessen Koordinatensystem und das fünfte Element die Reifenquerkraft des ersten Reifens, dargestellt in dessen Koordinatensystem.

Die Größen  $\mathbf{k}_{s_{xy}}$  fassen die Schlupfsteifigkeiten der vier Räder bezogen auf die jeweiligen Radaufstandskräfte beziehungsweise maximal übertragbaren, ebenen Reifenkräfte jeweils in Reifenlängs- und Reifenquerrichtung zusammen. Sie seien zwischen zwei Zeitpunkten der Auswertung der Funktionen  $\mathbf{f}_a$  und  $\mathbf{f}_f$  konstant, ändern sich also lediglich sprunghaft:

$$\dot{\mathbf{k}}_{s_{xy}} = \mathbf{0}.$$

Sie werden in

$$\mathbf{k}_{s_{xy}} := (\mathbf{k}_{s_x}^T, \mathbf{k}_{s_y}^T)^T$$

zusammengefasst.

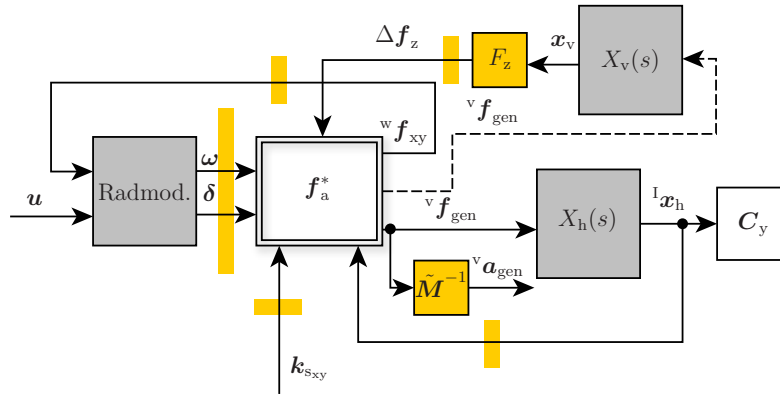
Die Funktionen  $\mathbf{f}_a$  und  $\mathbf{f}_f$  werden mit den Größen

$$\mathbf{p} := (l_v, l_h, s_l, s_r, \mathbf{k}_{f_z}^T, \mathbf{f}_{z0}^T, r_1, \dots, r_4, m_{\text{fahrzeug}}, \Theta_z, \Theta_{w,1}, \dots, \Theta_{w,4})^T$$

für eine konkrete Fahrzeugkonfiguration parametrisiert. Diese Parameter sind konstant, es gilt

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{0}.$$

Da  $\mathbf{p}$  zeitinvariant ist, wird die Größe zur Vereinfachung der Notation im Weiteren nicht als Argument der Funktionen des Entwurfsmodells aufgeführt. Das beschriebene Entwurfsmodell ist aus dem Zweispurmodell nach [Orend, 2006] abgeleitet. Jedoch ist sein Reifenmodell gegenüber der Quelle modifiziert: Die Reifenkraft hängt linear vom Längsbeziehungsweise Querschlupf ab, während die Schlupfsteifigkeiten sich sprunghaft ändern können. Damit kann die Nichtlinearität des Reifenkennfelds dennoch indirekt wiedergegeben werden. Abbildung 4.1 zeigt, wie die Funktion  $\mathbf{f}_a$ , die das Entwurfsmodell darstellt, dem Zweispurmodell entnommen ist. Dazu wurden Teile des Reifenmodells des ursprünglichen Zweispurmodells als eigenständige Teilsysteme formuliert.



**Abbildung 4.1:** Das Entwurfsmodell als Teil des Zweispurmodells. Sowohl die Stellen, an denen das Zweispurmodell aufgetrennt wird, als auch die neu hinzugefügten Blöcke sind Gelb gekennzeichnet. Dabei ist die Funktion  $\mathbf{f}_a^*$  an die Funktion des Entwurfsmodells  $\mathbf{f}_a$  angelehnt. Weiterhin beschreibt das *Radmodell* (*Radmod.*), wie die Stellgrößen zu Änderungen der Radwinkelgeschwindigkeiten und Lenkwinkel führen und die Funktion  $F_z$  ermittelt die Radaufstandskräfte aus den vertikalen Zustandsgrößen.

**Fahrzeugbeschleunigung und ebene Reifenkräfte:** Mit den im Folgenden gezeigten Schritten ermitteln die Funktionen  $\mathbf{f}_a$  beziehungsweise  $\mathbf{f}_f$  ihre abhängigen

Variablen:

Die Geschwindigkeiten der vier Kontaktpunkte der Reifen mit der Straße  ${}^v\mathbf{v}_{xy}$  ergeben die acht ebenen translatorischen Kontaktpunktgeschwindigkeiten

$${}^v\mathbf{v}_{xy} = \mathbf{G}^T v \dot{\mathbf{y}}, \quad (4.3)$$

siehe auch Anhang E.2.

An dieser Stelle wird die Bewegung des Kontaktpunktes im Reifen durch die Radrotation um seine Rollachse noch nicht berücksichtigt. Der Vektor  ${}^v\mathbf{v}_{xy} \in \mathbb{R}^8$  setzt sich aus den jeweils vier Geschwindigkeiten in Fahrzeuginnen- und Fahrzeugaußenrichtung zusammen. Die Geschwindigkeiten der Radaufstandspunkte können mit den Lenkwinkeln nach

$$\begin{aligned} {}^{w_i}v_{xy,i} &= \cos \delta_i {}^{w_i}v_{xy,i} + \sin \delta_i {}^{w_i}v_{xy,i+4}, \\ {}^{w_i}v_{xy,i+4} &= -\sin \delta_i {}^{w_i}v_{xy,i} + \cos \delta_i {}^{w_i}v_{xy,i+4} \end{aligned}$$

für jedes Rad in das Koordinatensystem des jeweiligen Rades transformiert werden, siehe Anhang E.3.

Daraus und aus den Abrollwinkelgeschwindigkeiten ergeben sich die acht Komponenten der Schlüpfen  $\mathbf{s}_{xy}$ .

Anschließend können die acht ebenen Reifenkräfte ermittelt werden. Zur Reifenkraftbestimmung werden zunächst die maximal übertragbaren, ebenen Reifenkräfte  $\mathbf{f}_{\max} \in \mathbb{R}^4$  mit den Degressionsfaktoren  $\mathbf{k}_{f_z}$  und dem Satz von Radaufstandskräften  $\mathbf{f}_{z,0} \in \mathbb{R}^4$  bestimmt. Die Faktoren  $k_{f_z,i}$  beschreiben, wie stark die Veränderung der maximal übertragbaren ebenen Reifenkraft von einer linearen Veränderung mit der Radaufstandskraft abweicht. Mit den maximal übertragbaren ebenen Reifenkräften und den Schlüpfen ergeben sich dann die gesuchten Kräfte:

$$v_{x,rel,i} := \omega_i r_{\text{reifen},i} - {}^{w_i}v_{xy,i} \quad (4.4)$$

$$v_i := \sqrt{{}^{w_i}v_{xy,i}^2 + {}^{w_i}v_{xy,i+4}^2}$$

$$s_{xy,i} = \frac{v_{x,rel,i}}{v_i}, \quad (4.5)$$

$$s_{xy,i+4} = \frac{-{}^{w_i}v_{xy,i+4}}{v_i}, \quad (4.6)$$

$$f_{\max,i} = f_{z,i} \left( 1 + k_{f_z,i} \frac{f_{z0,i} - f_{z,i}}{f_{z0,i}} \right) \quad (4.7)$$

$$f_{x,i} = k_{s_x,i} f_{\max,i} s_{x,i} \quad (4.8)$$

$$f_{y,i} = k_{s_y,i} f_{\max,i} s_{y,i}, \quad (4.9)$$

siehe Anhang E.4.

Mit Gleichung (4.7) wird nicht die physikalisch maximal übertragbare Reifenkraft ermittelt. Dazu müsste sie mit dem Reibbeiwert zwischen Reifen und Straße skaliert werden. Dies geschieht im Entwurfsmodell nicht, da die Gleichungen (4.8) beziehungsweise (4.9) diesen Reibbeiwert in den Faktoren  $k_{s_{xy,i}}$  berücksichtigen. Über diese Größen wird weiterhin ein anisotropes Reifenverhalten abgebildet.



Die Größen  $f_{z0,i}$  und  $k_{f_{z,i}}$  in Gleichung (4.7) sind Reifenparameter. Die Elemente des Vektors  $\mathbf{v}_{x,rel}$  stellen jeweils den Geschwindigkeitsunterschied zwischen dem Kontaktpunkt von Reifen und Straße im Reifen und auf der Straße in Längsrichtung des entsprechenden Reifens dar. Zu ihrer Bestimmung wird der Parameter  $r_{\text{reifen},i}$ , der den Reifenradius repräsentiert, herangezogen, vergleiche auch Abbildung 3.3. Diese Radien werden in der Matrix  $\mathbf{R}_{\text{reifen}} := \text{diag}(r_{\text{reifen},1}, \dots, r_{\text{reifen},4})$  zusammengefasst.

Die ebenen Reifenkräfte werden anschließend je Rad mit

$${}^v f_{xy,i} = \cos \delta_i^{wi} f_{x,i} + \sin \delta_i^{wi} f_{y,i} \quad (4.10)$$

$${}^v f_{xy,i+4} = -\sin \delta_i^{wi} f_{x,i} + \cos \delta_i^{wi} f_{y,i} \quad (4.11)$$

auf  ${}^v \mathbf{f}_{xy}$  und damit ins fahrzeugfeste Koordinatensystem  $v$  projiziert. Durch

$${}^v \mathbf{a}_{\text{gen}} := {}^v \ddot{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \underbrace{\mathbf{G}^v \mathbf{f}_{xy}}_{=: \mathbf{f}_{\text{gen}}}, \quad (4.12)$$

findet die Abbildung auf die generalisierte Fahrzeugbeschleunigung statt, siehe Anhang E.5 für beide Schritte. Für die Projektion auf die generalisierte Beschleunigung nach Newton und Euler wird die generalisierte Massenmatrix

$$\tilde{\mathbf{M}} := \begin{pmatrix} m_{\text{fahrzeug}} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\text{fahrzeug}} & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix}$$

herangezogen.

Das Entwurfsmodell berücksichtigt vereinfachend nicht die verzögernde Wirkung des Luftwiderstands. Jedoch kann das Entwurfsmodell um einen Term für den Luftwiderstand, wie beispielsweise in Abschnitt 3.3 erläutert, ergänzt werden.

Die vorliegend eingeführten Gleichungen ergeben in einander eingesetzt die Funktion  $\mathbf{f}_a$ , vergleiche Gleichung (4.1).

Stellgrößen  $\mathbf{u}$  sind Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente  $\mathbf{u}_\tau$  und Lenkwinkelraten  $\mathbf{u}_\delta$ , vergleiche Abschnitt 3.3.1. Das dort eingeführte Aktuatormodell wird im Rahmen der zeitlichen Differenzierung des Entwurfsmodells, also im nächsten Schritt, modelliert.

## 4.1 Ermittlung der Modellparameter

Die Parameter des Entwurfsmodells werden vorliegend derart bestimmt, dass das inverse Modell auf Basis des Entwurfsmodells die Beschleunigungsänderung des Mehrkörperfahrzeugmodells in Abhängigkeit der Stellgrößen *bestmöglich* abbildet. Dazu werden die Parameter optimierungsgestützt ermittelt und dazu im Vorfeld das Kriterium der bestmöglichen Abbildung definiert.

Für genannte Optimierung wird mit MOPS, einer integrierten optimierungsbasierten Entwurfsumgebung des DLR für mehrzielige parametrische Analyse und Synthese genutzt [Joos, 1990].

Das Modell, das das zu minimierende Kriterium mittels einer Simulation über die Zeit ermittelt, beinhaltet das Mehrkörpermodell des ROMOs, das in den Abschnitten 8 und



9 auch als Streckenmodell herangezogen wird. Eingangsgrößen des Modells des ROMOs sind geeignete und ihm Rahmen vorliegender Arbeit nicht näher spezifizierte Verläufe der Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente und der Lenkwinkel. Diese Eingangsgrößen werden weiterhin dem Entwurfsmodell aufgegeben, das ebenfalls Bestandteil des Modells für die Optimierung ist. Ihm stehen zudem alle benötigten Eingangsgrößen zur Verfügung. Diese werden vom Modell des ROMOs bereitgestellt.

So stellt sich ein Verlauf der ebenen Beschleunigung des ROMOs und damit auch dessen ebener Ruck  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{gen,MK}}$  ein. Gleichzeitig ermittelt das Entwurfsmodell den Ruck  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{gen,EM}}$ , während *MK* für Mehrkörpermodell und *EM* für Entwurfsmodell steht. Damit kann das Modell für die Optimierung den Ruckfehler zwischen Mehrkörper- und Entwurfsmodell ermitteln. Das Integral über die 2-Norm dieses Fehlers und über die gesamte Simulationszeit  $T_{\text{optim}}$  stellt das Kriterium für die Optimierung dar,

$$c_{\text{optim}} := \int_{T_{\text{optim}}} \|{}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{gen,MK}} - {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{gen,EM}}\|_2 dt.$$

Die Parameter  $\mathbf{p}$  des Entwurfsmodells werden zu

$$\mathbf{p}_{\text{EM}} = \arg \min_{\mathbf{p}} c_{\text{optim}}$$

bestimmt. Als Startwerte für  $\mathbf{p}$  werden, sofern explizit bekannt, Parameter aus dem betrachteten Mehrkörpermodell verwendet.

Da die integrierte Fahrdynamikregelung vorliegend an das Mehrkörpermodell des ROMOs und nicht an den realen Versuchsträger angewendet wird, ist es auch das Ziel der Parameteridentifikation, die Parameter des Mehrkörpermodells und nicht die des Versuchsträgers zu bestimmen.

## 4.2 Inversion des Entwurfsmodells

Um die Wirkung der Stellgrößen auf die erste zeitliche Ableitung von  $\dot{\mathbf{y}}$ , also die Beschleunigungsänderung oder den *Ruck*, abzubilden, wird das Entwurfsmodell, wie erwähnt, um ein Aktuatormodell erweitert:

Die Abrollwinkelbeschleunigung des  $i$ -ten Rades ergibt sich nach

$$\Theta_w \dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}} + \bar{\mathbf{u}}_{\tau}. \quad (4.13)$$

Dabei fasst die Matrix  $\Theta_w := \text{diag}(\Theta_{w,1}, \Theta_{w,2}, \Theta_{w,3}, \Theta_{w,4})$  die Massenträgheitsmomente der vier Räder  $\Theta_{w,i}$  zusammen.

Die Lenkwinkel werden, um eine Inversion auf Ruckebene zu ermöglichen, als einfach zeitlich verzögert stellbar angenommen:

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \bar{\mathbf{u}}_{\delta}. \quad (4.14)$$

Um den Zusammenhang zwischen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{y}$  darzustellen, wird  $\mathbf{y}$  hinreichend oft nach der Zeit differenziert. Dabei ist bei der Bestimmung der absoluten Beschleunigungsänderung zu beachten, dass die Funktion  ${}^v\mathbf{f}_a$  die absolute Fahrzeugbeschleunigung im bewegten Koordinatensystem  $v$ , das mit der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\psi}$  um die Hochachse des

inertialen Koordinatensystems I rotiert, ermittelt, siehe Abschnitt 3.1. Bei der Bildung der Ableitung  ${}^v\mathbf{f}_a$  geht dieser Umstand durch einen *Euler*-Term, siehe [Wohllhart, 1998], ein:

$${}^v\mathbf{y}^{(3)} = {}^v\mathbf{f}_a^\circ + (-\dot{\psi}^v a_y, \dot{\psi}^v a_x, 0)^T \quad (4.15)$$

Dabei ist

$${}^v\mathbf{f}_a^\circ = \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \boldsymbol{\omega}} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \delta} \dot{\delta} + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \Delta \mathbf{f}_z} \dot{\mathbf{f}}_z + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \ddot{\mathbf{y}} \quad (4.16)$$

der relative Ruck. In Gleichung (4.15) werden die dargestellten Aktuatormodelle und die Gleichungen (3.8) sowie (3.9) für die Abbildung der reduzierten Stellgrößen auf die vollständigen Stellgrößen, (4.13) für die Abrollwinkelbeschleunigungen, (4.14) für die Lenkwinkelraten und (4.16) für den relativen Ruck eingesetzt. Der Ruck ist damit von  $\mathbf{u}$  abhängig:

$$\begin{aligned} {}^v\mathbf{y}^{(2)\circ} = & \underbrace{\left( \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \boldsymbol{\omega}} \boldsymbol{\Theta}_w^{-1} \mathbf{U}_\tau(t) + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \delta} \mathbf{U}_\delta \right)}_{=:\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\omega}, \delta, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}, \mathbf{U}; \gamma)} \mathbf{A}(\gamma) \mathbf{u}_{\text{red}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \boldsymbol{\omega}} \boldsymbol{\Theta}_w^{-1} \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}} + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \Delta \mathbf{f}_z} \dot{\mathbf{f}}_z + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \ddot{\mathbf{y}} + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \delta} \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}}_{=:\tilde{\mathbf{b}}(\boldsymbol{\omega}, \delta, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}, \dot{\mathbf{f}}_z, \ddot{\mathbf{y}}, \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}, \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta})} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Gleichung (4.15) bestimmt den absoluten Ruck  ${}^v\mathbf{y}^{(3)}$ , Gleichung (4.17) hingegen den relativen Ruck  ${}^v\mathbf{y}^{(2)\circ}$ , auf dessen Ebene die Inversion im Rahmen vorliegender Arbeit stattfindet.

Im Rahmen der Reglersynthese in vorliegender Arbeit wird Gleichung (4.17) nach  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  gelöst. Invertierbarkeit der Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  vorausgesetzt, kann  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  zu

$$\mathbf{u}_{\text{red}} = \tilde{\mathbf{A}}^{-1} ({}^v\mathbf{y}_{\text{ref}}^{(2)\circ} - \tilde{\mathbf{b}}) \quad (4.18)$$

mit der Ruckvorgabe  ${}^v\mathbf{y}_{\text{ref}}^{(2)\circ}$  bestimmt werden. Da diese Invertierbarkeit nicht zu jedem Zeitpunkt gegeben ist, weicht vorliegende Arbeit die Forderung auf, die Ruckvorgabe müsse exakt umgesetzt werden.

Die Inversion nach Gleichung (4.18) stellt eine exakte Eingangs-Ausgangs-Linearisierung dar.

Für Gleichung (4.17), gleichgesetzt mit dem Referenzruck, muss keine eindeutige Lösung für  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  existieren. Folgende Fälle können eintreten, in denen jeweils mit der ebenfalls dargestellten Strategie ein geeignetes  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  bestimmt wird:

- $\tilde{\mathbf{A}}$  ist regulär:  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  kann nach Gleichung (4.18) eindeutig bestimmt werden.
- $\tilde{\mathbf{A}}$  ist singulär und  ${}^v\mathbf{y}_{\text{ref}}^{(2)\circ} - \tilde{\mathbf{b}}$  liegt im Nullraum von  $\tilde{\mathbf{A}}$ : Es existieren unendlich viele Lösungen für  $\mathbf{u}_{\text{red}}$ . Es wird dasjenige  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  als Lösung ausgewählt, für das  $\|\mathbf{u}_{\text{red}}\|_2$  minimal ist.

- $\tilde{\mathbf{A}}$  ist singular und  ${}^v\mathbf{y}_{\text{ref}}^{(2)\circ} - \tilde{\mathbf{b}}$  liegt nicht im Nullraum von  $\tilde{\mathbf{A}}$ :  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  wird so bestimmt, dass die Norm des Residuums  $\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u}_{\text{red}} - ({}^v\mathbf{y}_{\text{ref}}^{(2)\circ} - \tilde{\mathbf{b}})$  minimal wird.

Da in die Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  über  $\mathbf{U}_{\tau/\delta}$  die Fahrzeugkonfiguration eingeht, kann das Entwurfsmodell mit einem Zeitvarianten  $\tilde{\mathbf{A}}$  zur Laufzeit des Regelungssystems rekonfiguriert werden.

Das Zurückgreifen auf das Entwurfsmodell bei der Reglersynthese und nicht auf das Zweispurmodell aus Abschnitt 3.3 geht über den Stand der Technik hinaus und bietet unter anderem folgende Vorteile:

1. Größen, die im Versuchsträger ROMO, vergleiche Abschnitt 3.5 als Messgrößen zur Verfügung stehen, gehen direkt in die Gleichungen des Entwurfsmodells ein.
2. Die Funktion  $\mathbf{f}_a$  muss für die Inversion nur einmal nach der Zeit differenziert werden, um den Fahrzeugruck darzustellen.
3. Das Entwurfsmodell ist direkt durch Anpassen der Matrix  $\mathbf{U}$  rekonfigurierbar.
4. Die Lenkwinkelraten und nicht direkt die Lenkwinkel sind Stellgrößen. Damit ist eine Inversion auf Beschleunigungsänderungsebene möglich.
5. Da das Entwurfsmodell keine Zustandsgrößen besitzt, erfüllt auch das inverse Modell auf seiner Basis diese Eigenschaft. Damit sind die Größen, die bei der Inversion als Mess- und Schätzgrößen in das inverse Modell geführt werden müssen, Eingangsgrößen des inversen Modells auf Basis des Entwurfsmodells.
6. Da die Modellinversion auf Basis des Entwurfsmodells manuell durchgeführt wird und nicht wie bei einem inversen Modell auf Basis des Zweispurmodells von einem Compiler automatisch erfolgt, kann diese angepasst werden. So ist die Gleichheitsbedingung zwischen Soll- und Ist-Ruck aufweichbar.

Mit den beiden letztgenannten Vorteilen überwindet das inverse Modell auf Basis des Entwurfsmodells in Verbindung mit einer händischen Inversion Probleme, die mit einem inversen Modell auf Basis des Zweispurmodells einhergehen, vergleiche Abschnitt I zur Modellinversion mit Modelica.

Der Vorteil, dass mit dem inversen Modell auf Basis des Entwurfsmodells die Größen, die die Beschleunigung beeinflussen, direkter in das inverse Modell eingeben, vergleiche Punkt 1, soll ein Beispiel illustrieren: Die Kräfte  $\mathbf{f}_z$  resultieren mit anderen Größen auf die ebenen Reifenkräfte, die in die Fahrzeugbeschleunigung resultieren. Die Radaufstandskräfte bestimmt das Zweispurmodell aus den vertikalen Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_v$ :

$$\mathbf{x}_v \rightarrow \mathbf{f}_z, \dots \rightarrow \mathbf{f}_{xy} \rightarrow \mathbf{a}_{\text{gen}}.$$

Für das inverse Modell auf Basis des Entwurfsmodells sind  $\mathbf{f}_z$  und  $\dot{\mathbf{f}}_z$  Eingangsgrößen, während das inverse Modell auf Basis des Zweispurmodells  $\mathbf{x}_v$  als Zustandsgröße besitzt. Ein Modellfehler im Zweispurmodell führt zu falsch ermittelten Radaufstandskräften, obwohl gegebenenfalls sowohl  $\mathbf{x}_v$  von dem geregelten Fahrzeug richtig erfasst würde und  $\mathbf{f}_z$  korrekt als Mess- oder Schätzgröße zur Verfügung stünde. Das Zweispurmodell

ermittelte dann eine falsche Fahrzeugbeschleunigung. Das Entwurfsmodell, das nicht auf die Abbildung von  $\mathbf{x}_v$  auf  $\mathbf{f}_z$  zurückgreift, ermittelte hingegen die Beschleunigung richtig. Damit ist das Entwurfsmodell in dieser Hinsicht besser für die Inversion geeignet.

Die partiellen Ableitungen von  $\mathbf{f}_a$  werden numerisch durch das Bilden von zweiseitigen Differenzenquotienten mit dieser Funktion ermittelt.

Ein inverses Modell auf Basis dieses Entwurfsmodells bestimmt Stellgrößen, die ein Fahrzeug nach dem Zweispurmodell eine Bewegungsanforderung exakt umsetzen lassen [Köppern, 2017].

Abbildung 4.2 zeigt den Ablauf der Rechenschritte, die von der Funktion  $\mathbf{f}_a$  zur Ermittlung von  $\mathbf{a}_{\text{gen}}$  durchlaufen werden.

Zur Bestimmung des relativen Rucks auf Basis des Entwurfsmodells werden nach Gleichung (4.17) die Größen  $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}, \dot{\mathbf{f}}_z, \ddot{\mathbf{y}}, \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$ ,

$$\tilde{\mathbf{x}}_1 := \left( \boldsymbol{\omega}^T, \boldsymbol{\delta}^T, \mathbf{f}_z^T, {}^v\dot{\mathbf{y}}^T, \mathbf{k}_{s_x}^T, \mathbf{k}_{s_y}^T, \dot{\mathbf{f}}_z^T, \left( \dot{\mathbf{y}}^T \right)^\circ, \boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}^T \right)^T,$$

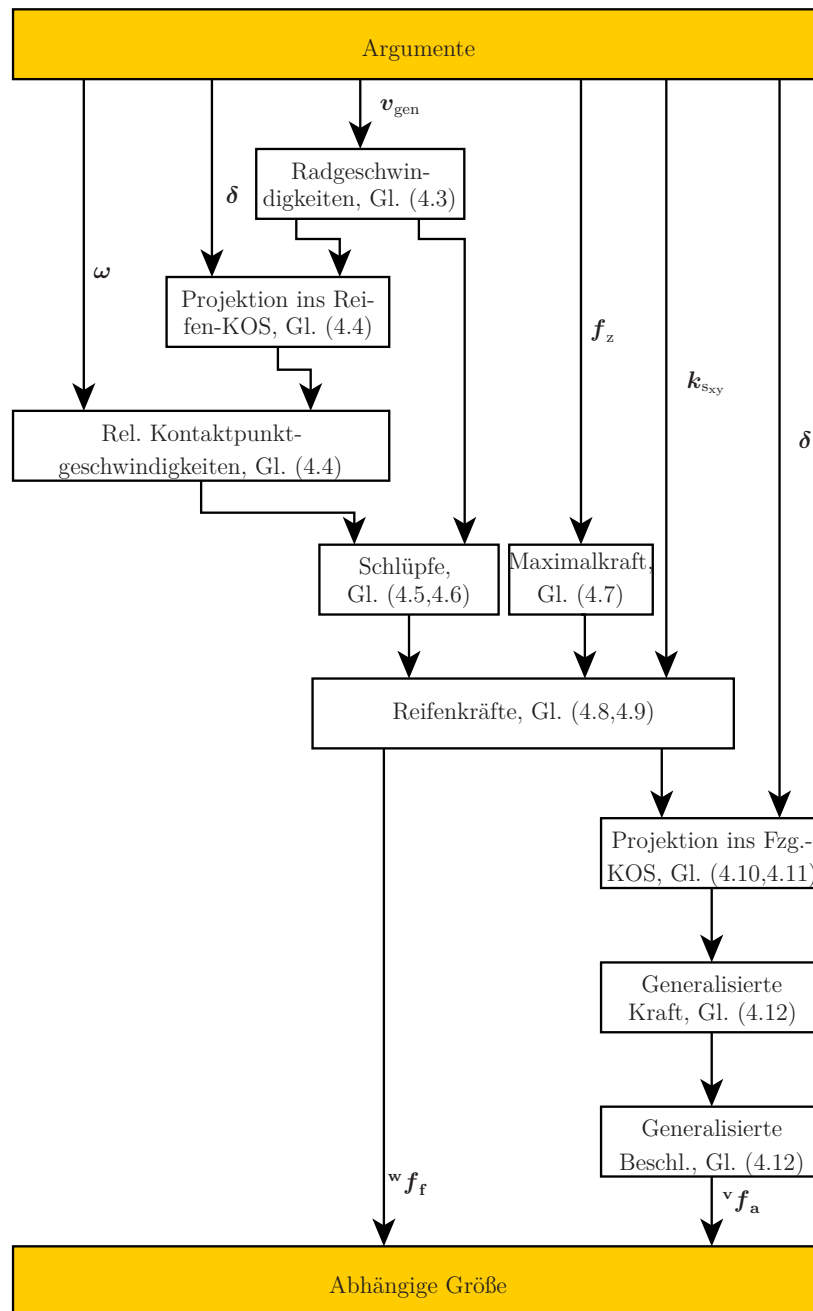
als Mess- beziehungsweise Schätzgrößen vom Fahrzeug herangezogen. Nach Gleichung (3.7) werden auf Basis des Zweispurmodells hingegen die Größen

$$\tilde{\mathbf{x}}_2 := \left( \mathbf{x}_h^T, \mathbf{x}_v^T, \boldsymbol{\delta}^T, \boldsymbol{\omega}^T, \boldsymbol{\mu}^T \right)^T$$

benötigt. Im ROMO stehen die, vom inversen Modell auf Basis des Entwurfsmodells benötigten, Größen  $\tilde{\mathbf{x}}_1$  als Mess- beziehungsweise Schätzgrößen in hinreichender Genauigkeit zur Verfügung. Das Zweispurmodell bildet seine Eingangsgrößen zunächst intern auf Teile der Größen  $\tilde{\mathbf{x}}_1$  ab, um anschließend mit ihnen den Ruck zu ermitteln. Da durch

- Modellfehler und
- fehlerhaft bestimmte Eingangsgrößen des inversen Modells auf Basis des Zweispurmodells

die Größen  $\tilde{\mathbf{x}}_1$  fehlerhaft ermittelt werden können, beeinträchtigt dies die Qualität der Modellinversion. Im Besonderen ist das inverse Modell auf Basis des Zweispurmodells anfällig für Fehler in den Teilmodellen nach den Gleichungen (3.5), (3.2) und (3.3). Dies liegt unter anderem an der Notwendigkeit, für die Inversion  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  zumindest qualitativ richtig abzubilden. Darin besteht der Vorteil, das inverse Modell auf Basis des Entwurfsmodells zu synthetisieren.



**Abbildung 4.2:** Ablauf der Funktion  $f_a$  hinsichtlich der Bestimmung der generalisierten Beschleunigung. Mit den Abkürzungen Rel. für Relativ, Gl. für Gleichung, KOS für Koordinatensystem, Fzg. für Fahrzeug und Beschl. für Beschleunigung.

## 5 Stellgrößenaufteilung vor der Inversion

Dieser Abschnitt führt eine Methode ein, mit der die vorliegende Arbeit mit Strecken umgeht, für die die Gleichung

$$\dim \mathbf{y} = \dim \mathbf{u} \quad (5.1)$$

nicht erfüllt ist, die also damit überaktuiert sind. Dabei wird vorausgesetzt, dass jede Komponente von  $\mathbf{u}$  auf mindestens eine Komponente von  $\mathbf{y}$  wirkt. Das Regelungskon-

zept dieser Arbeit soll Stellgrößen zur Umsetzung der Bewegungsanforderung durch Modellinversion bestimmen. Da mehr Freiheitsgrade in den Stellgrößen vorhanden sein können, als zur Umsetzung genannter Bewegungsanforderung notwendig sind, soll die Dimension der Stellgrößen vor der Inversion virtuell reduziert werden. Dazu werden hinsichtlich der Antriebs- und Bremsmomente virtuelle Kopplungen unter den Stellgrößen eingeführt. Durch eine, der Inversion voranstehende quantitative Festlegung der Kopplung, können die zusätzlichen Freiheitsgrade in den Stellgrößen zum Erreichen eines sekundären Ziels genutzt werden. Beispielsweise könnte für ein Fahrzeug mit jeweils einem Antriebsmoment an Vorder- und Hinterachse vor der Inversion definiert werden, dass ein Gesamtdrehmoment zu  $p\%$  an die Vorderachse und zu  $(100 - p)\%$  an die Hinterachse umverteilt werden solle. Danach muss durch Modellinversion nur noch dieses Gesamtdrehmoment und nicht ein Drehmoment je Achse ermittelt werden. Die Dimension der Stellgrößen wurde somit in diesem Beispiel um 1 erniedrigt.

Insgesamt wird dadurch der Hypothese (H1) durch den vorliegenden Ansatz genügt.

Hinsichtlich der Lenkfreiheitsgrade werden die stellbaren Lenkwinkelraten achsweise verkoppelt. Beispielsweise könnte gelten, dass die Lenkwinkelrate an der Vorderachse links bis auf einen bekannten Summanden gleich der Lenkwinkelrate an der Vorderachse rechts sei. Genannter Summand adressiert den im Beispiel für die Vorderachse neben genannter Gesamtlenkwinkelrate vorhandenen Lenkfreiheitsgrad. Im Rahmen vorliegender Arbeit wählt ihn jedoch ein sogenannter unterlagerter Lenkwinkeldifferenz-Regler vor der Inversion so, dass sich für die Vorderachse eine Lenkwinkeldifferenz einstellt. Ebenfalls diese Referenz-Lenkwickeldifferenz wird von der iFR zum Erreichen eines sekundären Ziels genutzt. Damit werden die zusätzlichen Lenkwinkelfreiheitsgrade nicht auf Lenkwinkelraten-, sondern auf Lenkwinkelebene adressiert.

Insgesamt werden die Stellgrößen in

- Gesamtdrehmomente und Gesamtlenkwinkelraten zur Umsetzung der Bewegungsvorgabe sowie
- Parameter zur Verteilung genannter Gesamtdrehmomente und von einem unterlagerten Regler einzuregelnde Lenkwinkeldifferenzen zum Erreichen des sekundären Ziels

partitioniert.

In diesem Abschnitt wird die eingeführte Methode zur virtuellen Stellgrößenreduktion exemplarisch auf zwei Fahrzeugkonfigurationen angewendet.

Der Beitrag dieser Arbeit besteht an dieser Stelle darin,

- die Dimension des Stellgrößenvektors für die Anwendung im Zusammenhang der iFR durch das Einführen virtueller Kopplungen geeignet zu reduzieren,
- unabhängig von der Wahl der Kopplungen das Stellen keiner Antriebs- und Bremsmomente in jedem Fall zu ermöglichen (Erklärung folgt in diesem Abschnitt),
- die Kopplungen derart einzuführen, dass ein Optimum hinsichtlich des sekundären Ziels *leichter* aufgefunden werden kann und

- dass durch eine ungünstige Wahl der Abtastrate des inversen Modells nicht die Stabilität der Lenkwinkeldifferenzregelung verloren geht.

Beispielhaft in diesem Abschnitt betrachtete Fahrzeugkonfigurationen:

**Konfiguration a:** Es können vier unabhängige Antriebs- bzw. Bremsmomente gestellt werden. Auch die vier Lenkwinkelraten sind unabhängig voneinander stellbar.

**Konfiguration b:** Gleicht Konfiguration a mit der Einschränkung, dass die beiden Lenkwinkel an der Hinterachse für alle Zeiten verschwinden, das heißt  $\delta_3 = \delta_4 = 0 \forall t$ . Damit sind an dieser Achse auch keine Lenkwinkelraten stellbar,  $\dot{\delta}_3 = \dot{\delta}_4 = 0 \forall t$ .

Die Konfiguration a mit einer nach [DIN ISO 8855, 2013] gelenkten Vorder- und einer auf beiden Seiten gleichgelenkten Hinterachse entspricht der in dieser Arbeit betrachteten Konfiguration aus Abschnitt 3.5. Für diese Konfiguration ist somit nur je Achse eine Gesamtlenkwinkelrate unabhängig von der anderen Achse vorgebar.

## 5.1 Vorgehensweise (allgemein)

Die Stellgrößen  $\mathbf{u}$  werden nach Gleichung (3.9,  $\mathbf{u} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})\mathbf{u}_{\text{red}}$ ) in die reduzierten Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  und in die Hilfsgrößen

$$\boldsymbol{\gamma} := \left( \boldsymbol{\gamma}_\tau^T, \boldsymbol{\gamma}_\delta^T \right)^T \quad (5.2)$$

derart unterteilt, dass

$$\dim \mathbf{y} = \dim \mathbf{u}_{\text{red}} \quad (5.3)$$

gilt.

Die Hilfsgrößen  $\boldsymbol{\gamma}$  ändern sich sprunghaft und können zum Erreichen des sekundären Ziels gewählt werden. Sie werden derart festgelegt, dass der größte Ausnutzungsgrad der Kraftschlusspotentialen der Reifen näherungsweise minimal wird. Mit bekanntem  $\boldsymbol{\gamma}$  kann durch Modellinversion im Rahmen des vorliegenden Regelungskonzepts anschließend  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  zur Umsetzung der Bewegungsanforderung ermittelt werden, da Gleichung (5.3) erfüllt ist.

Die Matrix  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})$  wird zum einen so definiert, dass Gleichung (3.9) erfüllt ist. Zum anderen erfolgt die Definition derart, dass das sekundäre Ziel auch unter einer veränderten Bewegungsanforderung möglichst lange, also ohne das Bestimmen eines neuen  $\boldsymbol{\gamma}$ , in Näherung erreicht bleibt.

Die den Lenkwinkelraten zugeordneten Hilfsgrößen repräsentieren jeweils eine Lenkwinkeldifferenz zwischen zwei Rädern. Ein unterlagerter Lenkwinkelregler bestimmt zusätzliche Lenkwinkelraten, um diese Lenkwinkeldifferenz aufzubauen. Bei der Modellinversion wird diese unterlagerte Regelung berücksichtigt.

Die Hilfsgrößen können nur bei einer relativen Wirkung ihrer auf die Stellgrößen zum Erreichen eines sekundären Ziels vor der Bestimmung der reduzierten Stellgrößen sinnvoll hinsichtlich des sekundären Ziels ermittelt werden. Somit ermöglicht ein Beitrag dieser Arbeit, die relative Hilfsgrößendefinition, die unabhängige Bestimmung von  $\mathbf{u}_{\text{red}}$



und  $\gamma$ . Es ist darauf hinzuweisen, dass eine ungünstige Hilfsgrößenwahl dazu führen kann, dass eine Bewegungsanforderung nicht umgesetzt werden kann, obwohl dies physikalisch und vor dem Hintergrund der verfügbaren Aktuatoren möglich wäre.

## 5.2 Drehmomente und relative Hilfsgrößen zu deren Verteilung

Die vier Antriebs- bzw. Bremsmomente  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$ , die konfigurationsabhängig nicht alle von Null verschieden sein müssen, sind Teil der vollständigen Stellgrößen und nach

$$\bar{\mathbf{u}}_\tau = \mathbf{U}_\tau(t) \mathbf{A}(\gamma) \mathbf{u}_{\text{red}} \quad (5.4)$$

mit den Gleichungen (3.8) und (3.9) aus  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  zu bestimmen. Da dies erreicht wird, kann  $\tau_{\text{gesamt}}$  anschaulich interpretiert und seine Plausibilität gemessen an den Maßstäben eines menschlichen Fahrers besser beurteilt werden. Nach Gleichung (5.4) werden die reduzierten Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  mit der Matrix  $\mathbf{A}$  in einem Zwischenschritt auf die Stellgrößen  $\mathbf{u}$  und dann durch  $\mathbf{U}_\tau(t)$  auf die vollständigen Drehmomente  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$  verteilt. Konfigurationsabhängig ist festzulegen, ob die Gierdynamik des Fahrzeugs durch Stell eingriffe beeinflusst wird und, ist dies der Fall, ob die Beeinflussung durch ein an beiden Fahrzeugseiten gezielt unterschiedlich gewähltes Drehmoment geschehen soll. Daher werden für beide Beispielkonfigurationen unterschiedliche  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  definiert.

Sind beide Achsen des Fahrzeugs unabhängig gelenkt, wie bei Konfiguration  $a$ , soll die Gierdynamik durch die Lenkfreiheitsgrade beeinflusst werden. Der Vergleich unterschiedlicher Fahrzeugkonfigurationen hinsichtlich der Möglichkeit, bei einer gegebenen Bewegungsvorgabe ein sekundäres Ziel erreichen zu können, ist nicht im Fokus vorliegender Arbeit. Dafür sei zum Beispiel auf [Knobel, 2007] verwiesen. Im Fall der Beeinflussung der Gierdynamik durch eine Hinterachslenkung ist nur ein skalarwertiges  $\tau_{\text{gesamt}}$  Element der reduzierten Stellgrößen. Bei der Aufteilung des Drehmoments auf die vier Räder muss deren Wirkung auf die Gierdynamik berücksichtigt werden. Die Wirkung der Drehmomente wird aber nicht genutzt, um die Gierdynamik gezielt zu beeinflussen. Damit die Summe der Quadrate aller Antriebs- bzw. Bremsmomente dem Quadrat des reduzierten Drehmoments entspricht, sind die vier Antriebs- bzw. Bremsmomente nach

$$\bar{\mathbf{u}}_{\tau,a} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{\tau,1} \sin \gamma_{\tau,2} \\ \sin \gamma_{\tau,1} \cos \gamma_{\tau,2} \\ \cos \gamma_{\tau,1} \sin \gamma_{\tau,3} \\ \cos \gamma_{\tau,1} \cos \gamma_{\tau,3} \end{pmatrix} \tau_{\text{gesamt}}$$

aus  $\tau_{\text{gesamt}}$  und  $\gamma_\tau$  zu bestimmen. Die Hilfsgrößen  $\gamma_\tau$  verteilen das Gesamtdrehmoment auf die vier aktuierten Räder. Für  $\sum_i \bar{u}_{\tau,i}^2$  gilt, wie gefordert:

$$\sum_i \bar{u}_{\tau,i}^2 = \left( \sin^2 \gamma_{\tau,1} \left( \sin^2 \gamma_{\tau,2} + \cos^2 \gamma_{\tau,2} \right) + \cos^2 \gamma_{\tau,1} \left( \sin^2 \gamma_{\tau,3} + \cos^2 \gamma_{\tau,3} \right) \right) \tau_{\text{gesamt}}^2 = \tau_{\text{gesamt}}^2.$$

Das Drehmoment  $\tau_{\text{gesamt}}$  kann allgemein als Betrag eines maximal vierdimensionalen Drehmomentvektors  $\boldsymbol{\tau}$  verstanden werden. Die Hilfsgrößen  $\gamma_\tau$  sind Winkel, die  $\boldsymbol{\tau}$  im Drehmomentraum orientieren.



Ist nur eine der beiden Fahrzeugachsen gelenkt (zum Beispiel wie in Konfiguration (b)), so muss die Gierdynamik durch den Drehmomentunterschied zwischen linker und rechter Seite entkoppelt von der Längs- und Querbewegung beeinflusst werden. Dann sind  $\tau_{\text{links}}$  und  $\tau_{\text{rechts}}$  zwei der reduzierten Stellgrößen. Die vier Drehmomente  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$  ergeben sich nach

$$\bar{\mathbf{u}}_{\tau,b} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{\tau,1} & 0 \\ 0 & \sin \gamma_{\tau,2} \\ \cos \gamma_{\tau,1} & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{\tau,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_{\text{links}} \\ \tau_{\text{rechts}} \end{pmatrix}.$$

**Beispiel Achsdifferenzial:** Für ein Fahrzeug sei Vorder- und Hinterachse unabhängig antreibbar. Jede Achse verfüge zudem über ein Achsdifferenzial, das die Raddrehzahlen zwischen linker und rechter Seite entkoppelt, jedoch das Antriebsmoment zu gleichen Teilen an beide Seiten verteilt. Diese Antriebsmomente könnten sich dann nach

$$\bar{\mathbf{u}}_\tau = \begin{pmatrix} \sin(\gamma_\tau) \\ \sin(\gamma_\tau) \\ \cos(\gamma_\tau) \\ \cos(\gamma_\tau) \end{pmatrix} \tau_{\text{gesamt}} \quad (5.5)$$

aus  $\tau_{\text{gesamt}}$  ergeben. Die Hilfsgröße  $\gamma_\tau$  würde das Drehmoment zwischen Vorder- und Hinterachse verteilen. Somit ist der vorgeschlagene Ansatz auch auf derartige Fahrzeugkonfigurationen anwendbar.

**Beispiel für relative Drehmomentverteilung:** Vorliegende Simulation wurde mit dem invertierten Zweispurmodell durchgeführt. Sie soll zeigen, wie nach eingeführtem Schema Antriebsmomente in einem Fahrzeug zwischen beiden Achsen dynamisch verteilt werden können.

### Beschreibung des Manövers:

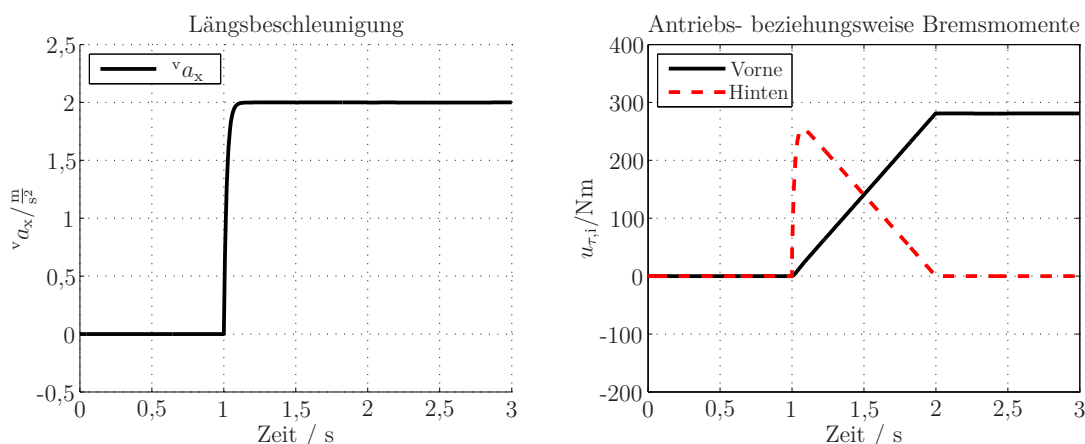
Fahrmanöver dieses Abschnitts ist das Beschleunigen bei Geradeausfahrt. Dessen Referenzbeschleunigungsverlauf ist Abbildung 5.1 zu entnehmen. Das Drehmoment wird für dieses Beispiel innerhalb des Zeitraums  $1 \text{ s} \leq t \leq 3 \text{ s}$  linear über die Zeit von der Hinter- auf die Vorderachse verteilt. Es handelt sich dabei um eine arbiträre Vorgabe der Soll-Drehmomentverteilung. Sie illustriert, wie durch die Variation der Hilfsgröße die achsweise Drehmomentverteilung adressiert wird. Diese Illustration ist der einzige Zweck dieses Experiments.

### Simulationsergebnisse:

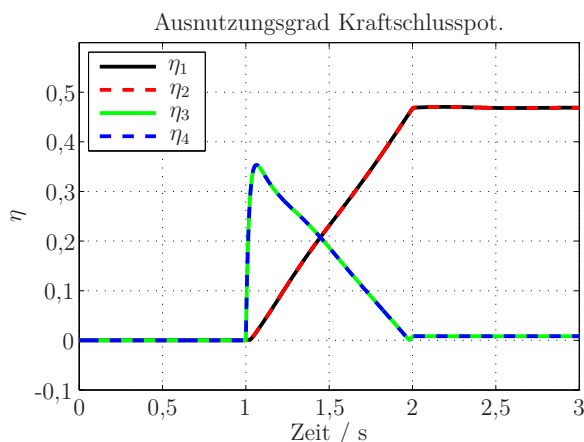
Die Abbildung 5.1 zeigt den Drehmomentenverlauf über die Zeit. Während die Längsbeschleunigung, wie in der Abbildung dargestellt, konstant bleibt, verändern sich die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentialen der Reifen. Deren Verlauf stellt Abbildung 5.2 dar. Simuliert wird das invertierte Zweispurmodell.

Die Antriebs- bzw. Bremsmomente an den Rädern sind achsweise gleich, siehe Abbildung 5.1. So ist

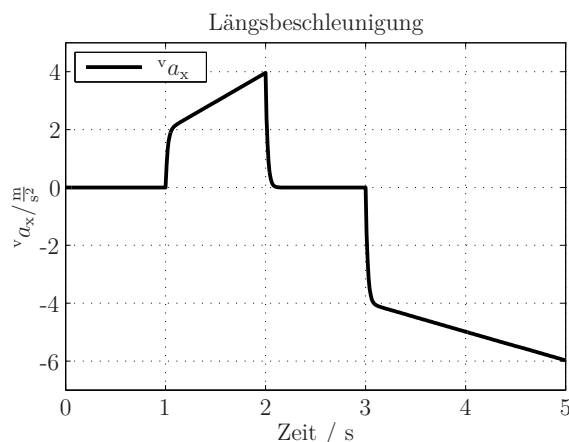
$$\tau_{\text{vorne}} := \tau_1 = \tau_2, \quad \tau_{\text{hinten}} := \tau_3 = \tau_4$$



**Abbildung 5.1:** Längsbeschleunigung und Drehmomentenverlauf für das Experiment mit zeitlich linearer Umverteilung des Antriebsmoments von der Hinter- zur Vorderachse. Dieser Verlauf der Verteilung ist beliebig und dient nicht der Stabilisierung der Fahrt oder dem Erreichen eines sekundären Ziels.



**Abbildung 5.2:** Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials jeweils eines Reifens von Vorder- bzw. Hinterachse für das Experiment mit zeitlich veränderter Drehmomentverteilung. Das Fahrzeug beschleunigt dabei in Längsrichtung. Der gewählte Verlauf der Drehmomentverteilung erlaubt nur für einen Zeitpunkt während des Manövers ( $t = 1,4$  s) die maximale Ausnutzung des Kraftschlusspotentials zu minimieren.



**Abbildung 5.3:** Längsbeschleunigung des Fahrzeugschwerpunkts in Fahrzeuginnenrichtung. Nach einer Sekunde beschleunigt das Fahrzeug. Die Längsbeschleunigung steigt bis zum Zeitpunkt  $t = 2$  s weiter an. Im Zeitraum  $2 \text{ s} \leq t < 3 \text{ s}$  soll das Fahrzeug nicht beschleunigen. Ab  $t \geq 3 \text{ s}$  verzögert das Fahrzeug mit im Betrage steigender Längsbeschleunigung.

definiert. Diese Drehmomente ergeben sich mit dem Gesamtdrehmoment  $\tau_{\text{gesamt}}$  aus dem inversen Modell durch

$$\begin{aligned}\tau_{\text{vorne}} &= \alpha \cdot \tau_{\text{gesamt}}, \\ \tau_{\text{hinten}} &= (1 - \alpha) \cdot \tau_{\text{gesamt}}.\end{aligned}$$

Dabei ist  $\alpha$  durch

$$\alpha = \min(1, \max(0, t - 1))$$

von der Zeit  $t$  abhängig.

Die Kenngröße  $\eta_{\text{max}}$  sinkt, bis  $\eta_{\text{vorne}} = \eta_{\text{hinten}}$  gilt. Danach steigt die Größe wieder an.

### Diskussion der Ergebnisse:

In diesem Experiment liefert somit der vorgeschlagene Ansatz zur relativen Stellgrößenallokation das erwartete Ergebnis. Weiterhin zeigt das Experiment, dass mittels der Modellinversion die Bewegungsvorgabe auch unter einem zeitlich veränderlichen  $\gamma$  umgesetzt werden kann.

### Vergleich absoluter und relativer Hilfsgrößen zur Drehmomentverteilung:

In der folgenden Simulation wird die Wirkung relativ und absolut angesetzter Hilfsgrößen an einem beispielhaft gewählten Fahrmanöver verglichen.

### Beschreibung des Manövers:

Das zu Manöverbeginn geradeaus fahrende Fahrzeug soll beschleunigen, dann die Geschwindigkeit halten und anschließend verzögern. Diesen Beschleunigungsverlauf des Fahrzeugs in dessen Längsrichtung zeigt Abbildung 5.3. In Querrichtung erfährt das Fahrzeug keine Beschleunigung. Die Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen die Verläufe der gestellten Drehmomente und der Kenngrößen  $\hat{\eta}_i$  der vier Reifen. Die Drehmomente sind achsweise gleich. Das an linker und rechter Seite gestellte Drehmoment wird je Achse mit *Vorne* beziehungsweise *Hinten* bezeichnet.

### Diskussion der Ergebnisse:

Es wird beispielsweise zum Zeitpunkt  $t = 1,5$  s im Falle absoluter Hilfsgrößen ein zusätzliches Drehmoment bestimmt, das an der Hinterachse gestellt wird. Da das Fahrzeug für  $2\text{ s} \leq t < 3\text{ s}$  nicht beschleunigen soll und das Fahrzeug keinen Fahrwiderstand aufweist, müssten in dieser Zeit auch weder Antriebs- noch Bremsmomente gestellt werden. Da aber für absolute Größen durch diese ein Drehmoment an der Hinterachse kommandiert wird, stellt das inverse Modell ein geeignetes Bremsmoment, um die Gesamtfahrzeugbeschleunigung zu kompensieren. Dadurch verschwinden in diesem Zeitraum auch die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale nicht.

Hingegen mit einer relativen Definition der Hilfsgrößen zur Drehmomentverteilung wird das vom inversen Modell zur Umsetzung der Beschleunigungsanforderung ermittelte Gesamtdrehmoment ab dem Zeitpunkt  $t = 1,5$  s mit einem Faktor  $\gamma_\tau > 0,5$  an die

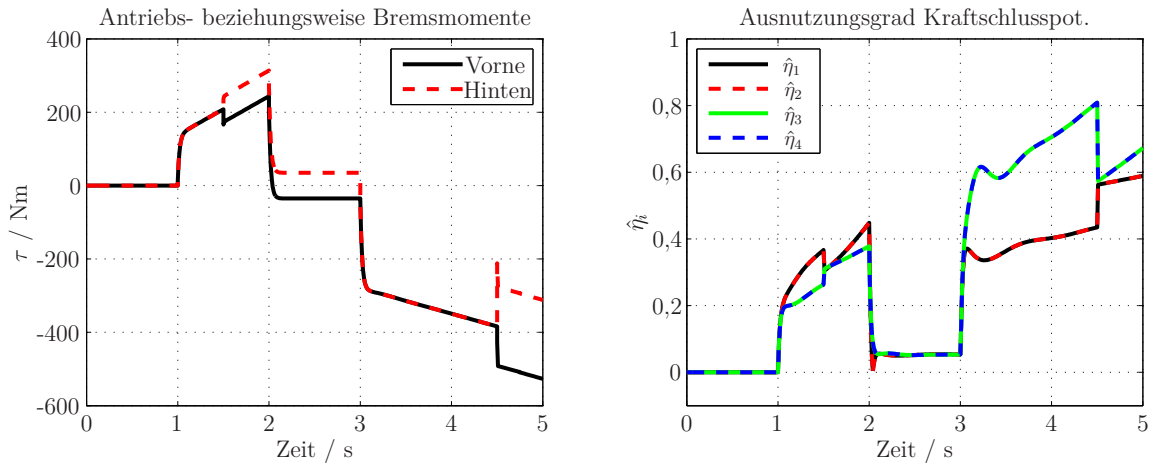
Hinterachse verteilt. Nachdem in der Phase der nichtbeschleunigten Geradeausfahrt diese Verteilung weiterhin gilt, kann mit einem verschwindenden Gesamtdrehmoment  $\tau_{\text{gesamt}} = 0$  ein sowohl an Vorder- als auch an Hinterachse verschwindendes Drehmoment kommandiert werden. Das Kraftschlusspotential keines Reifens wird genutzt.

Für dieses Manöver werden alle 1,5s nach einem heuristischen Ansatz aus Abschnitt 7.3.1 neue relative beziehungsweise absolute Hilfsgrößen bestimmt. So wird durch die gezeigten Verläufe von  $\hat{\eta}_i$  der Vorteil relativer Hilfsgrößen gegenüber absoluten deutlich. In dem Experiment verändern sich nämlich die Zustandsgrößen des Fahrzeugs nach der letzten Bestimmung der Hilfsgrößen.

Das simulierte Fahrzeug entspricht der beschriebenen Konfiguration *a*.

Um die Hilfsgrößen absolut in die Drehmomente eingehen zu lassen, gilt mit den Hilfsgrößen  $\gamma_{1,2,3}$  für das gestellte Drehmoment:

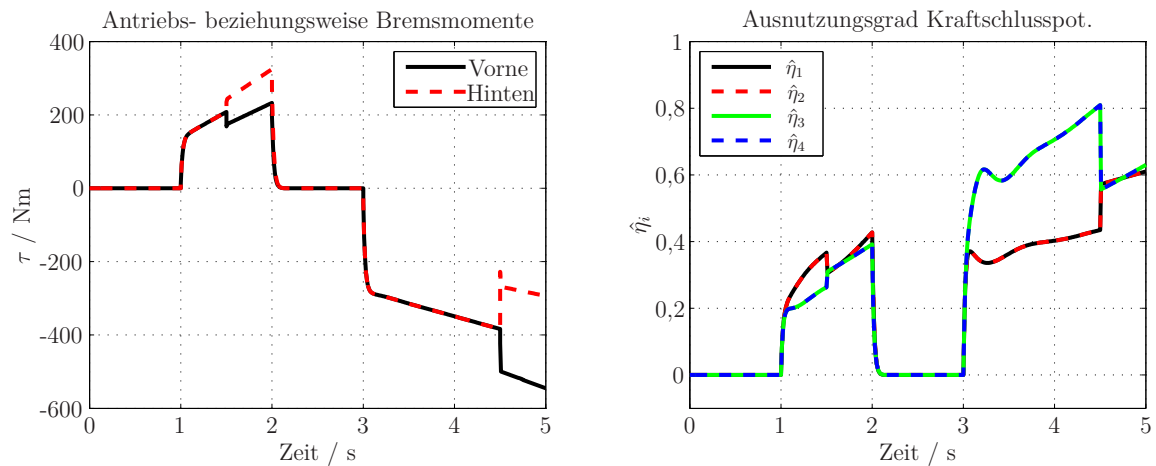
$$\mathbf{u}_\tau = \begin{pmatrix} \tau_{\text{gesamt}} + \gamma_{\tau,1} \\ \tau_{\text{gesamt}} + \gamma_{\tau,2} \\ \tau_{\text{gesamt}} + \gamma_{\tau,3} \\ \tau_{\text{gesamt}} \end{pmatrix}.$$



**Abbildung 5.4:** Drehmoment- und  $\hat{\eta}$ -Verlauf mit absolut formulierten Hilfsgrößen. Zu den Zeitpunkten, an denen neue Hilfsgrößen bestimmt werden, wird bezüglich  $\hat{\eta}_{\text{max}}$  eine nahezu optimale Lösung erreicht. Jenseits dieser Zeitpunkte gilt dies nicht. Zum Beispiel bremst im Zeitraum  $2 \leq t < 3$  s die Vorderachse, während die Hinterachse antreibt.

Für die Zeitpunkte, an denen neue Hilfsgrößen ermittelt werden, wird mit dem absoluten und mit dem relativen Ansatz ein in etwa gleich gutes Ergebnis bezüglich  $\eta_{\text{max}}$  erreicht. Dass der relative Ansatz auch zu diesen Zeitpunkten beziehungsweise kurz danach bezüglich des Kriteriums besser ist, liegt an der Einstellzeit der veränderten Reifenkräfte. Es vergeht Zeit, bis die, von den absoluten Hilfsgrößen beschriebenen, zusätzlichen Drehmomente sich als Reifenlängskräfte auf der Straße abstützen. Dann ist das vom inversen Modell bestimmte Gesamtdrehmoment wegen der veränderten Bewegungsanforderung aber bereits größer beziehungsweise kleiner als zum Zeitpunkt der Hilfsgrößenwahl angenommen.

In dem untersuchten Fahrmanöver verändert sich die Bewegungsanforderung kontinuierlich in den entsprechenden Zeitabschnitten. Auch in dieser Situation ist der relative



**Abbildung 5.5:** Drehmoment- und  $\hat{\eta}$ -Verlauf mit relativ formulierten Hilfsgrößen. Für die Zeitpunkte, an denen neue Hilfsgrößen bestimmt werden, ist  $\hat{\eta}_{\max}$  minimal. Durch relative Hilfsgrößen entfernt sich dieses Kriterium nicht zwangsläufig soweit vom Optimum wie mit absoluten Hilfsgrößen, wenn sich die Bewegungsanforderung verändert.

Ansatz dem absoluten bezüglich der  $\hat{\eta}_{\max}$ -Optimalität überlegen. Jedoch können auch Situationen konstruiert werden, in denen diese Aussage nicht gilt.

Der Vorteil des relativen Ansatzes ist besonders beim Übergang vom Beschleunigen auf das Geschwindigkeithalten zu erkennen. Im Falle absoluter Hilfsgrößen wird die Hinterachse weiterhin angetrieben. Die daraus resultierende Beschleunigung kompensiert die iFR durch Bremsen der Vorderachse.

Durch relative Hilfsgrößen zur Drehmomentverteilung kann gegenüber absolut formulierten Hilfsgrößen über eine Veränderung der Bewegungsanforderung über einen längeren Zeitraum hinweg Optimalität auch ohne das Bestimmen neuer Hilfsgrößen erhalten werden.

Weiterhin illustriert die Simulation, beispielsweise im Zeitbereich  $1 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$ , dass relativ formulierte Hilfsgrößen das Stellen verschwindender Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente an allen Rädern gestattet. Dies geschieht durch die Vorgabe  $\tau_{\text{gesamt}} = 0$  durch das inverse Modell.

### Sicherheitsrelevanz des Erreichens des sekundären Ziels:

Durch vorgeschlagene Parametrisierung der Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente mit Hilfsgrößen ist das Erreichen des sekundären Ziels nur dann und auch nur gegebenenfalls sicherheitsrelevant, sofern der Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials mindestens eines Reifens 100 % erreicht. Wenn in einem derartigen Fall durch eine ungünstige Hilfsgrößenwahl das inverse Modell nicht Reifen, die weiter entfernt von ihrem Kraftschlusspotential betrieben werden, zur Umsetzung der Bewegungsanforderung heranzieht, so könnte eine physikalisch umsetzbare Bewegungsanforderung nicht von der iFR umgesetzt werden. Beispielsweise könnte  $\gamma_{\tau}$  das Drehmoment  $\tau_{\text{gesamt}}$  vollständig von einem angetriebenen Rad fernhalten. Dann könnte dieser Reifen vom inversen Modell nicht zur Umsetzung der Bewegungsanforderung genutzt werden.

### 5.3 Lenkwinkeldifferenz beziehungsweise Lenkwinkelunterschied als Hilfsgröße

Die Hilfsgrößen für die Lenkwinkelraten repräsentieren, sofern die Konfiguration dies zu stellen erlaubt und wie bereits erläutert, für die betrachtete Achse eine Lenkwinkeldifferenz zwischen linker und rechter Seite. Ein unterlagerter Regler stellt durch Aufgeben einer zusätzlichen Lenkwinkelrate die vorgegebenen Lenkwinkeldifferenzen ein. Er ist im inversen Modell implementiert. So kann seine Wirkung auf die Fahrzeugbewegung bei der Bestimmung der reduzierten Stellgrößen berücksichtigt werden.

Damit setzen sich die vom inversen Modell kommandierten vollständigen Stellgrößen aus zwei Komponenten zusammen. Den Teil  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$  bestimmt ein unterlagerter Regler, um eine Lenkwinkeldifferenz an einer Achse einzustellen. Den Anteil  $\bar{\mathbf{u}}^*$  ermittelt das inverse Modell unter Berücksichtigung von  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$ , um die Bewegungsanforderung umzusetzen. Also werden die vollständigen Stellgrößen

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta} + \bar{\mathbf{u}}^* \quad (5.6)$$

kommandiert. Wie auch im Zusammenhang von  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$  erläutert, müssen auch für  $\bar{\mathbf{u}}_\delta$  konfigurationsabhängig nicht alle Elemente von Null verschieden sein können.

Die Größen  $\bar{\mathbf{u}}^* \in \mathbb{R}^8$  sind also zur Umsetzung der Bewegungsanforderung bestimmte vollständige Stellgrößen.

Mit dieser Vorgehensweise werden für die betrachteten Konfigurationen  $a$  und  $b$  reduzierte Stellgrößen und Hilfsgrößen definiert: Als reduzierte Stellgrößen werden hinsichtlich der Lenkwinkelraten für Konfiguration  $a$  achsweise die Lenkwinkelraten  $\dot{\delta}_{\text{vorne}}$  und  $\dot{\delta}_{\text{hinten}}$  gewählt. Für Konfiguration  $b$  entfällt  $\dot{\delta}_{\text{hinten}}$  als reduzierte Stellgröße. Für beide Konfigurationen sind die Lenkwinkelraten an den gelenkten Achsen zwischen linker und rechter Seite unabhängig. Damit kann achsweise eine Lenkwinkeldifferenz

$$\Delta\delta_{\text{vorne}} := \delta_1 - \delta_2 \text{ und für Konfiguration } a \text{ auch } \Delta\delta_{\text{hinten}} := \delta_3 - \delta_4$$

durch Stelleingriffe aufgebaut werden. Die Hilfsgrößen  $\boldsymbol{\gamma}_{\delta,a} := (\Delta\delta_{\text{vorne}}, \Delta\delta_{\text{hinten}})^T$  entsprechen für Konfiguration  $a$  diesen Lenkwinkeldifferenzen. Bei Konfiguration  $b$  gilt, wie beschrieben,  $\Delta\delta_{\text{hinten}} = 0 \forall t$ . Diese Lenkwinkeldifferenz ist also keine Hilfsgröße,  $\boldsymbol{\gamma}_{\delta,b} := \Delta\delta_{\text{vorne}}$ . Ein im inversen Modell implementierter Regler bestimmt, wie bereits erklärt, die zusätzlichen Lenkwinkelraten für linke und rechte Seite so, dass sich die gewünschte Lenkwinkeldifferenz einstellt. Abschnitt 5.4 schlägt einen geeigneten Regler zum Aufbauen einer Lenkwinkeldifferenz vor.

Insgesamt werden zur Umsetzung der Bewegungsanforderung die vollständigen Stellgrößen  $\bar{\mathbf{u}}^* = (\bar{\mathbf{u}}_\tau^T, (\bar{\mathbf{u}}_\delta^*)^T)^T$  kommandiert. Deren Anteil  $\bar{\mathbf{u}}_\delta^*$  ist nach

$$\bar{\mathbf{u}}_\delta^* = \mathbf{U}_\delta(\boldsymbol{\gamma}_i, \boldsymbol{\delta})\mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma}_i)\mathbf{u}_{\text{red}} \quad (5.7)$$

aus  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  zu bestimmen.

## 5.4 Realisierung der unterlagerten Lenkwinkeldifferenzregelung

Die Lenkwinkeldifferenz regelt der unterlagerte Lenkwinkelregler ein. Er ist im inversen Modell implementiert. Zum Aufbauen der geforderten Lenkwinkeldifferenz bestimmt der Lenkwinkelregler zusätzlich aufzugebene Lenkwinkelraten  $\bar{u}_{\Delta\delta}$ . Da er im inversen Modell implementiert ist, berücksichtigt das inverse Modell diese zusätzlichen Lenkwinkelraten hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Beschleunigungsänderung.

Die Definition der Lenkwinkeldifferenzen als Hilfsgrößen und die unterlagerte Lenkwinkeldifferenzregelung, die Teil des inversen Modells ist, stellen Beiträge dieser Arbeit dar. Unter anderem dadurch wird die vorgeschlagene Fahrdynamikregelung in einem realen Fahrzeug einsetzbar. Auch trägt dieser Ansatz dazu bei, das Auffinden eines Optimums hinsichtlich des sekundären Ziels zu vereinfachen.

Allgemein könne das inverse Modell die Lenkwinkel  $\delta_i$  und  $\delta_j$  über eine Gesamtlenkwinkelrate  $\bar{u}_i^*$  beeinflussen. Weiterhin erlaube die betrachtete Fahrzeugkonfiguration beide Lenkwinkel unabhängig einzustellen. Daher definiere die Hilfsgröße  $\gamma_{\gamma,i} := (\delta_i - \delta_j)_{\text{ref}}$  eine einzustellende Lenkwinkeldifferenz. Diese Referenz-Lenkwinkeldifferenz stelle das inverse Modell durch Überlagerung der Lenkwinkelrate zum Umsetzen der Bewegungsanforderung ein:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta}_i &= \bar{u}_i^* + \frac{k_\delta}{2} (\gamma_{\delta,i} - (\delta_i - \delta_j)), \\ \dot{\delta}_j &= \bar{u}_j^* - \frac{k_\delta}{2} (\gamma_{\delta,i} - (\delta_i - \delta_j)), \\ \bar{u}_i^* &= \bar{u}_j^*. \end{aligned} \right\}$$

Dieser P-Regler im Lenkwinkeldifferenzregler besitzt die Verstärkung  $k_\delta$ .

Diese Vorgehensweise ist in [Köppern, 2012c] zum Patent angemeldet. Sie geht über den Stand der Technik hinaus, da sie

1. die Brücke zwischen den Stellgrößen der Lenkwinkelraten und den Lenkwinkeln schlägt,
2. einen konkreten Vorschlag zur Implementierung der Regelung umfasst und
3. im inversen Modell implementiert ist und damit ihre Wirkung auf die Fahrzeugbewegung von diesem berücksichtigt wird.

Genannte Brücke zwischen Lenkwinkelraten und Lenkwinkeln erlaubt die Vorgabe von Lenkwinkeldifferenzen bei gleichzeitiger Inversion auf Beschleunigungsänderungs- und damit Lenkwinkelratenebene. Hinsichtlich des sekundären Ziels sind die ebenen Reifenkräfte zu allokalieren. Ein Freiheitsgrad dieser Verteilung ist für eine Achse die Verteilung zwischen linker und rechter Seite. Da die Achsquerkräfte unter anderem von den Querschläpfen an den Reifen der betrachteten Achse abhängen und die Gesamtachsquerkraft zur Umsetzung der Bewegungsanforderung herangezogen wird, kann zum Erreichen des sekundären Ziels eine Lenkwinkeldifferenz die Verteilung der Querkräfte und damit die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale beeinflussen.

Da der unterlagerte Lenkwinkeldifferenz-Regler abgetastet wird, kann die Verstärkung  $k_\delta$  nicht beliebig hoch gewählt werden, sondern muss die Abtastzeit des Reglers



$T_{\text{unterlagert}}$  berücksichtigen. Sofern dieser Regler, wie vorliegend vorgeschlagen, im inversen Modell implementiert ist, entspricht  $T_{\text{unterlagert}}$  der des inversen Modells. Dabei ist es unerheblich, mit welcher Frequenz neue Referenz-Lenkwindeldifferenzen  $\gamma_{\delta,i}$  ermittelt werden.

Bestimmt aber der Hilfsgrößenwähler die zusätzlichen Lenkwinkelraten, um  $\gamma_{\delta,i}$  aufzubauen, müssen diese zusätzlichen Raten mit einer Abtastrate ermittelt werden, die die Stabilität der Lenkwinkeldifferenz-Regelung gewährleisten.

Somit trägt das Implementieren des Lenkwinkeldifferenz-Reglers im inversen Modell in dieser Hinsicht zur Steigerung der Stabilität des gesamten Regelkreises bei.

**Vorteil der Hilfsgrößendefinition auf Lenkwinkeldifferenzebene:** Um den Vorteil der Hilfsgrößendefinition auf Lenkwinkeldifferenz- und nicht Lenkwinkelratenebene zu verdeutlichen, wird angenommen, dass die dem exemplarisch betrachteten Lenkwinkel eine Hilfsgröße zugeordnet werde, die

- über die Zeit konstant und
- von Null verschieden sei.

Diese Hilfsgröße könnte dieser Art vom Hilfsgrößenwähler vorgegeben werden, wenn dieser die Hilfsgröße initial von Null verschieden wählte und er anschließend auf keine neue Lösung konvergierte.

Wenn die Hilfsgröße eine Lenkwinkeldifferenz repräsentierte, würde diese eingestellt und anschließend der Lenkwinkel durch die Hilfsgrößenwahl nicht weiter beeinflusst. Hingegen durch eine Interpretation der Hilfsgröße als zusätzlich aufzugebende Lenkwinkelrate wüchse mindestens ein Lenkwinkel bis ins Unendliche an und diese Zustandsgröße verlöre damit Stabilität.

Zudem existieren Ansätze, wie [DIN ISO 8855, 2013], die eine zumindest suboptimale Wahl für die Lenkwinkeldifferenz analytisch ermitteln. Diese können als Rückfalllösung genutzt werden, sofern ein Optimierungsalgorithmus nicht hinreichend schnell auf eine akzeptable Lösung für  $\gamma_{\delta}$  konvergiert. Zudem stellen diese Lenkwinkeldifferenzen mögliche Startwerte für die Optimierung dar. Auch können sie herangezogen werden, um die Sinnhaftigkeit einer  $\gamma_{\delta}$ -Wahl durch einen Optimierer vor Aufgabe dieser Größen auf das Fahrzeug zu beurteilen.

## 5.5 Zusammenfassung für die betrachteten Fahrzeugkonfigurationen

**Zusammenfassung - Konfiguration a:** Der Stellgrößenvektor  $\mathbf{u}_{\text{red,a}}$  setzt sich für Konfiguration a zusammen:

$$\mathbf{u}_{\text{red,a}} = \left( \tau_{\text{gesamt}}, \dot{\delta}_{\text{vorne}}, \dot{\delta}_{\text{hinten}} \right)^T.$$



Dann ist

$$\bar{\mathbf{u}}_{\tau,a} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{1,1} \sin \gamma_{1,2} & 0 & 0 \\ \sin \gamma_{1,1} \cos \gamma_{1,2} & 0 & 0 \\ \cos \gamma_{1,1} \sin \gamma_{1,3} & 0 & 0 \\ \cos \gamma_{1,1} \cos \gamma_{1,3} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_{\text{red},a}, \bar{\mathbf{u}}_{\delta,a}^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{u}_{\text{red},a}, \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{1,1} \\ \gamma_{1,2} \\ \gamma_{1,3} \\ \Delta\delta_{\text{vorne}} \\ \Delta\delta_{\text{hinten}} \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Der Hilfsgrößenvektor ist also fünfdimensional,  $\boldsymbol{\gamma}_1 \in \mathbb{R}^5$ .

**Zusammenfassung - Konfiguration b:** Für Konfiguration  $b$  setzt sich der Stellgrößenvektor  $\mathbf{u}_{\text{red},b}$  aus einem Gesamtdrehmoment für jeweils linke und rechte Seite sowie einer Lenkwinkelrate zusammen:

$$\mathbf{u}_{\text{red},b} = \left( \tau_{\text{links}}, \tau_{\text{rechts}}, \dot{\delta}_{\text{vorne}} \right)^T.$$

Dann ist

$$\bar{\mathbf{u}}_{\tau,b} = \begin{pmatrix} \sin \gamma_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & \sin \gamma_{2,2} & 0 \\ \cos \gamma_{2,1} & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{2,2} & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{2,2} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_{\text{red},b}, \bar{\mathbf{u}}_{\delta,b}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{u}_{\text{red},b}, \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{2,1} \\ \gamma_{2,2} \\ \Delta\delta_{\text{vorne}} \end{pmatrix}.$$

Der Hilfsgrößenvektor ist dreidimensional,  $\boldsymbol{\gamma}_2 \in \mathbb{R}^3$ .

Diese Formulierung der Hilfsgrößen mit einer unterlagerten Lenkwinkelregelung ist in [Köppern, 2012c] zum Patent angemeldet.

Aus der vorgeschlagenen Vorgehensweise resultieren folgende Vorteile:

### Drehmomente und Lenkwinkelraten als Stellgrößen:

Diese Arbeit modelliert im Entwurfsmodell die Abrollwinkelgeschwindigkeits- und die Lenkwinkeldynamik präziser als zum Beispiel [Orend, 2006], da vorliegend weder die Abrollwinkelgeschwindigkeiten noch die Lenkwinkel als direkt stellbar angenommen werden. Die Hilfsgrößendefinition dieser Arbeit ist für diese Eingangsgrößen geeignet. Diese Arbeit nimmt an, durch Antriebs- und Bremsmomente nur Abrollwinkelbeschleunigungen und mit Lenkwinkelraten die Lenkwinkel nur einfach verzögert stellen zu können. Somit werden weder Längs- noch Querschlüpfe, anders als unter anderem in [Orend, 2006], als direkt stellbar modelliert.

### Relative Hilfsgrößen, Regelung Lenkwinkeldifferenz:

Die Hilfsgrößendefinition erhöht die Wahrscheinlichkeit, das Erreichen des sekundären Ziels auch unter Veränderung der Bewegungsanforderung und ohne Bestimmen neuer Hilfsgrößen aufrecht zu erhalten. Dies steigert potentiell die Fahr-sicherheit. Damit können auch Verfahren für die Wahl der Hilfsgrößen eingesetzt werden, die seltener ein neues  $\boldsymbol{\gamma}$  ermitteln, als das inverse Modell ein neues  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  bestimmt.

**Nur indirekter bzw. überwachter Durchgriff der Hilfsgrößen:**

Mit relativen Hilfsgrößen auf Drehmomentebene, bzw. der unterlagerten Regelung der Lenkwinkeldifferenz, wirkt die Hilfsgrößenwahl nicht unabhängig der zur Umsetzung der Bewegungsanforderung ermittelten reduzierten Stellgrößen bzw. unüberwacht auf die insgesamt kommandierten Größen. Somit ist eine negative Beeinflussung der Fahrsicherheit durch die Hilfsgrößenwahl unwahrscheinlich.

**Gestelltes Drehmoment kann unabhängig von Hilfsgrößen Null werden:**

Durch die relative Formulierung können unabhängig von den Hilfsgrößen alle Drehmomente verschwinden, sofern dadurch die Bewegungsanforderung umgesetzt wird. Mit absoluten Hilfsgrößen kann es dagegen zum Beispiel nötig sein, ein Rad zu bremsen, weil ein anderes angetrieben wird.

**Trennung des primären und des sekundären Ziels:**

Das Erreichen des sekundären Ziels ist nur in dem Bereich, in dem mindestens ein Reifen an seiner Kraftschlussgrenze betrieben wird und dann auch nur gegebenenfalls, sicherheitsrelevant. Dadurch sind mit dem dargestellten Ansatz die primäre und die sekundäre Aufgabe weitgehend entkoppelt, auch obwohl der sekundären Aufgabe eine Nebenbedingung erhalten bleibt. So können zum Erreichen des sekundären Ziels Ansätze verfolgt werden, die nicht garantiert in deterministischer Zeit ein Ergebnis bestimmen, wenn eine Rückfalllösung für die Hilfsgrößen existiert.

**Lenkwinkeldifferenzen als Hilfsgrößen:**

Die Definition der Hilfsgrößen auf Ebene der Lenkwinkeldifferenzen birgt zwei Vorteile: Geeignete Lenkwinkeldifferenzen sind mittels Modellprädiktion und Optimierung wie auch durch einen heuristischen Ansatz für das sekundäre Ziel dieser Arbeit leichter zu finden als geeignete Lenkwinkelratendifferenzen. Das Einführen eines unterlagerten Reglers lässt erst die Vorgabe einer Lenkwinkeldifferenz zu. Dieser Regler kann häufiger abgetastet werden als die Hilfsgrößenwahl. Dadurch wird unter anderem die Stabilität des geschlossenen Regelkreises hinsichtlich der Lenkwinkel gewährleistet. Denn wenn die Hilfsgrößen der Lenkwinkel direkt Lenkwinkelraten darstellten und diese Hilfsgrößen nicht häufig genug bestimmt werden, träte gegebenenfalls ein Überschwingen der Lenkwinkeldifferenzen auf. In der Simulation verlor in diesem Fall der gesamte Regelkreis Stabilität und die Simulation brach ab. Zudem ist die Plausibilität einer Lenkwinkeldifferenz in einer Fahrsituation besser nachvollziehbar als ein Unterschied in den Lenkwinkelraten. Mit Überprüfung der Plausibilität und gegebenenfalls Nichtstellens einer Lenkwinkeldifferenz kann die Fahrsicherheit erhöht werden.

## 5.6 Vergleich der Methode mit der Standard-Stellgrößenallokation

Der gewählte Ansatz wird in diesem Abschnitt mit dem Standardansatz der Stellgrößenallokation (CA), siehe Abschnitt 2, verglichen. Der Vorteil des vorgeschlagenen Ansatzes gegenüber der Standardvorgehensweise wird diskutiert.

Die Inversion zur Umsetzung der Bewegungsanforderung kann äquivalent nach dem Schema der CA erfolgen: Der mit Gleichung (4.15) bestimmte Ruck besteht aus einem Anteil  $\mathbf{v}_{CA}$ , der von den Stellgrößen beeinflusst wird und dem Anteil  $\mathbf{b}$ , in den die Stellgrößen nicht eingehen:

$${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}} = \mathbf{v}_{CA} + \mathbf{b}.$$

Durch einen äußeren Regelkreis der Gesamt-iFR wird ein  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}}$  ermittelt, dem  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{y}}$  entsprechen soll. So muss durch die Stellgrößen der zusätzliche Ruck  $\mathbf{v}_{CA} = {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}} - \mathbf{b}$  erreicht werden. Dieser Ruck ergibt sich, wie auch beim Ansatz dieser Arbeit nach Gleichung (4.17), zu

$$\mathbf{v}_{CA} = \left( \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \boldsymbol{\omega}} \boldsymbol{\Theta}_w^{-1} \mathbf{U}_\tau(t) + \frac{\partial^v \mathbf{f}_a}{\partial \boldsymbol{\delta}} \mathbf{U}_\delta \right) \mathbf{u} =: \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u}.$$

Somit lautete die noch verbleibende Aufgabe für die Standard-CA: Bestimme ein  $\mathbf{u}$  so, dass

$$\mathbf{v}_{CA} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u} \tag{5.9}$$

erfüllt ist.

Bei der CA muss nun ein Optimierungsproblem gelöst werden, um ein  $\mathbf{u}$  zu bestimmen, das unter Einhalten der Nebenbedingung  $\mathbf{v}_{CA} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u}$  als sekundäres Ziel erreicht. Das Einhalten der Nebenbedingung lässt das Fahrzeug die Bewegungsanforderung umsetzen. Damit ist dieser Teil der Optimierungsaufgabe sicherheitsrelevant.

Die sicherheitskritische Aufgabe wird dagegen bei dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Ansatz durch das inverse Modell erfüllt. Die Inversion ist quasi-eindeutig, vergleiche Abschnitt 6, da die Allokation bereits durch die Hilfsgrößenwahl festgelegt wurde und nur noch reduzierte Stellgrößen bestimmt werden. Um die Inversion garantieren zu können, muss nur sichergestellt sein, dass dem inversen Modell immer Hilfsgrößen übergeben werden, mit denen die Bewegungsanforderung auch umsetzbar ist.

Bei der klassischen Stellgrößenallokation wird dagegen nach Gleichung (5.9) eine Beziehung zwischen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}_{CA}$  hergestellt, die nicht eindeutig nach  $\mathbf{u}$  lösbar ist. Ihre Lösung ist aber Voraussetzung, um das Fahrzeug eine Bewegungsanforderung umsetzen zu lassen. Der Stellgrößenvektor  $\mathbf{u}$  wird bei der CA durch Lösen eines Optimierungsproblems mit Gleichheitsnebenbedingungen bestimmt. Damit ist dieses gesamte Problem zu lösen, das sekundäre Ziel also zu erreichen, um die primäre Aufgabe zu erfüllen.

Beim Ansatz dieser Arbeit ergibt sich  $\mathbf{u}$  nach Gleichung (3.9) mit bekannten Hilfsgrößen aus den reduzierten Stellgrößen, die das inverse Modell wiederum mit bekannten Hilfsgrößen eindeutig bestimmt.

$$\text{Ansatz dieser Arbeit : } (\mathbf{u}_{\text{red}}, \boldsymbol{\gamma}) \rightarrow \mathbf{u}.$$

Dabei ist, wie erläutert, die Bestimmung von  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  absicherbar.

Dies ist weitgehend gleichbedeutend mit dem Ansatz der CA. Denn die Matrix  $\mathbf{B}$  kann zum Beispiel durch eine Pseudoinverse in deterministischer Zeit invertiert werden. Somit ist aus einem bekannten  $\mathbf{v}_{\text{CA}}$  auch in jedem Fall ein passendes  $\mathbf{u}$  bestimmbar. Doch ermöglicht der gewählte Ansatz, eine relative Drehmoment- und Lenkwinkelverteilung unabhängig von der Bewegungsanforderung zu erreichen. Eine gute, wenn auch möglicherweise suboptimale, heuristische Lösung zum Minimieren von  $\eta_{\text{max}}$  für diese Verteilung ist auffindbar. Die verbleibende, sicherheitsrelevante Aufgabe, eine Bewegungsanforderung umzusetzen, kann dann in einem zweiten Schritt ebenfalls garantiert und in deterministischer Zeit erfolgen.

Sind die Hilfsgrößen bestimmt, kann der Stellgrößenvektor durch das inverse Modell errechnet werden. Dieser Schritt erfolgt in deterministischer Zeit. In das inverse Modell wird weiter ein quadratisches Optimierungsproblem integriert. So bestimmt es, auch falls die Bewegungsanforderung aus physikalischen Gründen nicht umsetzbar wäre, garantiert eine Lösung für die Stellgrößen. Bei CA-Ansätzen, wie zum Beispiel in [Reinold und Trächtler, 2013] verfolgt, wird die primäre Teilaufgabe lediglich durch Gewichtung der Güte ihrer Erfüllung im Gesamtkriterium erreicht. Somit ergibt sich keine Priorisierung der Forderung nach Umsetzung der Bewegungsanforderung. Dies ist jedoch sicherheitsrelevant.

Ebenso bietet die Methode den bereits aufgezeigten Vorteil, auch unter einer veränderten Bewegungsanforderung gegebenenfalls dem erreichbaren Optimum nahe zu kommen. Damit birgt der verfolgte Ansatz nicht nur beim Einsatz des heuristischen Hilfsgrößenwählers Vorteile.

## 6 Stellgrößenbestimmung zur Umsetzung der Bewegungsanforderung

Dieser Abschnitt führt das inverse Modell zur Bestimmung der reduzierten Stellgrößen ein, vergleiche Abbildung 6.1. Dabei werden die nach dem folgenden Abschnitt zu bestimmenden Hilfs- sowie Schätzgrößen und die Ruckanforderung als bekannt vorausgesetzt.

### 6.1 Skizze der Vorgehensweise mit dem Zweispurmodell

Das inverse Modell bestimmt  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  mittels Eingangs-Ausgangs-Linearisierung, siehe Abschnitt 2. In dem aktuellen Abschnitt wird der verfolgte Ansatz zur Verdeutlichung mit dem Zweispurmodell aus Abschnitt 3.3 eingeführt, während vorliegende Arbeit im Weiteren auf das Entwurfsmodell aus Abschnitt 4 zurückgreift. Weiterhin wird hier vorausgesetzt, dass  $\dim \mathbf{y} = \dim \mathbf{u}$  gelte, siehe Gleichung (5.1). Durch die in Abschnitt 5 eingeführte Vorgehensweise kann die Anwendbarkeit auch für überaktuierte Fahrzeuge sichergestellt, durch die Forderung (5.1) kann hingegen die generelle Vorgehensweise verdeutlicht werden.

Die Inversion auf Beschleunigungsänderungsebene macht das Einführen der Lenkwinkel-



iFR bestimmt. Zum anderen vergleicht der Fahrer den Ort und die Geschwindigkeit des Fahrzeugs mit seinem Wunsch für diese Größen und passt entsprechend die Beschleunigungsvorgabe an. Diese Rückführung wird, gemeinsam mit der Beschleunigungsrückführung, in diesem Abschnitt als proportionale Rückführung modelliert. Diese besitze die Verstärkungsfaktoren  $K_{x/v/a}$ , siehe Abbildung 6.2. Dabei sind  $\mathbf{K}_i$  Diagonalmatrizen.

Ihre Diagonalelemente sind so gewählt, dass jeweils die Integratorketten zwischen ebener Fahrzeugposition, -geschwindigkeit und -beschleunigung stabiles Verhalten aufweisen.

Da die Vorgehensweise die genannte Invertierbarkeit der Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}_{\text{dgl}}$  aus Gleichung (6.1) und Gültigkeit der Gleichung (5.1) voraussetzt, wird durch einen derartigen Ansatz die Aufgabenstellung dieser Arbeit, die lediglich eine möglichst exakte Umsetzung der Ruckvorgabe, dafür aber auch die Bestimmung von geeigneten Stellgrößen an jedem Arbeitspunkt fordert, nicht umgesetzt. Zudem bestehen weitere Nachteile gegenüber einer Modellinversion auf Basis des Entwurfsmodells und im Kontext der gesamten iFR. Der folgende Absatz führt unter anderem diese Nachteile auf:

- Das Fahrzeug darf nicht überaktuiert sein, das heißt, Gleichung (5.1) muss gelten.
- Die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  müssen vollständig bekannt sein. Nicht alle Komponenten von  $\mathbf{x}$  werden jedoch messtechnisch im Versuchsträger ROMO erfasst. Das invertierte Entwurfsmodell greift hingegen auf durch Messung beziehungsweise Schätzung bekannte Größen zurück. Das Entwurfsmodell aus Abschnitt 4 stellt diejenigen Größen dar, von denen die generalisierte Fahrzeugbeschleunigung direkt abhängt. Dazu zählt z. B.  $\mathbf{f}_z$ , das eine Eingangsgröße des Entwurfsmodells ist, im Zweispurmodell jedoch nach Gleichung (3.4) aus  $\mathbf{x}$  resultiert. Somit wird durch einen Modellfehler im Zweispurmodell, beispielsweise in Gleichung (3.4), eine Größe im inversen Modell auf Basis des Zweispurmodells fehlerbehaftet repräsentiert, wie auch bereits Abschnitt 4 argumentiert. Dies gereicht zum Nachteil, sofern diese Größe als direkte Messgröße oder als Schätzung, die mit einem geringeren Fehler behaftet ist, zur Verfügung steht.
- In Stellgrößen, die direkt nach Gleichung (6.2) mit einer ungefilterten Ruckvorgabe  $\mathbf{r}_{\text{dgl}}$  bestimmt werden, finden keine Aktuatorbeschränkungen Berücksichtigung.
- Gleichung (6.2) kann bei Aktuatorausfällen nur dann rekonfiguriert werden, sofern das Zweispurmodell so modifiziert wird, dass  $\mathbf{U}$  in  $\mathbf{A}_{\text{dgl}}$  und  $\tilde{\mathbf{b}}_{\text{dgl}}$  eingeht.
- Die Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$ , vergleiche Gleichung (4.13), werden vom Zweispurmodell aus den jeweiligen Reifenlängskräften und den Reifenradien ermittelt. Somit müssen diese geschätzt und die geschätzten Abrollwinkelgeschwindigkeiten im inversen Modell derart angepasst werden, dass sich  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  richtig ergibt. Andernfalls ermittelte das in diesem Abschnitt entwickelte inverse Modell nicht geeignete Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente.
- Der Ausgang des Zweispurmodells  $\mathbf{y}_{\text{dgl}}$  muss dreimal nach der Zeit differenziert werden, um den Ruck darzustellen. Dagegen muss die Ausgangsgröße des Entwurfsmodells nur einmal zeitlich differenziert werden.

Der Abschnitt 4.2 diskutiert Vorteile der Modellinversion mit dem Entwurfsmodell. Um die aufgeführten Probleme zu überwinden, geht diese Arbeit folgendermaßen vor:

- Die Stellgrößen werden in reduzierte Stellgrößen und Hilfsgrößen partitioniert, sodass die Dimension der reduzierten Stellgrößen der Dimension der Bewegungsvorgabe entspricht, vergleiche Abschnitt 5.
- Um Aktuatorbeschränkungen zu berücksichtigen wird ein *Pseudo Control Hedging*-Ansatz in den Regelkreis eingeführt.
- Die Arbeit greift anstelle des Zweispur- auf das Entwurfsmodell zurück. Dieses besitzt besser geeignete Eingangsgrößen, wie es in den folgenden Abschnitten erläutert wird. Zudem wird ein Schätzer entwickelt, der die vom inversen Modell nach dem Entwurfsmodell benötigten Größen aus den vorhandenen Messgrößen ermittelt.
- Die Verwendung des Entwurfsmodells bei der Synthese des inversen Modells erlaubt das inverse Modell rekonfigurierbar zu gestalten.
- Das Entwurfsmodell führt  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  Eingangsgröße ein. Dadurch können diese Drehmomente im inversen Modell unabhängig von angenommenen Reifenradien und Reifenlängskräften für die Regelung geeignet abgebildet werden.

Durch das Einführen des inversen Modells ergibt sich unter geeigneter Rückführung mit den Verstärkungen  $\mathbf{K}_{x/v/a}$  eine stabile beobachtbare Dynamik des Regelkreises. Die interne Dynamik ist nichtlinear. Sie kann durch Einführen eines Systems zur Stabilisierung der Abrollwinkelgeschwindigkeiten, ähnlich eines ABS, stabilisiert werden. Diese Aussage bleibt in dieser Arbeit ohne formellen Beweis. Die Stabilität der internen, also unbeobachtbaren, Dynamik wird nicht weiter betrachtet. Jedoch sucht vorliegende Arbeit im Rahmen einer Worst-Case-Analyse die ungünstigste Wahl einiger ausgewählter Parameter des Simulations-, Aktuator- und Sensormodells hinsichtlich der Umsetzung der Bewegungsanforderung. Diese optimierungsgestützte, wenn auch eingeschränkte, Analyse zeigt so für den gewählten Parametersatz, dass für ein ausgewähltes Fahrmanöver die Gesamtdynamik des Systems auch für die ungünstigste Wahl der genannten Parameter erhalten bleibt und die interne Dynamik des Systems stabil ist. Insbesondere handelt es sich bei dem gewählten Ansatz zwar um eine exakte, nicht aber um eine Eingangs-Zustands-Linearisierung. Ein Teil der Systemdynamik wird am Ausgang unbeobachtbar.

Von diesem Abschnitt wird der Stand der Technik erweitert, indem

1. das Zweispurmodell auf Beschleunigungsänderungsebene invertiert wird und damit die acht ebenen Reifenkräfte nicht als entkoppelt vorgebar sowie ohne Zeitverzug stellbar angenommen werden und
2. indem dieser Abschnitt die Referenzbeschleunigungsänderung durch Vergleich der Soll- und der Ist-Beschleunigung ermittelt.



## 6.2 Inverses Modell

Die reduzierten Stellgrößen  $\mathbf{u}_{\text{red}}^*$ , die ausschließlich der Umsetzung der Bewegungsanforderung dienen und damit auch Teile von  $\mathbf{u}$ , werden vorliegend von einem *inversen Modell* bestimmt. Die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung, die in Abschnitt 6.1, auf Basis des Zweispurmodells skizziert wird, führt dieser Abschnitt mit dem Entwurfsmodell durch.

Für die Modellinversion müssen neben  $\gamma$  auch die Beschleunigungsvorgabe  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}}$  und die Argumente von  $\tilde{\mathbf{A}}$  sowie  $\tilde{\mathbf{b}}$ , siehe Abschnitt 4, bekannt sein.

Da die Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  nicht zwangsläufig vollen Rang besitzt, wird  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  nicht nach Gleichung (4.18) bestimmt, sondern als Lösung des quadratischen Optimierungsproblems

$$\min_{\mathbf{u}_{\text{red}}} \|\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u}_{\text{red}} - (\tilde{\mathbf{b}} - {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}})\|_2. \quad (6.3)$$

Sofern die Lösung nicht eindeutig ist, wird ein  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  ausgewählt, das Gleichung (6.3) genügt und für das  $\|\mathbf{u}_{\text{red}}\|_2$  minimal ist.

Der Betrag  $\|\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u}_{\text{red}} - (\tilde{\mathbf{b}} - {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}})\|_2$  verschwindet nicht, falls die Schlupfänderungen, die unter einem gegebenen  $\gamma$  durch  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  verursacht werden können, nicht zu Reifenkraftänderungen führen, die eine Änderung der Kraft  $\mathbf{f}_{\text{gen}}$  zur Konsequenz haben. Dies wäre gegeben, wenn sich

- hinreichend viele der durch  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  beeinflussten Reifen an ihren Maxima hinsichtlich ihrer ebenen Reifenkräfte befänden (an diesen Betriebspunkten ändert sich die Reifenkraft nicht mit dem Reifenschlupf) oder
- die Wirkungen der Reifenkraftänderungen durch  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  hinsichtlich  $\mathbf{f}_{\text{gen}}$  auslöschen.

Bei der Implementierung des Lösungsverfahrens des Problems (6.3) wird im Rahmen dieser Arbeit die Funktion *leastSquares* aus der Modelica-Bibliothek herangezogen. Dieser Optimierungsalgorithmus ist Teil der Funktion  $\mathbf{f}_{\text{IM}}$ . Er ermittelt  $\mathbf{u}_{\text{red}}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{IM}} &:= \arg \min_{\mathbf{u}_{\text{red}}} \|\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{u}_{\text{red}} - (\tilde{\mathbf{b}} - {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}})\|_2 = \\ &= \mathbf{f}_{\text{IM}}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{s_x}, \mathbf{k}_{s_y}, \dot{\mathbf{f}}_z, \dot{\mathbf{y}}, \tau_{\text{fahrbahn}}, \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}, \mathbf{U}, \gamma, {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}}). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dabei ist  ${}^v\mathbf{r}_{\text{IM}} \stackrel{!}{=} {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}}$  der vorgegebene relative Ruck.

Ausgangsgrößen des inversen Modells, vergleiche Abbildung 6.1 am Anfang dieses Abschnitts, sind

- die Stellgrößen  $\mathbf{u}$ ,
- der unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen erreichbare Ruck  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{lim}}$ , der in diesem Abschnitt definiert wird, und
- die geforderte Änderungsrate der ebenen Reifenlängskräfte  $\dot{\mathbf{f}}_d$ .



Eingangsgrößen sind  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{ref}}$ , der Referenzruck ohne Berücksichtigung des Regelungsfehlers auf Beschleunigungsebene  ${}^v\dot{\mathbf{a}} =: {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}}$ ,  $\gamma$  und die Schätzgrößen  $\mathbf{x}_s$ , die die Argumente von  $\tilde{\mathbf{A}}$  und  $\tilde{\mathbf{b}}$  enthalten, vergleiche Abschnitt 4. Die Größen  $\overset{\circ}{\mathbf{f}}_d$  und  ${}^v\dot{\mathbf{a}}$  werden für den Schätzer der Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  und das Pseudo Control Hedging benötigt. Dabei ist  $\overset{\circ}{\mathbf{f}}_d$  die unter Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkungen erreichbare geforderte Reifenlängskraftänderung.

Die zusätzlichen Stellgrößen zum Einstellen der durch  $\gamma$  vorgegebenen Lenkwinkeldifferenzen werden vom inversen Modell bestimmt.

Mit  $\mathbf{u}_{\text{red}} = \mathbf{f}_{\text{IM}}(\dots, \gamma, {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}})$  ergibt sich Gleichung (3.9) zu

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}(\gamma)\mathbf{u}_{\text{red}} = \mathbf{A}(\gamma)\mathbf{f}_{\text{IM}}(\dots, \gamma, {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}}). \quad (6.5)$$

Die Funktion  $\mathbf{f}_{\text{IM}}$  bestimmt  $\mathbf{u}_{\text{ref}}$  so, dass die Ruckanforderung  ${}^v\mathbf{r}_{\text{IM}}$  ungeachtet der Wahl von  $\gamma$  umgesetzt wird. Dies kann innerhalb der Gültigkeit des Entwurfsmodells und, sofern die  $\gamma$ -Wahl nicht zu einem Rangabfall der Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  führt, gewährleistet werden. Unter dieser Voraussetzung gilt für die Sensitivitätsmatrix

$$\mathbf{S}_{\overset{\circ}{\mathbf{a}}, \gamma} := \left. \frac{\partial \overset{\circ}{\mathbf{a}}}{\partial \gamma} \right|_{\omega, \delta, \mathbf{f}_z, {}^v\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{k}_{sx}, \mathbf{k}_{sy}, \dot{\mathbf{f}}_z, \ddot{\mathbf{y}}, \tau_{\text{fahrbahn}}, \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}, \mathbf{U}, {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}}} = \mathbf{0}.$$

Dies ist der Fall, da  $\gamma$  nicht direkt, sondern nur indirekt über das inverse Modell auf die Stellgrößen wirkt.

Nicht nur der Stellgrößenanteil  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$ , sondern auch möglicherweise weitere Anteile zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihre stabilen Betriebsbereiche, müssen in ihrer Wirkung auf die Fahrzeugbewegung beim Bestimmen geeigneter Stellgrößen berücksichtigt werden. Dies geschieht analog zur Berücksichtigung von  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$  und durch Anpassen der Matrix  $\mathbf{U}_\tau$ . Dadurch ist eine Rekonfiguration des inversen Modells im Falle eines Antriebs- beziehungsweise Bremsaktuatorsausfalls möglich. Analog kann das inverse Modell im Falle eines Lenkaktuatorsausfalls rekonfiguriert werden. Sofern lediglich zusätzliche Lenkwinkelraten zum Einstellen einer Lenkwinkeldifferenz gestellt werden, kann dieses  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$  ohne weitere Anpassung in Gleichung (4.17) eingehen.

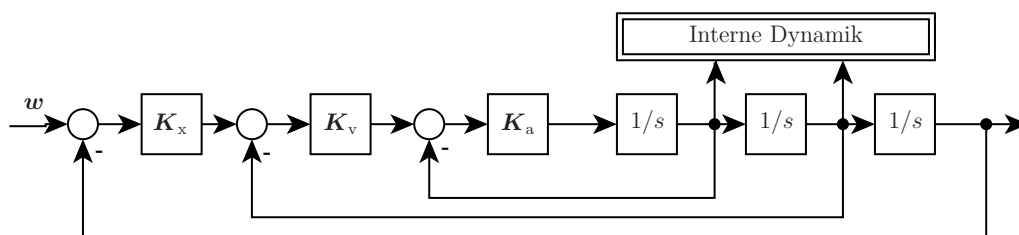
Das inverse Modell wird im Gesamtkontext der iFR gemäß abgetastet ausgewertet. So wird auch aus diesem Grund nur hinsichtlich des Zweispurmodells eine *exakte* Eingangs-Ausgangs-Linearisierung durchgeführt. Genanntes Zweispurmodell stellt aber eine Approximation der realen Strecke dar.

Wenn nicht anders erklärt, wird die iFR zur Vereinfachung der Argumentation vorliegend als kontinuierliches System betrachtet.

### 6.3 Das inverse Modell regelt in Simulationen ein Zweispurmodell

Das Manöver dieses Abschnitts, *Kurvenfahrt mit konstantem Radius, anschließend zusätzlich konstante Längsbeschleunigung*, zeigt vom inversen Modell bestimmte Stellgrößen, um eine Bewegungsanforderung umzusetzen. Es werden mit diesem Abschnitt drei Konfigurationen eingeführt. Simuliert wird das inverse Modell, das ein Fahrzeug nach

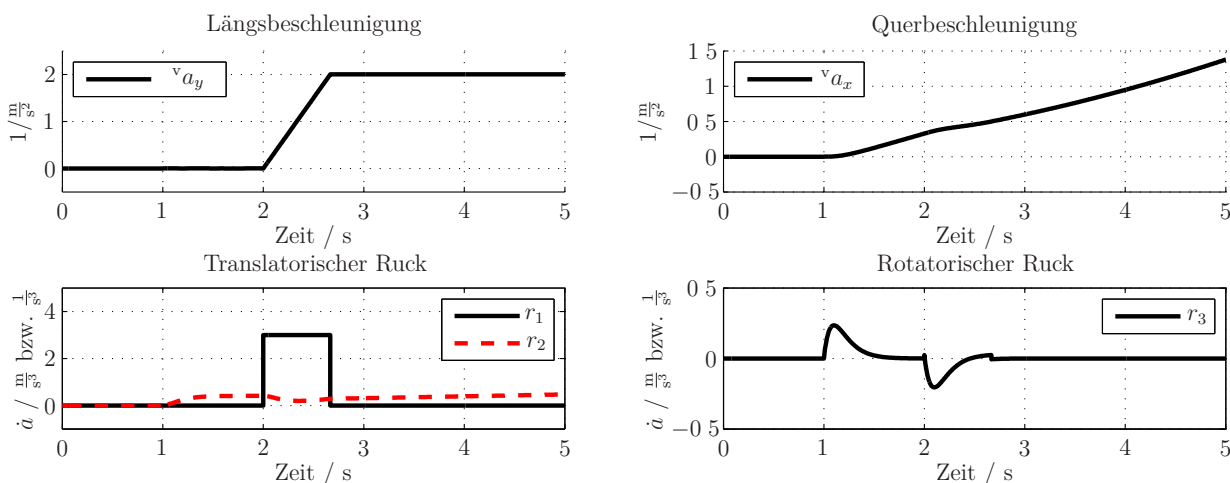
dem Zweispurmodell regelt. Alle Größen vom Zweispurmodell stehen dabei dem inversen Modell zur Verfügung. Die Simulationsergebnisse sollen ausschließlich zeigen, wie ein Zweispurmodell mit dem inversen Modell auf Basis des Entwurfsmodells geregelt werden kann. Andere Aspekte, wie beispielsweise der Einfluss der Abtastrate, die Schätzung der Zustandsgrößen oder die Wahl der Hilfsgrößen, besitzen daher in diesem Zusammenhang keine Bedeutung. Die Abbildung 6.2 stellt die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung dieses Abschnitts als Strukturbild dar. Durch diese wird ein Teil der Dynamik des Fahrzeugs unbeobachtbar und der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen lässt sich als Integratorketten darstellen, vergleiche Abbildung 6.3.



**Abbildung 6.3:** Nach Einführen des inversen Modells wird der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrößen linear. Gleichzeitig wird ein Teil der Dynamik des Fahrzeugs unbeobachtbar. Dieser Teil wird als *interne Dynamik* bezeichnet.

### Beschreibung des Manövers:

Das Fahrzeug fährt bei dem Manöver in eine Kurve mit konstantem Radius ein. Anschließend wird zusätzlich eine konstante Längsbeschleunigung des Fahrzeugs aufgebaut. Der Schwimmwinkel  $\beta$  soll, sofern die Konfiguration dies zulässt, verschwinden. Die Vorgaben der Längs- und der Querbewegung werden exakt umgesetzt. Die vorgegebenen und damit auch umgesetzten Verläufe der Längs- und der Querbewegung sind Abbildung 6.4 zu entnehmen. Die Bewegungsvorgabe



**Abbildung 6.4:** Verläufe der Längs- und Querbewegung beziehungsweise des Längs- und Quer-rucks für das in vorliegendem Abschnitt betrachtete Fahrmanöver.

ist beliebig und für einen Fahrversuch mit einem realen Fahrzeug sogar ungewöhnlich.

Dies ist dem Umstand geschuldet, dass die im Folgenden gezeigten Simulationen ausschließlich die Stellgrößenwahl durch das inverse Modell für drei unterschiedliche Fahrzeugkonfigurationen zeigen sollen. Während in den Simulationsergebnissen die Sinnhaftigkeit der Stellgrößenwahl sichtbar wird, tragen die Ergebnisse kaum eine andere Aussagekraft.

#### Fahrzeugkonfigurationen:

Folgende Fahrzeugkonfigurationen werden betrachtet:

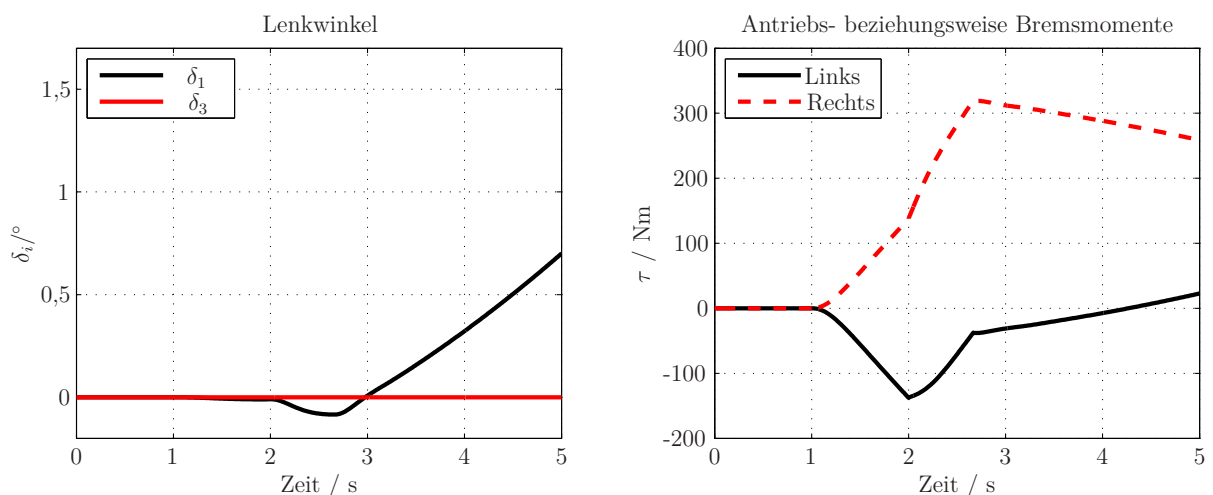
**Konfiguration 1:** Die Vorderachse bildet eine Ackermannlenkung ab. Die Hinterachse ist un gelenkt. Die Drehmomente sind seitenweise an Vorder- und Hinterachse gleich. Es kann ein Differenzmoment zwischen linker und rechter Seite gestellt werden.

**Konfiguration 2:** Die Vorderachse ist mit einer Ackermannlenkung ausgestattet, die Hinterachse ist nicht gelenkt. Alle vier Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente sind identisch. Es kann also kein Differenzmoment gestellt werden. Damit sind Quer- und Gierdynamik nicht entkoppelbar. Es erfolgt keine Vorgabe der Gierdynamik.

**Konfiguration 3:** Die vier Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente sind gleich. Das Fahrzeug verfügt über eine Vorderachse mit Ackermannlenkung und eine parallelgelenkte Hinterachse.

#### Simulationsergebnisse:

Die Abbildungen 6.5, 6.6 und 6.7 zeigen die Lenkwinkel- und Drehmomentverläufe für die drei Konfigurationen. Die damit verbundenen Ausnutzungsgrade der Kraftschluss-potentiale zeigen die Abbildungen 6.8, 6.9 und 6.10. Abbildung 6.11 zeigt das am Rad 1 gestellte Drehmoment, und das Drehmoment, das sich über  $\tau_{\text{fahrbahn},1}$  über diesen Reifen auf der Straße abstützt.



**Abbildung 6.5:** Lenkwinkel und Drehmomente für Konfiguration 1, zwei Drehmomente, eine gelenkte Achse.

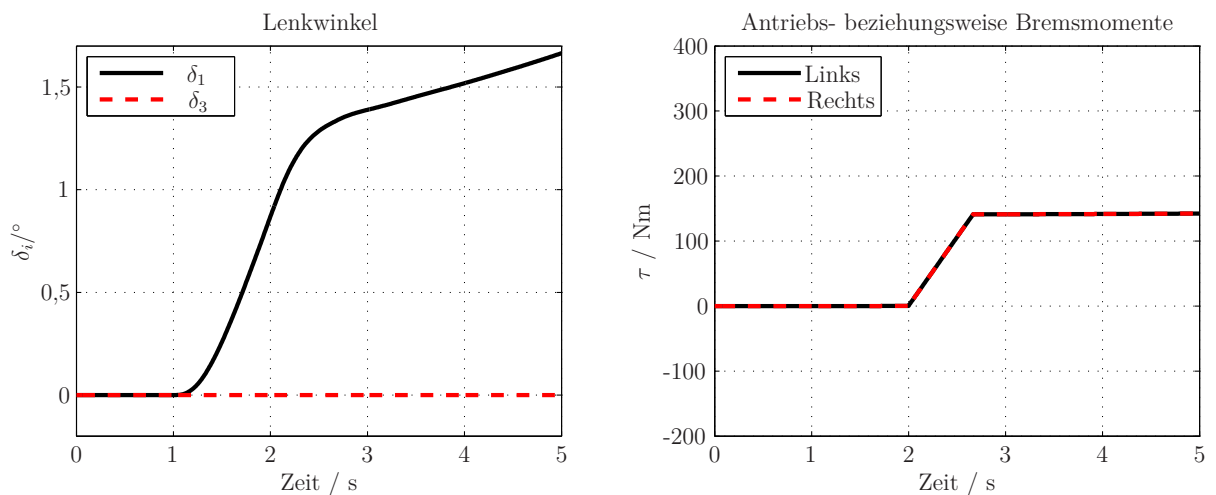


Abbildung 6.6: Lenkwinkel und Drehmomente für Konfiguration 2, zwei horizontale Freiheitsgrade.

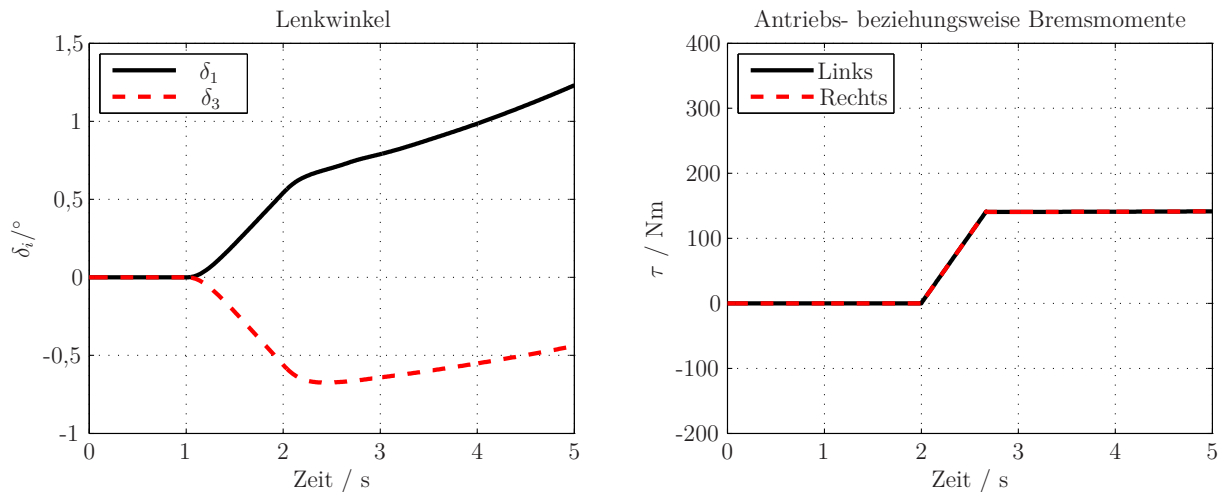


Abbildung 6.7: Lenkwinkel und Drehmomente für Konfiguration 3, gelenkte Hinterachse.

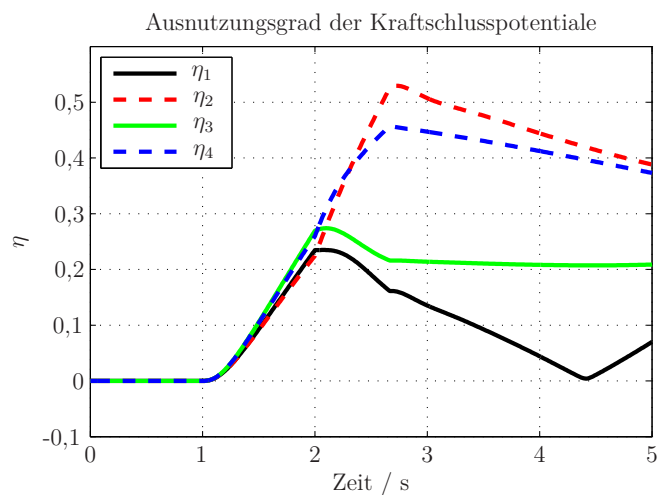
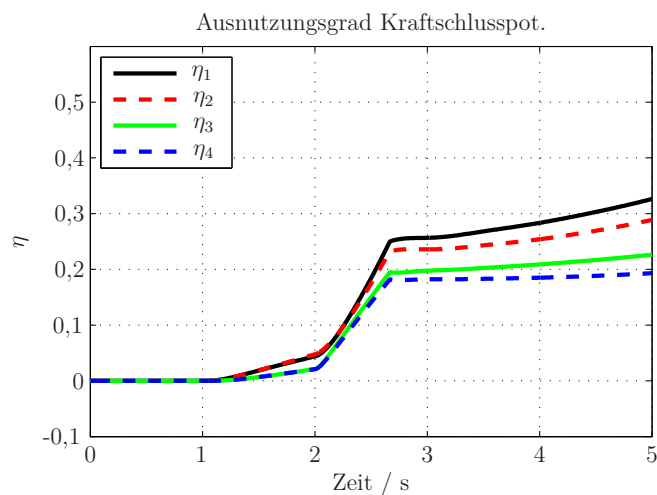
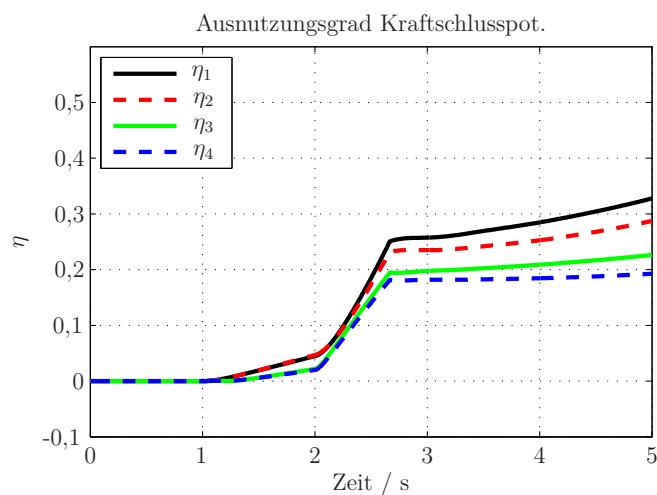


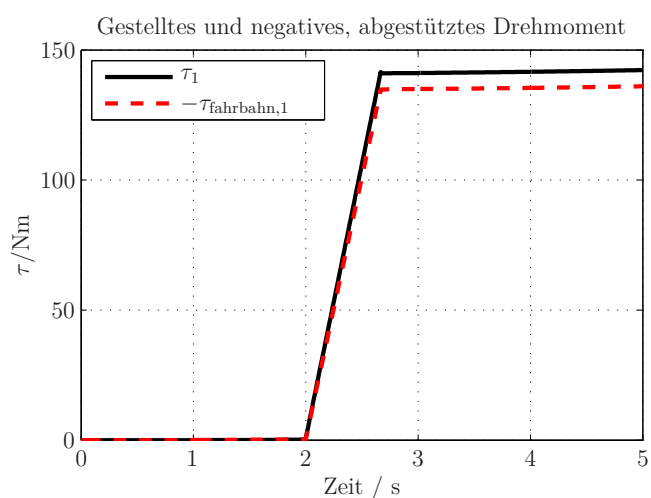
Abbildung 6.8: Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale  $\eta$  für Konfiguration 1, zwei Drehmomente, eine gelenkte Achse.



**Abbildung 6.9:** Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale  $\eta$  für Konfiguration 2, zwei horizontale Freiheitsgrade.



**Abbildung 6.10:** Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale  $\eta$  für Konfiguration 3, gelenkte Hinterachse.



**Abbildung 6.11:** Gestelltes und negatives Drehmoment, das sich auf der Straße abstützt. Das gestellte Drehmoment stützt sich qualitativ auf der Straße ab. Jedoch ist es mit  $-1$  skaliert und im Betrage für das gezeigte Experiment kleiner.

### Diskussion der Ergebnisse:

Für Konfiguration 1 ist über das Manöver  $\hat{\eta}_{\max} = 0,53$ . Die Vorgabe des verschwindenden Schwimmwinkels entspricht nicht dem Eigenlenkverhalten der Konfiguration. Die iFR nutzt Differenzmomente, um das Fahrzeug der Vorgabe folgen zu lassen. Es stellen sich daher größere  $\eta_i$  Unterschiede als bei Konfiguration 2 und 3 ein. Insgesamt wird ein großes Differenzmoment zwischen linker und rechter Seite kommandiert. Die Reifen werden relativ stark und unterschiedlich belastet. Dies ist hinsichtlich des maximalen Ausnutzungsgrades des Kraftschlusspotentials nicht wünschenswert. Der Lenkwinkelverlauf ist zwar plausibel, entspricht aber nicht der Intuition eines Autofahrers. Mit Konfiguration 2 kann  $\hat{\eta}_{\max} = 0,33$  erreicht werden. Das nicht Verschwinden des Schwimmwinkels entspricht der, für diese Konfiguration angepassten, Vorgabe. Die Gierdynamik entspricht dem Eigenlenkverhalten und so wird gegenüber Konfiguration 1 ein ca. 38% kleineres  $\hat{\eta}_{\max}$  erreicht.

Für Konfiguration 3 ergibt sich durch den Lenkeingriff an der Hinterachse zur Kontrolle des Schwimmwinkels  $\hat{\eta}_{\max}$  identisch zu Konfiguration 2. Damit können hinsichtlich des Minimierens der Ausnutzung der Kraftschlusspotentiale, also des sekundären Ziels vorliegender Arbeit, in dem betrachteten Manöver mit Konfiguration 2 und 3 gleiche Ergebnisse erzielt werden.

Zudem lassen die vom inversen Modell bestimmten Stellgrößen das Fahrzeug die Bewegungsanforderung für jede Konfiguration umsetzen. Es kann weiterhin festgehalten werden, dass die Stellgrößen für jede Konfiguration *plausibel* erscheinen.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Vorgabe einer beliebigen Gierdynamik durch das Stellen von Unterschieden in den Antriebs- und Bremsmomenten zu einer großen Beanspruchung der Kraftschlusspotentiale der Reifen führen kann. Um dies zu vermeiden, sollte entweder ein stellbarer Lenkwinkel an der Hinterachse zur Aufgabe einer beliebigen Gierdynamik genutzt oder die Referenzgierdynamik ähnlich zur unbeeinflussten Gierdynamik des geregelten Fahrzeugs gestaltet werden. Hinsichtlich des Minimierens des maximalen Ausnutzungsgrades der Kraftschlusspotentiale der Reifen sollen für eine Konfiguration, für die kein Lenkwinkel an der Hinterachse zusätzlich gestellt werden kann, die auftretenden Reifenquerkräfte bei der Drehmomentallokation berücksichtigt werden.

Weiterhin stützt sich, wie für das Manöver exemplarisch gezeigt, das gestellte Drehmoment niemals vollständig auf der Straße ab. Ein Teil des Drehmoments ist notwendig, um die Drehrate des Rades zu verändern und sie so der Änderung der Fahrzeuggeschwindigkeit, sofern vorhanden, anzupassen. Dies ist beim Entwurf des Drehmomentschätzers zu berücksichtigen.

## 6.4 Erwarteter Ruck unter Berücksichtigung der Beschränkungen

Der unter Stellgrößenbeschränkungen erreichbare Ruck  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{lim}}$  wird vom inversen Modell nach

$${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{lim}} = \overset{\circ}{\mathbf{f}}_{\mathbf{a}} \left( \mathbf{l} \left( \mathbf{A}(\gamma) \mathbf{f}_{\text{IM}} \left( {}^v\mathbf{r}_{\text{IM}} = \dot{\mathbf{a}}^*, \dots \right) \right) \right) \quad (6.6)$$

bestimmt. Dabei ist  $\mathbf{l}(\bar{\mathbf{u}})$  eine Funktion, die die Aktuatorbeschränkungen beschreibt und  $\dot{\hat{\mathbf{a}}}^*$  der unbeschränkte angeforderte relative Ruck aus dem Filter der Beschleunigungsvorgabe. Dieser Ruck wird im äußeren Regelkreis herangezogen, um die Ruckvorgabe entsprechend dem maximal erreichbaren Ruck zu beschränken.

Die Methode der Beschränkung der Vorgabe anhand der erreichbaren Bewegung ist dem Stand der Technik entnommen, vergleiche Abschnitt 2.4. Neuartig ist die Anwendung in dem konkreten Regelungskonzept dieser Arbeit, also die damit verbundene Anpassung des inversen Modells und des Filters der Bewegungsanforderung.

Damit das inverse Modell den erwarteten Ruck ermitteln kann, wurde die Funktion  $\mathbf{f}_a$ , vergleiche Abschnitt 4, beziehungsweise deren zeitliche Ableitung geeignet erweitert.

Die umsetzbaren Stellgrößen  $\bar{\mathbf{u}}_{\text{lim}}$  ergeben sich nach

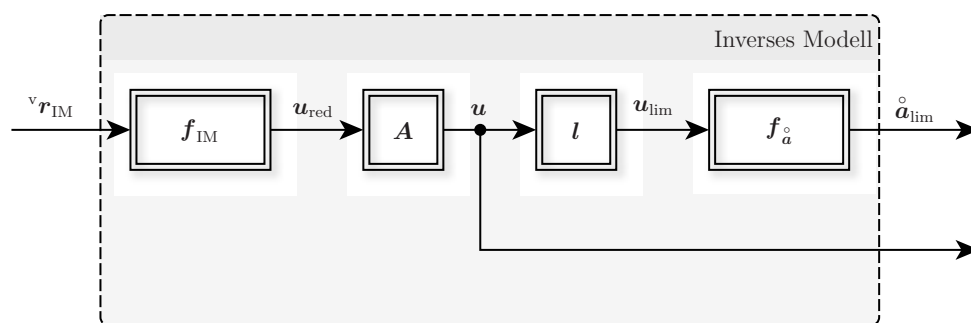
$$\bar{\mathbf{u}}_{\text{lim}} = \mathbf{l}(\bar{\mathbf{u}})$$

aus den vollständigen Stellgrößen  $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{A}(\gamma)\mathbf{f}_{\text{IM}}$ , die unter anderem mit dem inversen Modell bestimmt werden. In  $\mathbf{l}$  können gegebenenfalls auch weitere Größen eingehen, um die Beschränkungen genauer zu beschreiben.

Übersteigt der angeforderte Ruck im Betrag einer Komponente den erreichbaren, so verändert der Filter der Bewegungsanforderung in dieser Komponente die Referenzbeschleunigung im Rahmen des technisch oder physikalisch Möglichen.

Die Funktion  $\mathbf{l}$  beschränkt die Lenkwinkelraten und die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente mit zeitvarianten unteren und oberen Grenzen  $\bar{u}_{i,\min}(t)$  und  $\bar{u}_{i,\max}(t)$ :

$$\begin{aligned} l_i &= l_i(\bar{u}_i) \\ &= \min(\max(\bar{u}_i, \bar{u}_{i,\min}(t)), \bar{u}_{i,\max}(t)) \end{aligned}$$



**Abbildung 6.12:** Bestimmung des unter Aktuatorbeschränkungen erwarteten Rucks. Das inverse Modell beschränkt die Stellgrößen vom inversen Modell, die auch an das Fahrzeug kommandiert werden. Eine Vorwärtsvariante des Zweipurmodells ermittelt aus ihnen den erwarteten Ruck des Fahrzeugs. Diese wird an den Filter der Bewegungsanforderung zurückgegeben. In der Abbildung sind Funktionsargumente, wie zum Beispiel die Abhängigkeit  $\mathbf{A}$  von  $\gamma$ , nicht dargestellt.

Abbildung 6.12 zeigt die Bestimmung von  $\overset{\circ}{\mathbf{a}}_{\text{lim}}$  nach Gleichung (6.6) als Strukturbild.

## 6.5 Rekonfiguration des inversen Modells

Dieser Abschnitt zeigt in zwei simulierten Fahrversuchen, wie das inverse Modell rekonfiguriert wird. Das Experiment in Abschnitt 6.5.1 kompensiert den Ausfall eines Lenkaktuators durch Stellen eines zusätzlichen Lenkwinkels mit einem anderen Steller. In Abschnitt 6.5.2 gerät ein Reifen durch ein kurzfristiges Blockieren in seinen instabilen Betriebsbereich. Im inversen Modell wird eine Vorschrift zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihre jeweils stabilen Betriebsbereiche aktiv. Durch diese Rekonfigurierbarkeit wird Hypothese (H9) bestätigt.

### 6.5.1 Ausfall eines Lenkactuators

Der im Folgenden betrachtete Fahrversuch zeigt, wie das inverse Modell die Wirkung eines Lenkaktuorausfalls auf die Fahrzeugbeschleunigung durch weitere Stelleingriffe kompensiert.

#### Beschreibung des Manövers:

Bei diesem Fahrversuch fällt während einer Kurvenfahrt bei verschwindenden Schwimmwinkel,  $\beta = 0$ , verschwindender Längsbeschleunigung,  ${}^v a_x = 0$ , zum Zeitpunkt  $T_a = 2$  s und unter der Fahrzeuggeschwindigkeit  ${}^v v_x = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  der rechte vordere Lenkaktor aus. Der Lenkwinkel  $\delta_2$  kann dann nicht mehr verändert werden. Das Fahrzeug fährt zum Zeitpunkt  $t_s = 1$  s in eine Kurve mit konstantem Radius ein. Es geht zum Zeitpunkt  $t_e = 3$  s wieder in eine Geradeausfahrt über. Über das gesamte Manöver hält das Fahrzeug seine longitudinale Geschwindigkeit,  ${}^v \dot{a}_x = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Die lenkbare Hinterachse wird genutzt, um den Schwimmwinkel  $\beta$  über das Manöver gleich Null zu halten,  $\beta = 0$  rad,  $\forall t$ . Die Fahrzeugkonfiguration entspricht der bereits eingeführten Konfiguration  $a$ .

#### Simulationsergebnisse:

Die Abbildung 6.14 zeigt die zeitlichen Verläufe der Lenkwinkel und der Antriebsmomente auf linker und rechter Seite des Fahrzeugs. In Abbildung 6.13 ist der Verlauf der Fahrzeugquerbeschleunigung dargestellt. Die Querkraft an dem ab dem Zeitpunkt  $T_a$  nicht mehr lenkbaren vorderen rechten Reifen wird durch eine Querkraft an dem Reifen vorne links kompensiert.

Die iFR wird mit dem Aktuorausfall rekonfiguriert. Die Matrix  $\mathbf{A}_{\delta,a}$  aus Gleichung (5.8) verändert sich mit der Rekonfiguration zu

$$\mathbf{A}_{\delta,t \geq 2 \text{ s}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Quer- und Gierdynamik bleiben trotz des Aktuorausfalls entkoppelt, da das Fahrzeug nach wie vor eine, im Rahmen des physikalisch Möglichen, beliebige Querkraft an der Vorderachse erreichen kann.



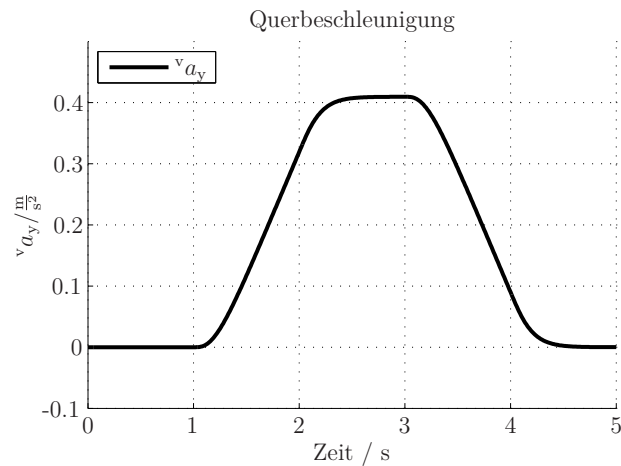


Abbildung 6.13: Querbeschleunigung für das Fahrmanöver, bei dem ein Lenkaktuator ausfällt und die iFR rekonfiguriert.

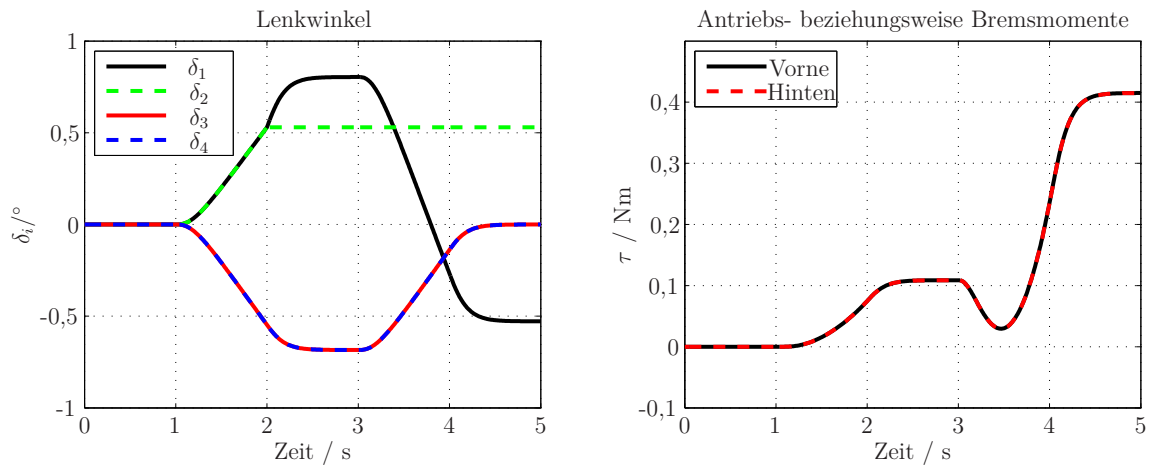


Abbildung 6.14: Links im Bild ist der Lenkwinkelverlauf, rechts der Drehmomentenverlauf über das Manöver dargestellt. Zum Zeitpunkt  $T_a = 2$  s fällt der rechte, vordere Lenkwinkelsteller aus. Die iFR rekonfiguriert und kompensiert den Ausfall durch Stellen eines zusätzlichen Lenkwinkels vorne links. Rechts im Bild ist der Verlauf der Antriebsmomente an den Rädern der linken und rechten Fahrzeugseite dargestellt. Da das Fahrzeug auch in der Kurve seine Längsgeschwindigkeit nicht ändern soll, kommandiert der Regler Drehmomente, um dies zu erreichen.

Die Simulation ist mit dem invertierten Zweispurmodell durchgeführt. Es besitzt im Gegensatz zum inversen Modell eigene Zustandsgrößen.

### Diskussion der Ergebnisse:

Voraussetzung für die Rekonfiguration ist das Feststellen eines Aktuatorausfalls und das zur Verfügung stellen dieser Information dem inversen Modell. Zweites geschieht durch Anpassen der Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  beziehungsweise  $\mathbf{A}$ . Durch die gewählte Gestalt des inversen Modells kann diese aber von außen dem inversen Modell zugeführt werden. Dann werden, wie die Simulation andeutet, Stellgrößen ermittelt, die die Bewegungsanforderung weiterhin umsetzen lassen. Dies ist möglich, da das geregelte Fahrzeug überaktuiert ist.

### 6.5.2 Integration vorhandener Regelungssysteme, wie z. B. ABS

Während des Eingriffs eines Regelungssystems, wie ABS, das Teil der iFR sein oder von ihr in seiner Wirkung auf die Fahrzeugbeschleunigung berücksichtigt werden soll, wird dessen Wirkung auf den Fahrzeugguck durch geeignetes Anpassen der Größe  $\tilde{\mathbf{b}}$  in Gleichung (4.17) vom inversen Modell berücksichtigt. Zudem wird das inverse Modell rekonfiguriert, da durch den zu berücksichtigenden Eingriff mindestens ein Aktuator nicht mehr zur Umsetzung der Bewegungsanforderung zur Verfügung steht.

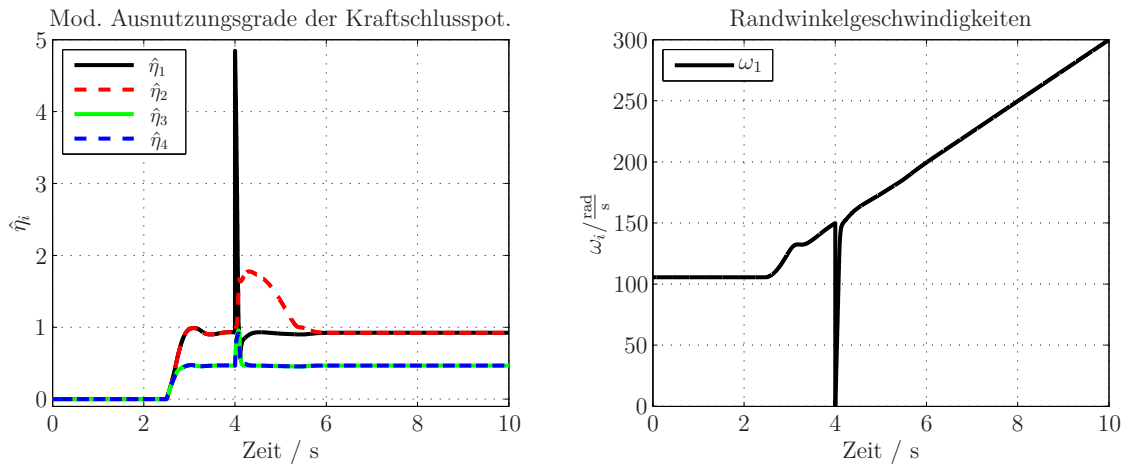
#### Beschreibung des Manövers:

Das an dieser Stelle diskutierte Experiment zeigt, wie ein in seinen instabilen Betriebsbereich geratener Reifen in den stabilen zurückgeführt wird. Dafür schaltet das inverse Modell für diesen Reifen zu einer Stabilisierungsvorschrift, die zum Beispiel aus einem ABS stammen kann. Konkret wird in diesem Beispiel kein Drehmoment an dem *instabilen* Reifen gestellt, bis sich dieser wieder in seinem stabilen Betriebsbereich befindet. Weiterhin wird in dieser Simulation sein Verlassen des stabilen Betriebsbereichs ohne Zeitverzug und exakt erkannt. Diese Erkennung ist in heutigen Straßenfahrzeugen unter anderem in ABS-Steuergeräten implementiert. Die iFR kann auf sie zurückgreifen. Der Fahrversuch wird mit der Fahrzeugkonfiguration 3, siehe Abschnitt 6.3, als Strecke simuliert. Das Fahrzeug soll zum Zeitpunkt  $t_1 = 2,5$  s, wie in Abbildung 6.17 dargestellt, in Längsrichtung beschleunigen. Die Querbeschleunigung soll verschwinden und ist ebenfalls in der Abbildung gezeigt. Zum Zeitpunkt  $t_2 = 4$  s blockiert das vordere, linke Rad und die Abrollwinkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  springt zu Null (Anmerkung: Dies ist physikalisch nicht, sondern nur in der Simulation ohne Zeitverzug, möglich.). Damit springt der Reifen in seinen instabilen Betriebsbereich. Ein Ereignis exakt dieser Art ist in der Realität nicht möglich. Jedoch können Reifen, beispielsweise mit einem Sprung in dem Reibbeiwert zwischen Reifen und Straße, schlagartig in den instabilen Betriebsbereich geraten. Diese Simulation illustriert, wie die iFR den Reifen nach dem Sprung in seinen stabilen Betriebsbereich zurückführt und hat damit nicht den Anspruch, eine realistische Ursache für diesen Übergang heranzuziehen.

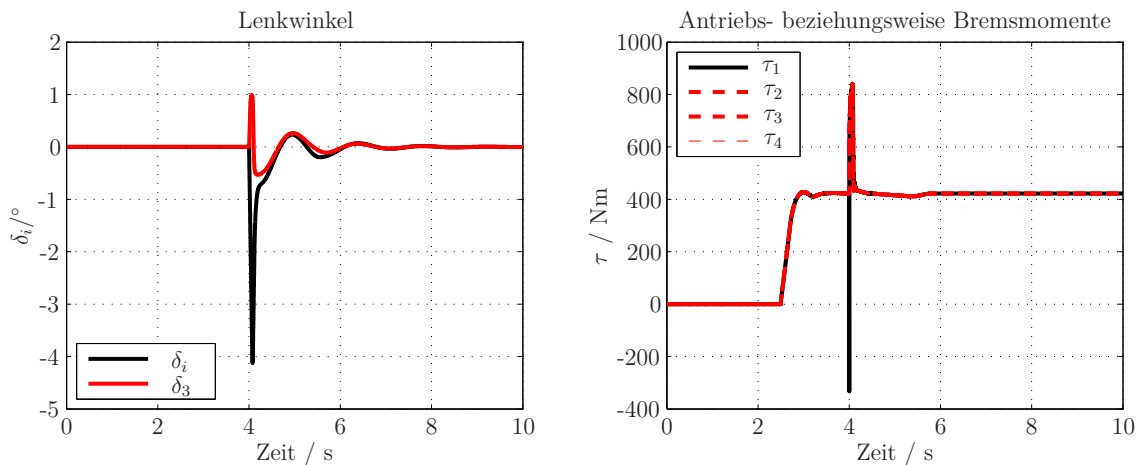
Auch ist die angewendete Stabilisierungsvorschrift nicht ausreichend für den realen Einsatz. Ebenso ermitteln reale Reibbeiwertschätzer diese Größen nicht in der vorliegend angenommenen Güte. Da die iFR aber in derartigen Situationen auf den Stand der Technik zurückgreift, muss lediglich dieser im inversen Modell implementiert werden beziehungsweise ein separat implementierter Regler zur Stabilisierung dem inversen Modell den Stelleingriff kommunizieren. Auch diese Einschränkungen sind im Zusammenhang der Simulation dieses Abschnitts zulässig, da er aufzeigt, dass derartige Systeme integriert werden können, nicht aber wie diese Systeme arbeiten.

#### Simulationsergebnisse:

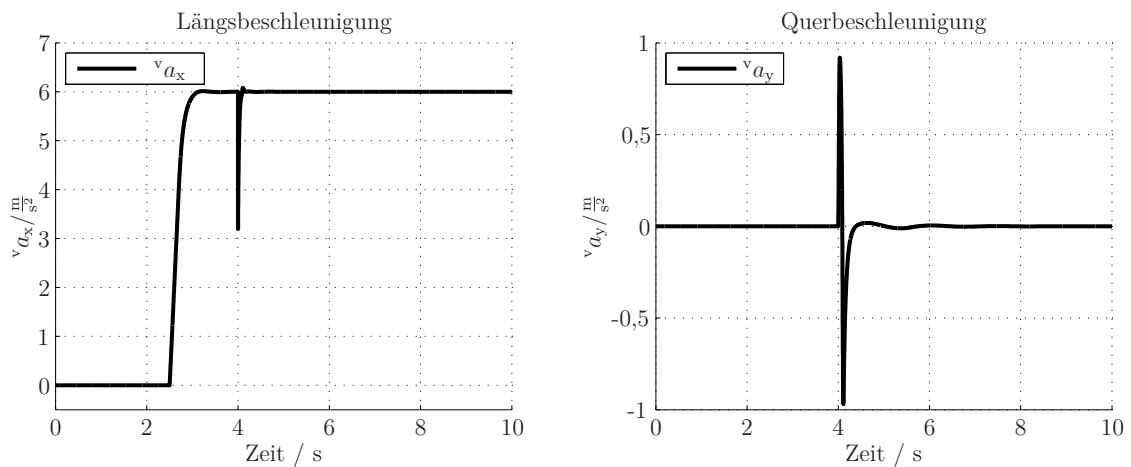
Abbildung 6.15 zeigt die vier modifizierten Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale der Reifen  $\hat{\eta}_i$  und die Abrollwinkelgeschwindigkeit des linken, vorderen Reifens. Darin ist zum einen der Drehgeschwindigkeitssprung wie auch das instabil werden des genannten Reifens zu erkennen. Das betrachtete Fahrmanöver wurde definiert, um diese



**Abbildung 6.15:** Die Abbildung zeigt die vier Kenngrößen  $\hat{\eta}_i$  und die Winkelgeschwindigkeit des linken, vorderen Rades  $\omega_1$ . Durch einen Sprung von  $\omega_i$  zum Zeitpunkt  $t_2 = 4$  s gerät der erste Reifen in seinen instabilen Betriebsbereich. Die Kenngröße  $\hat{\eta}_1$  springt damit auf einen Wert größer als eins.



**Abbildung 6.16:** Gestellte Lenkwinkel und Drehmomente. Das Fahrzeug soll in dem diskutierten Fahrmanöver ab dem Zeitpunkt  $t_2 = 3$  s mit einer konstanten Längsbeschleunigung beschleunigen. Da zum Zeitpunkt  $t_2 = 4$  s das linke, vordere Rad kurzfristig blockiert, kompensieren die Stelleingriffe den entstehenden Fehler in der Umsetzung der Bewegungsanforderung. Durch sie wird der instabil gewordene Reifen auch in seinen stabilen Betriebsbereich zurückgeführt.



**Abbildung 6.17:** Erreichte Längs- und Querbeschleunigung für das Experiment. Das Fahrzeug soll mit einer Längsbeschleunigung beschleunigen. Zum Zeitpunkt  $t_2 = 4$  s gerät der linke vordere Reifen in seinen instabilen Betriebsbereich. Die iFR stabilisiert diesen und strebt eine Kompensation des Fehlers in der Umsetzung der Bewegungsanforderung durch zusätzliche Stelleingriffe an.

Rekonfiguration des inversen Modells zu demonstrieren. Die Vorgabe und alle anderen Aspekte der Simulation sind daher auch in diesem Fall arbiträr. Abbildung 6.16 zeigt die an Vorder- und Hinterachse gestellten Lenkwinkel sowie die vier gestellten Drehmomente.

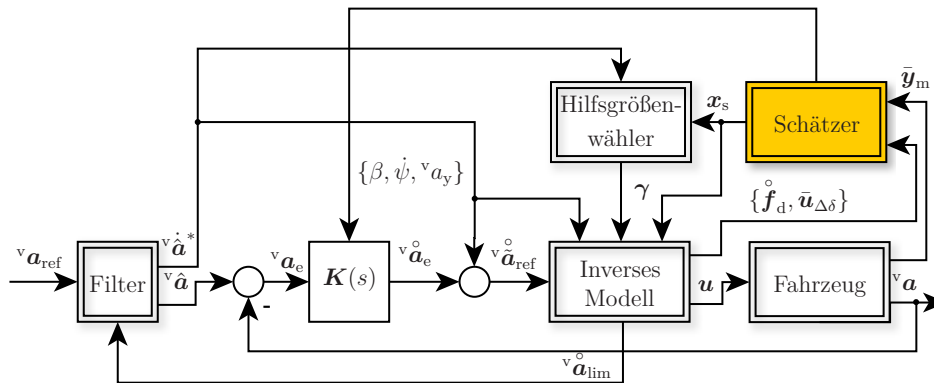
### Diskussion der Ergebnisse:

Die Simulation zeigt, wie die integrierte Fahrdynamikregelung trotz eines Störgriffs an einem Rad, der nicht der Umsetzung der Bewegungsanforderung dient, die Anforderung dennoch umsetzen lässt. Dies ist für die Integration der iFR in einem realen Fahrzeug wichtig, da die erprobten Regelungssysteme des Stands der Technik weiter benötigt werden und im Fahrzeug verbaut werden sollen.

## 7 Bestimmung der Eingangsgrößen des inversen Modells

Vom inversen Modell werden die Schätzgrößen  $\mathbf{x}_s$ , die Ruckanforderung  $\overset{\circ}{v}\hat{\mathbf{a}}$  und die Hilfsgrößen  $\gamma$  herangezogen. Dieser Abschnitt erläutert die Bestimmung dieser Größen.

### 7.1 Schätzer



**Abbildung 7.1:** Gesamtregelkreis aus iFR und geregeltm Fahrzeug. Darin ist die im aktuellen Abschnitt eingeführte Komponente farblich hervorgehoben.

Der Schätzer, vergleiche Abbildung 7.1, stellt die Schätzgrößen

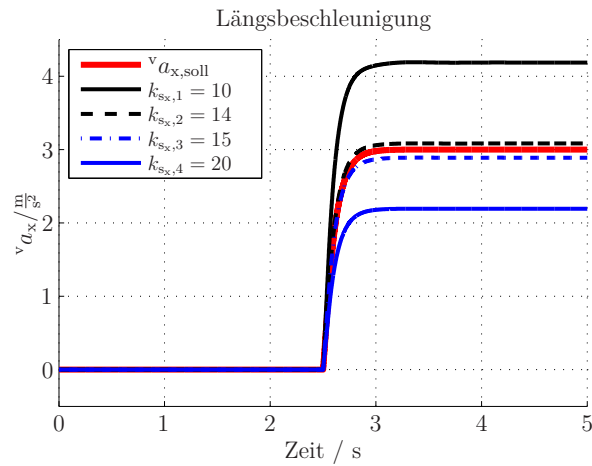
$$\mathbf{x}_s := \left( \omega_s, \delta_s, \mathbf{f}_{z,s}, \dot{\mathbf{f}}_{z,s}, \overset{v}{\mathbf{y}}_s, \mathbf{k}_{s_{x,s}}, \mathbf{k}_{s_{y,s}}, \dot{\mathbf{y}}_s, \tau_{\text{fahrbahn},s}, \bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}, \beta_s \right)^T$$

bereit. Ihm stehen die Messgrößen

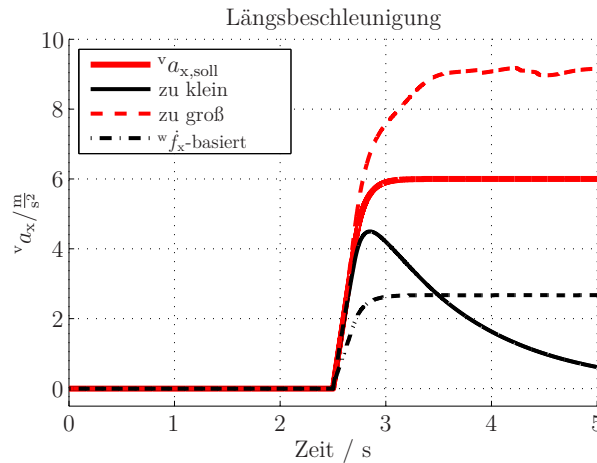
$$\bar{\mathbf{y}}_m = \left( \omega_m, \delta_m, \mathbf{f}_{z,m}, \dot{\mathbf{f}}_{z,m}, \overset{v}{\mathbf{y}}_m, \overset{v}{\dot{\mathbf{y}}}_m, \mathbf{k}_{s_{x,m}}, \mathbf{k}_{s_{y,m}}, \beta \right)^T,$$

zur Verfügung, vergleiche Hypothese (H7).

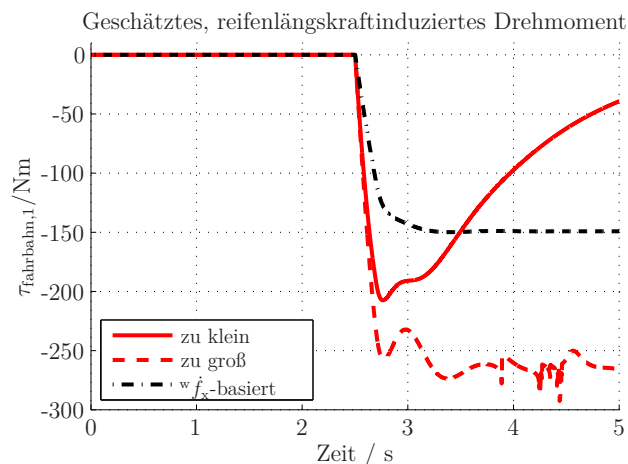
Da der Gesamtregelkreis für die Simulation in dieser Arbeit als Abtastsystem mit der Abtastfrequenz  $f_a := \frac{1}{T_a} = \frac{1}{12}$  kHz implementiert ist, werden vom Schätzer



**Abbildung 7.2:** Soll- und Ist-Beschleunigung für das gesteuerte Fahrzeug mit unterschiedlich und konstant angenommenen Längsschlupfsteifigkeiten. Je kleiner die Schräglaufsteifigkeit angenommen wird, um so größer wird eine Abrollwinkelbeschleunigung vom inversen Modell gefordert. Damit wird ein größeres Antriebsmoment gefordert und die Reifenlängskraftänderung ist größer.



**Abbildung 7.3:** Verlauf der Soll- und Ist-Beschleunigung für zu groß, zu klein und stabil aber falsch geschätztes  $\tau_{\text{fahrbahn},s}$ . Während die Fahrzeuglängsbeschleunigung auf Grund der beschränkten Reifenkennfelder selbst beschränkt ist, muss dies für das geschätzte und auch gestellte Drehmoment nicht gelten.



**Abbildung 7.4:** Zeitliche Verläufe der geschätzten Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn},1}$  jeweils durch einen Schätzfehler zu groß, zu klein und durch den Ansatz aus dieser Arbeit geschätzt. Das zu groß geschätzte Drehmoment bleibt in diesem Fall stabil, da die geschätzte Längsschlupfsteifigkeit mit Überschreiten des Reifenkraftmaximums ihr Vorzeichen ändert.

mittels Tiefpassfilterung alle Frequenzen oberhalb der Nyquist-Frequenz, siehe auch [Kammeyer, 2013], aus den Messgrößen entfernt. Dazu ist ein *Butterworth*-Filter, bestehend aus 31 unabhängigen Einzelfiltern implementiert [Butterworth u a., 1930]. Diese Filter sind im Bildbereich mit

$$\left( \boldsymbol{\omega}_m, \boldsymbol{\delta}_m, \mathbf{f}_{z,m}, \dot{\mathbf{f}}_{z,m}, {}^v\dot{\mathbf{y}}_m, {}^v\ddot{\mathbf{y}}_m, \mathbf{k}_{s_{x,m}}, \mathbf{k}_{s_{y,m}}, \boldsymbol{\beta} \right)^T (s) = \left( \frac{1}{2T_a + 1} \right)^6 \mathbf{E}_{31 \times 31} \mathbf{Y}_m(s).$$

gewählt.

Die Größen  $\overset{\circ}{\mathbf{f}}_d$  und  $\bar{\mathbf{u}}_{\Delta\delta}$  werden dem Schätzer vom inversen Modell zur Verfügung gestellt.

#### Schätzer der reifenlängskraftinduzierten Drehmomente:

Die geeignete Schätzung der reifenlängskraftinduzierten Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn},s}$  besitzt besondere Bedeutung. Sie werden vorliegend unter Verwendung der vom inversen Modell kommandierten Reifenlängskraftänderungen  ${}^w_i f_{x,i}$  durch Lösen der autonomen Differenzialgleichung

$$\dot{\tau}_{\text{fahrbahn},s,i} = -r_{\text{reifen},i} {}^w_i \dot{f}_{x,\text{ref},i}$$

bestimmt [Köppern, 2012]. Dabei bezeichnet  $\tau_{\text{fahrbahn},s,i}$  das am  $i$ -ten Rad wirkende, geschätzte Drehmoment. Dieser Schätzwert wird zu jedem Abtastschritt und vor seiner Weitergabe an das inverse Modell auf das Drehmoment  $-\mathbf{u}_{\tau,m}$  beschränkt. Diese Größe kann im Vorfeld mit einer geeigneten Zeitkonstante zeitlich verzögert werden, um die Einlaufzeit der Reifenkraft zu approximieren.

Da das inverse Modell mit

$$\bar{\mathbf{u}}_{\tau,i} = \Theta_{i,i} \dot{\omega}_{\text{ref},i} - \tau_{\text{fahrbahn},i}$$

die Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  heranzieht, um aus einer zunächst ermittelten Referenz-Abrollwinkelgeschwindigkeitsänderung die zu stellenden Drehmomente  $\bar{\mathbf{u}}_{\tau}$  zu bestimmen, beeinflusst ein permanent um einen Faktor zu groß oder zu klein geschätztes  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  die Umsetzung der Bewegungsanforderung.

Die Auswirkung eines ständig um einen konstanten Faktor zu großem oder zu kleinem  $\tau_{\text{fahrbahn},s,i}$  illustriert das folgende Beispiel.

#### Beschreibung des Manövers:

Das Fahrzeug soll ausschließlich eine zumindest zeitweise von 0 verschiedene Längsbeschleunigung umsetzen. Das Experiment wird mit geöffnetem äußeren Regelkreis durchgeführt. Die Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn}}$  werden um einen konstanten Faktor zu groß oder zu klein beziehungsweise quantitativ ebenfalls falsch, jedoch über die geforderte Reifenlängskraftänderungsrate geschätzt. Dieser gezielte eingeführte Schätzfehler soll verdeutlichen, wie sich dieser auf die Fahrzeugbeschleunigung auswirkt.

#### Simulationsergebnisse:

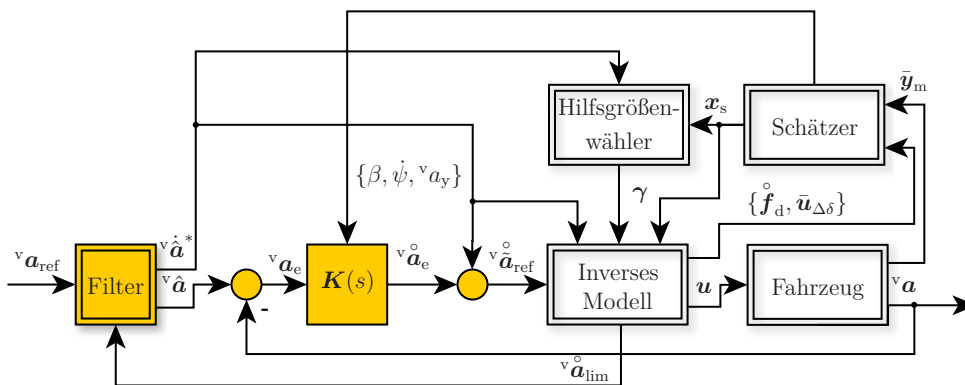
Die Abbildung 7.3 und 7.4 zeigen die sich einstellende Längsbeschleunigung und die

geschätzten Drehmomente.

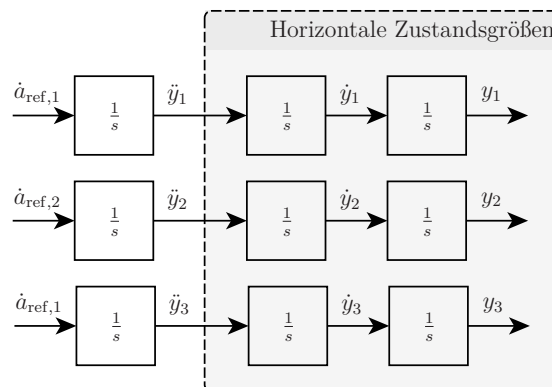
**Diskussion der Ergebnisse:**

Die Simulation zeigt die negative Wirkung falsch geschätzter Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  auf die Umsetzung der Bewegungsanforderung und illustriert damit die Relevanz ihrer Schätzung. Aus diesem Grund versucht vorliegende Arbeit genannte Drehmomente nicht möglichst exakt, sondern derart zu schätzen, dass in dieser Hinsicht die Stabilität der Steuerung durch das inverse Modell gewährleistet werden kann.

**7.2 Äußerer Regelkreis und Filterung der Bewegungsanforderung**



**Abbildung 7.5:** Gesamtregelkreis aus iFR und geregeltm Fahrzeug. Darin ist die im aktuellen Abschnitt eingeführte Komponente farblich hervorgehoben.



**Abbildung 7.6:** Integratorketten zwischen Referenzgröße  $\dot{a}_{\text{ref}}$  und Ausgang  $y$  nach Einführen des inversen Modells.

Ein äußerer Regelkreis, vergleiche Abbildung 7.5, bestimmt die Ruckanforderung unter Rückführung der gemessenen Fahrzeugbeschleunigung und unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen, siehe Hypothese (H3). Der geforderte relative Ruck  $\overset{\circ}{v} \overset{\circ}{a}_{\text{ref}}$  ergibt sich als die Summe aus der relativen zeitlichen Ableitung der Beschleunigungsvorgabe  $\overset{\circ}{v} \overset{\circ}{a}^*$  und einem Term  $\overset{\circ}{v} \overset{\circ}{a}_e$  aus einem linearen Regelgesetzes, in das die

Differenz aus Soll- und Ist-Beschleunigung eingehet:

$${}^v\overset{\circ}{\hat{\mathbf{a}}}_{\text{ref}} := {}^v\dot{\hat{\mathbf{a}}}^* + {}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_e. \quad (7.1)$$

Bewegungsvorgabe auf Beschleunigungsebene ist die einfach nach der Zeit differenzierbare vektorwertige Größe  ${}^v\hat{\mathbf{a}}$ . Ruckvorgabe für das inverse Modell ist der mit Gleichung (7.1) eingeführte Ruck  ${}^v\dot{\hat{\mathbf{a}}}_{\text{ref}}$ .

Die Soll-Beschleunigung  ${}^v\hat{\mathbf{a}}$  wird mit der gemessenen Beschleunigung  ${}^v\mathbf{a}$  verglichen. Im Rahmen dieser Arbeit ist ein P-Regler in der Beschleunigungsrückführung implementiert. Diese einfachste Form der Ausgangsrückführung kann gewählt werden, da sich durch die Eingangs-Ausgangs-Linearisierung die Zusammenhänge zwischen den virtuellen Eingangsgrößen  ${}^v\overset{\circ}{\hat{\mathbf{a}}}_{\text{ref}}$  und den Ausgangsgrößen  ${}^v\mathbf{a}$  als entkoppelte Integratorketten ergeben, vergleiche Abbildung 7.6 und Anhang F. Damit wird der Fehler komponentenweise, im fahrzeugfesten Koordinatensystem dargestellt, mit den Verstärkungen  $k_{P,i}$  gewichtet.

Der Regelkreis dieses Abschnitts führt weder die ebene Fahrzeuggeschwindigkeit noch die -position zurück, da dies nach Abschnitt 1 durch den Fahrer geschehen soll.

Nun ist die Anforderung  ${}^v\hat{\mathbf{a}}$  durch die in Abschnitt 7.2 beschriebene Filterung zeitlich differenzierbar. Deren relative zeitliche Ableitung ohne Berücksichtigung des umsetzbaren Rucks  ${}^v\dot{\hat{\mathbf{a}}}^*$  ist auch eine Ausgangsgröße des Filters.

Die Rückführung

$${}^v\overset{\circ}{\hat{\mathbf{a}}}_{\text{ref}} := \text{diag}(\mathbf{k}_P) ({}^v\hat{\mathbf{a}} - {}^v\mathbf{a}) + {}^v\dot{\hat{\mathbf{a}}}^*. \quad (7.2)$$

stellt die einfachst mögliche Regelung mit Vorsteuerung für ein System dar, dessen beobachtbarer Teil durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung zu einem System aus Integratorketten transformiert wurde.

Eine rein proportionale Rückführung lässt möglicherweise stationäre Genauigkeit erreichen, da die Übertragung von  $\hat{\mathbf{a}}$  auf  $\mathbf{a}$  integrierendes Verhalten aufweist. Zusätzlich zu dieser zeitlichen Integration beinhaltet auch der in Abschnitt 7.1 beschriebene Schätzer ein Integratorglied, das das inverse Modell auch dann ein Drehmoment stellen ließe, wenn eine vorgegebene Beschleunigung exakt umgesetzt werde.

Das Regelungsgesetz des äußeren Regelkreises kann durch Methoden der robusten Regelung ausgelegt werden, um den gesamten Regelkreis auch bei Abweichungen des Entwurfsmodells gegenüber dem realen Fahrzeug stabil zu halten. Die Diplomarbeit [Köppern, 2008] gibt drei Methoden der robusten Regelung aus der Literatur wieder.

Da die Vorgabe  $\hat{\mathbf{a}}$  einfach zeitlich differenzierbar ist, folgt die ebene Fahrzeugbeschleunigung, sofern das invertierte Fahrzeugmodell identisch der Strecke entspricht. Damit hat in diesem Fall  ${}^v\overset{\circ}{\mathbf{a}}_e$  keinen Anteil an der Ruckvorgabe.

Ist das Fahrzeugmodell der Strecke und des inversen Modells nicht identisch, so stellt sich auch nicht exaktes Folgeverhalten ein. Die Folgefehler werden dann durch den äußeren Regelkreis durch eine zusätzliche Ruckanforderung ausgeglichen. Referenzbeschleunigung für den äußeren Regelkreis ist ebenfalls  $\hat{\mathbf{a}}$ . Damit wird durch  $\mathbf{K}(s)$  die Dynamik, mit dem der Folgefehler kompensiert wird, festgelegt. Die Dynamik der Filterung der Bewegungsanforderung wird dabei aber nicht verändert.



Damit entstehen durch die Festlegung der Dynamik des Anforderungsfilters und die des geschlossenen Regelkreises zwei Freiheitsgrade für die Auslegung. Dennoch resultiert dieses Vorgehen nicht in ein System mit zwei Freiheitsgraden nach [Kreisselmeier, 1999], da der äußere Regelkreis um inverses Modell und Fahrzeug geschlossen wird. Diese Struktur bietet Vorteile: es wird dabei kein lokaler Regelkreis auf Ebene der Reifenkräfte, der Reifenkraftänderungen, der Abrollwinkelgeschwindigkeiten oder anderer lokaler Größen, die ein inverses Modell zur Vorsteuerung bestimmen könnte, geschlossen. Dies ist vorteilhaft, da diese Größen nicht messbar, nicht entkoppelt oder für die Fahrzeugbewegung nur indirekt relevant sind. Neben möglicherweise vorhandenen Kopplungen berücksichtigt das inverse Modell bei der Bestimmung der Stellgrößen auch die gesamte Fahrdynamik. So greift kein lokaler Regler in die Fahrzeugbewegung ein, ohne dass dieser Eingriff in seiner Wirkung auf die Schwerpunktbeschleunigung in den anderen Stellgrößen Berücksichtigung fände.

Anhang J erklärt am Beispiel des Eingrößensystems, dass der in [Bajcinca und Bünte, 2005] vorgeschlagene *Q-Filter* äquivalent zu dem gewählten Regler ist. Der Anhang zeigt auch, dass die Wahl von  $\mathbf{K}$  mit dem Q-Filter intransparent wäre.

**Gierratenregelung:** Für diese Arbeit soll der Schwimmwinkel  $\beta$  ausgeregelt werden. Der gewählte Ansatz kann aber modifiziert werden, um den Schwimmwinkel des Fahrzeugs einen Referenzschwimmwinkel folgen zu lassen. Um eine Gierbeschleunigung vorzusteuern, die keine Schwimmwinkel entstehen lässt, wird im Folgenden die dafür geeignete Referenzgierrate abhängig von der Fahrzeuggeschwindigkeit und der Querbeschleunigung ermittelt:

Die Querbeschleunigung  ${}^v a_y$  auf Kreisfahrt mit konstantem Radius  $R$  ist mit der Geschwindigkeit  $v$  und der Winkelgeschwindigkeit der Kreisfahrt  $\dot{\psi}$

$${}^v a_y = \frac{v^2}{R} = \dot{\psi}^2 R. \quad (7.3)$$

Nach Gleichung (7.3) kann eine Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\psi}_{\text{ref}}$  zu

$$\dot{\psi}_{\text{ref}} = \frac{{}^v a_y}{v}$$

bestimmt werden, sodass mit dieser Gierrate  $\dot{\beta} = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  erreicht wird, sofern diese ständig eingesteuert werden könnte.

Mit den Verstärkungen  $k_{\dot{\psi}}$ ,  $k_{\ddot{\psi}}$  und  $k_{\beta}$  kann ein geeigneter Referenzgierruck zu

$$\overset{(3)}{\psi}_{\text{ref}} = k_{\dot{\psi}} (\dot{\psi}_{\text{ref}} - \dot{\psi}) + k_{\ddot{\psi}} (0 - \ddot{\psi}) + k_{\beta} \beta$$

bestimmt werden. Die eingeführten Reglerparameter  $k_{\dot{\psi}}$ ,  $k_{\ddot{\psi}}$  und  $k_{\beta} < 0$  sind geeignet zu wählen.

Der Schwimmwinkel ist messtechnisch nur aufwendig erfassbar. So schlägt die Literatur Ansätze zur Schwimmwinkelschätzung vor. Zum Beispiel zieht [Nam et al., 2012] dafür Reifenquerkräfte heran.

**Beispiel für die Wirkung der Beschleunigungsrückführung:** Die Wirkung der Verstärkung der Längsbeschleunigungsrückführung illustriert eine Simulation.

### Beschreibung des Manövers:

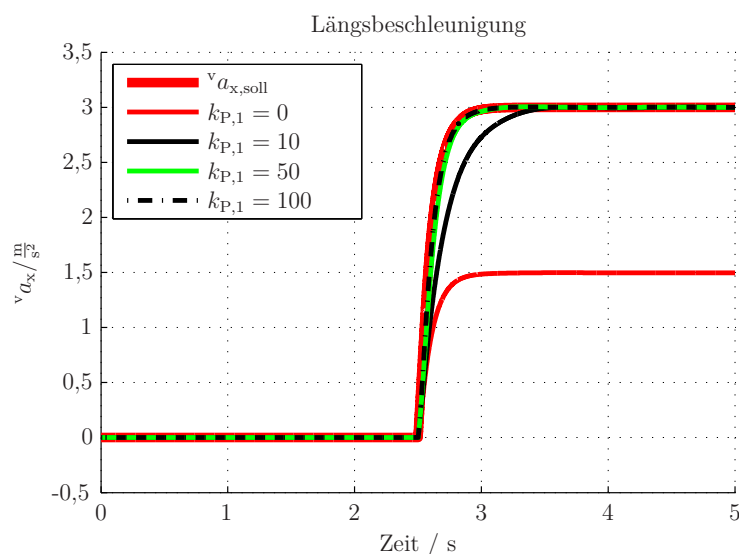
Simuliert wird das Fahrmanöver *Beschleunigung in Geradeausfahrt*, vergleiche Abbildung 7.7. Das Fahrzeug soll bei Geradeausfahrt beschleunigen. Simulationsmodell ist das inverse Modell, das Zweispurmodell und ein darüber geschlossener, proportionaler Regelkreis. Während das inverse Modell strukturell dem Fahrzeugmodell entspricht, nimmt es die Fahrzeugmasse  $m_{\text{fahrzeug}}$  mit

$$m_{\text{fahrzeug,IM}} = \frac{m_{\text{fahrzeug}}}{2}$$

falsch an.

Auch diese Simulation dient ausschließlich der Illustration der Wirkung der proportionalen Beschleunigungsrückführung im äußeren Regelkreis.

Der Fehler in der Längsbeschleunigungsvorgabe wird mit der Verstärkung  $k_{P,1}$  zurückgeführt. Die ursprünglich sich sprunghaft ändernde Referenzbeschleunigung wird durch einen Vorfilter, wie in Abschnitt 7.2 beschrieben, gefiltert.



**Abbildung 7.7:** Verlauf der Soll- und Ist-Beschleunigung für im inversen Modell falsch parametrisierte Fahrzeugmasse. Die Verstärkung der Rückführung der Längsbeschleunigung  $k_{a,x}$  variiert für die vier Fahrversuche.

### Simulationsergebnisse:

Ebenfalls in Abbildung 7.7 sind die Längsbeschleunigungen zu den hier diskutierten Experimenten abgebildet. Für  $k_{P,1} = 0$  ist der Regelkreis nicht geschlossen. Wegen der falsch angenommenen Fahrzeugmasse weicht auch die Fahrzeuglängsbeschleunigung um 50 % von der Soll-Beschleunigung ab. Mit steigender Verstärkung der Rückführung nähern sich Soll- und Ist-Verlauf immer weiter an. Die Zeitkonstante der Vorfilterung hängt jedoch nicht von der Verstärkung der Rückführung ab, so sind die Verläufe der

Ist-Beschleunigung für  $k_{P,1} = 50$  und  $k_{P,1} = 100$  nahezu identisch.

### Diskussion der Ergebnisse:

Da durch das inverse Modell die Fahrzeugbeschleunigung einfach verzögert von den Stellgrößen beeinflusst wird und somit in vorliegender Simulation ein  $PT_1$ -Glied mit proportionaler Rückführung betrachtet wird, entspricht das Ergebnis der Erwartung. Der Modellfehler in der Vorsteuerung wird durch den Regelkreis stationär kompensiert, da der Regelkreis integrierendes Verhalten aufweist.

**Filterung der Bewegungsanforderung zur Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen:** Da die Inversion mit dem Entwurfsmodell auf Ebene des relativen Rucks geschieht, die Bewegungsanforderung jedoch auf Beschleunigungsebene vorgegeben wird, ist es notwendig, eine einfach zeitlich differenzierbare Beschleunigungsvorgabe zu formulieren. Deswegen wird die Anforderung  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}$  mit der Zeitkonstante  $T$  zu  ${}^v\hat{\mathbf{a}}^*$  tiefpassgefiltert:

$${}^v\hat{\mathbf{a}}^*(s) = \frac{1}{Ts + 1} {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}(s). \quad (7.4)$$

Durch  $T$  kann die Dynamik der Stellglieder des Fahrzeugs berücksichtigt werden, indem ein einfach zeitlich verzögerter Drehmomentaufbau modelliert wird. So wird angenommen, dass die Elektromotoren des Antriebs einfach zeitlich verzögert ein Drehmoment aufbauen. Dieses Drehmoment führt dann wiederum einfach verzögert zu einer Reifenkraft und damit zu einer Fahrzeugbeschleunigung. Diese beiden Verzögerungen der Fahrzeugbeschleunigung können durch ein geeignet gewähltes  $T$  angenähert werden. Durch diese Filterung wird der iFR im besten Fall nur eine physikalisch umsetzbare Bewegungsanforderung vorgegeben.

Die Stellgrößen sind beschränkt. Auch besitzt die in die Fahrbahnebene übertragbare Reifenkraft ein Kraftmaximum. Beide Umstände finden in den erwarteten Ruck aus Abschnitt 6.4 Eingang. Damit kann nicht jede geforderte Beschleunigung umgesetzt werden. Diese Beschränkung kann durch PCH, siehe Abschnitt 2, im Filter der Bewegungsanforderung berücksichtigt werden. Dazu wird zunächst ohne Berücksichtigung der Beschränkungen die relative Ruckanforderung  ${}^v\hat{\mathbf{a}}^* = {}^v\hat{\mathbf{a}}^{\circ}$  bestimmt.

Nach Abschnitt 6.4 bestimmt das inverse Modell den erreichbaren Ruck  $\hat{\mathbf{a}}_{\text{lim}}^{\circ}$ . Der umsetzbare Ruck  ${}^v\hat{\mathbf{a}}_{\text{lim}}^{\circ}$  wird in das Filter der Bewegungsanforderung geleitet.

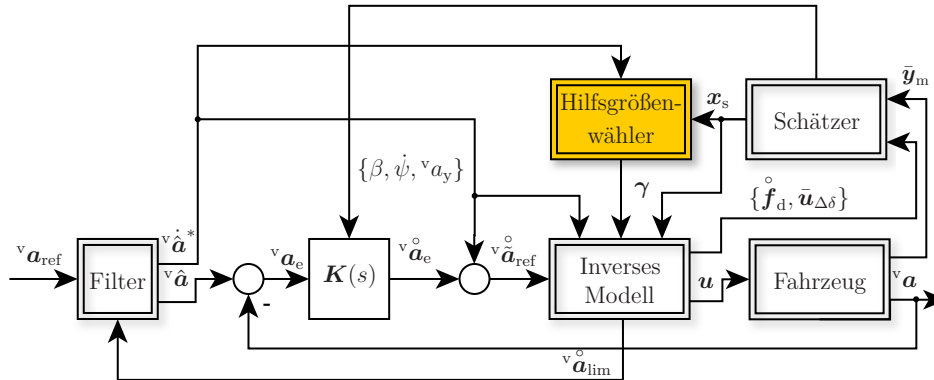
Die Beschleunigungsintegration im Filter erfolgt mit nach

$$\hat{\mathbf{a}}_i = \hat{\mathbf{a}}_{\text{lim},i}^{\circ}.$$

Die Größe  $\hat{\mathbf{a}}$  ist die absolute zeitliche Änderung der Zustandsgröße  $\hat{\mathbf{a}}$  des Filters. Diese stellt für die iFR einen relativen Ruck im Koordinatensystem  $v$  dar.

Eine derartige Filterung ist für Flugzeuge im Stand der Technik bekannt. Neuartig ist für die konkrete Anwendung das Berücksichtigen des erreichbaren Rucks und der Stellglieder in den Zeitkonstanten und die Anwendung innerhalb der iFR.

### 7.3 Hilfsgrößenwahl zum Erreichen des sekundären Ziels



**Abbildung 7.8:** Gesamtregelkreis aus iFR und geregelttem Fahrzeug. Darin ist die im aktuellen Abschnitt eingeführte Komponente farblich hervorgehoben.

Vorliegende Arbeit schlägt einen heuristischen und einen modellprädiktiven Ansatz zur Hilfsgrößenwahl, vergleiche Abbildung 7.8, vor. Während der modellprädiktive Ansatz mit gutem Ergebnis erprobt wurde (diese Aussage bleibt ohne weiteren Beleg), findet im Weiteren ausschließlich der heuristische Ansatz Anwendung.

#### 7.3.1 Hilfsgrößenwahl durch einen heuristischen Ansatz

Für die in Abschnitt 3.5 beschriebene Konfiguration können die vier Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente entkoppelt verteilt werden. Sie stützen sich, solange sich die Reifen in ihrem jeweils stabilen Betriebsbereich befinden, zeitlich verzögert auf der Straße ab.

Nun wird im Rahmen des heuristischen Ansatzes zur Hilfsgrößenwahl angenommen, dass die beiden Gesamtachsquerkräfte an Vorder- und Hinterachse stationär näherungsweise gleich seien. Damit ist das Optimum hinsichtlich des sekundären Ziels näherungsweise zu erreichen, indem die vier Drehmomente proportional zu den vier maximal übertragbaren Reifenkräften verteilt werden. Die maximale ebene Reifenkraft wird mit  $f_{\max,i} := f_{z,i} \mu_i$  als das Produkt aus der jeweiligen Radaufstandskraft und dem entsprechenden Reibbeiwert zwischen Reifen und Straße angenähert.

Es ist im Stand der Technik bekannt, vergleiche auch *Bremskraftverteilungsdiagramm* in [Eberl, 2014], die Bremsmomente in Richtung der Achse zu verteilen, über deren Reifen mehr Last auf der Straße übertragen wird. Die davon abgeleitete und an dieser Stelle eingeführte heuristische Hilfsgrößenwahl ist neuartig, da sie den Ansatz weiterführt und in das vorgeschlagene Regelungskonzept integriert.

Die Reifenkräfte sollen also nach dem Ansatz dieses Abschnitts proportional zu  $f_{\max,i}$  an die Räder verteilt werden. So kann ein kleines, wenn auch nicht minimales, Kriterium des sekundären Ziels erreicht werden. Die Reifenlängskräfte sollen proportional zu  $f_{\max,i}$  allokiert werden. Sie sind, solange sich ein Reifen in seinem stabilen Betriebsbereich befindet, zeitlich verzögert proportional zu den an den Rädern gestellten Antriebs- beziehungsweise Bremsmomenten. Der Proportionalitätsfaktor zwischen Drehmoment

und Reifenlängskraft ist für jeden Reifen in guter Näherung gleich. Dementsprechend sollen die gestellten Drehmomente proportional zu den Radaufstandskräften verteilt werden.

Mit

$$f_{\max, \text{gesamt}} := \sum_{j=1}^4 f_{\max, j}$$

soll

$$\bar{u}_{\tau, i} = \frac{f_{\max, i}}{f_{\max, \text{gesamt}}} \tau_{\text{gesamt}} \quad \forall i = 1 \dots 4$$

gelten.

Für die betrachtete Konfiguration werden die Drehmomente nach Gleichung (5.8) verteilt. Es müssen also die vier Gleichungen

$$\sin \gamma_1 \sin \gamma_2 = \frac{f_{\max, 1}}{f_{\max, \text{gesamt}}}, \quad (7.5)$$

$$\sin \gamma_1 \cos \gamma_2 = \frac{f_{\max, 2}}{f_{\max, \text{gesamt}}}, \quad (7.6)$$

$$\cos \gamma_1 \sin \gamma_3 = \frac{f_{\max, 3}}{f_{\max, \text{gesamt}}}, \quad (7.7)$$

$$\cos \gamma_1 \cos \gamma_3 = \frac{f_{\max, 4}}{f_{\max, \text{gesamt}}} \quad (7.8)$$

erfüllt sein.

Um die proportionale Verteilung der Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente zu erreichen, ist mit den Gleichungen (7.5), (7.6) und (7.7)

$$\gamma = \begin{pmatrix} \tan^{-1} \sqrt{(f_{\max, 1}^2 + f_{\max, 2}^2) / (f_{\max, 3}^2 + f_{\max, 4}^2)} \\ \tan^{-1}(f_{\max, 1} / f_{\max, 2}) \\ \tan^{-1}(f_{\max, 3} / f_{\max, 4}) \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

zu wählen.

Um zu überprüfen, ob Gleichung (7.8) mit dieser Wahl von  $\gamma$  ebenfalls erfüllt ist, wird  $\bar{u}_{\tau, 4}^2$  mit

$$\tau_{\text{gesamt}} := \sqrt{\sum_{i=1}^4 \bar{u}_{\tau, i}^2}$$

bestimmt:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\tau, 4}^2 &= \tau_{\text{gesamt}}^2 - \sum_{j=1}^3 \bar{u}_{\tau, j}^2 = 1 - \left( \frac{f_{\max, 1}^2 + f_{\max, 2}^2 + f_{\max, 3}^2}{f_{\max, \text{gesamt}}^2} \right) \tau_{\text{gesamt}}^2 \\ &= \left( \frac{f_{\max, 4}}{f_{\max, \text{gesamt}}} \right)^2 \tau_{\text{gesamt}}^2 \quad \text{q. e. d.} \end{aligned}$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass die Gleichungen (7.5-7.7) erfüllt sind.

Damit entspricht das Drehmoment  $\bar{u}_{\tau, 4}$  zunächst nur im Betrag der Forderung nach einer

proportionalen Verteilung. Die Hilfsgrößen  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  und  $\gamma_3$  werden nach Gleichung (7.9), also mittels dreier atan-Funktionen mit jeweils positiven Argumenten bestimmt. Demnach besitzen sie den Wertebereich  $\gamma_i \in [0; \pi]$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Damit ergeben auch die Gleichungen (7.5), (7.6), (7.7) und (7.8) Werte  $\geq 0$ . Dadurch werden die Drehmomente, wie gefordert, proportional zu den maximal übertragbaren Reifenkräften verteilt.

Nach Gleichung (7.9) sind die Hilfsgrößen von den Zustandsgrößen und den Umweltparametern abhängig, da  $f_{\max, i}$  von  $\mathbf{x}$  und  $\boldsymbol{\kappa}$  abhängen.

Die ausschließliche Abhängigkeit der Größen  $\boldsymbol{\gamma}$  von den Zustandsgrößen und den Umweltparametern bliebe mit absoluten Hilfsgrößen nicht erhalten, wie bereits Abschnitt 5 erläutert. Mit einer relativen Formulierung hingegen müssen die Hilfsgrößen mit Änderung der Zustandsgrößen und den Umweltparametern, nicht aber mit Änderung der Bewegungsanforderung angepasst werden. Da sich diese, außer bei Sprüngen in den Umweltparametern, meist langsamer ändern als die Bewegungsanforderung, müssten neue relative Hilfsgrößen auch mit einer geringeren Frequenz bestimmt werden als absolute, wenn die proportionale Drehmomentverteilung erhalten bleiben sollte. Damit unterstreicht der heuristische Ansatz den Nutzen relativer Hilfsgrößen.

Die Annahme, die Gesamtachsquerkräfte an Vorder- und Hinterachse seien stationär gleich, setzt die Lage des Fahrzeugschwerpunkts mittig in Fahrzeuglängsrichtung voraus. Ist dies nicht der Fall, so kann der vorgeschlagene heuristische Ansatz modifiziert werden. Wirken Querkräfte, kann das Antriebs- beziehungsweise Bremsmoment weiter auf diejenige Achse verlagert werden, die eine geringere Achsquerkraft überträgt.

Die weitere Annahme, alle Reifen befänden sich in ihrem stabilen Betriebsbereich, ist zulässig, da die Reifen unabhängig der Hilfsgrößenwahl vom inversen Modell, siehe Abschnitt 6.2, in ihre jeweils stabilen Betriebsbereiche zurückgeführt werden, sofern ihre Arbeitspunkte im Reifenkennfeld diese verlassen. In  $f_{\max, \text{gesamt}}$  können auch nur die Kraftschlusspotentiale derjenigen Reifen berücksichtigt werden, die sich in ihrem jeweils stabilen Betriebsbereich befinden.

Da durch den heuristischen Ansatz die Drehmomente an die Reifen verteilt werden, die das größte Kraftschlusspotential besitzen, kann durch diese Wahl auch die Bewegungsanforderung bestmöglich umgesetzt werden. Dies gilt, sofern die aktuellen Reifenquerkräfte ignoriert werden können und die Aktuatoren nicht in ihrer Beschränkung betrieben werden. Um die Umsetzung der Bewegungsanforderung unter Verwendung des heuristischen Ansatzes und unter Reifenquerkräften garantieren zu können, muss dieser modifiziert werden, indem etwa jeweils von der maximal übertragbaren Reifenkraft die aktuelle Reifenquerkraft geeignet subtrahiert wird.

**Aktuatorbeschränkungen:** Auch Aktuatorbeschränkungen können durch eine Erweiterung des heuristischen Ansatzes berücksichtigt werden. Die Wahl der  $\gamma_i$  zur Drehmomentverteilung kann mechanisch interpretiert werden: Die beiden Ränder der  $\gamma_i$ -Skala stellen die beiden Reifen oder Reifengruppen dar, zwischen denen die jeweilige Hilfsgröße das Drehmoment verteilt. Mit einem  $\gamma_i$  auf einem der Ränder wird das Drehmoment vollständig an diese Stelle gelenkt. Der Punkt  $\gamma_i$  sei zur Bestimmung seiner Lage mit jeweils einer Feder mit dem Rand verbunden. Die Federsteifigkeiten entsprechen den Kraftschlusspotentialen der Reifen, die den Punkten zugeordnet sind, die für  $\gamma_i$  heran-

gezogen werden. Dadurch ist die Gleichgewichtslage für den Punkt  $\gamma_i$  die Stelle, an der das Drehmoment proportional zum Kraftschlusspotential verteilt wird.

Um Aktuatorbeschränkungen in  $\gamma_i$  eingehen zu lassen, sind die beiden Federsteifigkeiten zu modifizieren: Je näher die einem Randpunkt der Skala zugeordneten Aktuatoren an ihrer Beschränkung betrieben werden, umso kleiner wird die Federsteifigkeit. Somit hängen die Gleichgewichtspunkte nicht mehr ausschließlich von den Kraftschlusspotentialen ab.

Dieser Ansatz zur Berücksichtigung von Aktuatorbeschränkungen wurde in der Simulation erfolgreich erprobt. Eine genauere, mathematische Erläuterung des Ansatzes soll im Zusammenhang dieser Arbeit nicht erfolgen, da dieser Aspekt von sekundärer Bedeutung für den vorgestellten Gesamtansatz ist.

**Bestimmung von geeigneten Lenkwinkeldifferenzen:** Der heuristische Ansatz bestimmt keine Lenkwinkeldifferenzen, um das sekundäre Ziel zu erreichen. Das bedeutet  $\gamma_\delta = \mathbf{0}$ . Gut geeignete Lenkwinkeldifferenzen können jedoch in Anlehnung an die Ackermannlenkung oder geometrisch aus dem aktuellen Kurvenradius ermittelt werden. Über den Kurvenradius kann das Ziel formuliert werden, dass der zusätzliche Querschlupf durch die unterschiedlichen Kurvenradien an kurveninnerer und kurvenäußerer Seite verschwinden soll [Bünthe et al., 2014b].

#### **Simulation *Beschleunigen auf Reibbeiwert-Split-Oberfläche:***

Die im Folgenden präsentierte Simulation zeigt die Wirkung der heuristischen Hilfsgrößenwahl auf die Drehmomentallokation für ein Fahrmanöver.

#### **Beschreibung des Manövers:**

Das Fahrzeug beschleunigt bei dem betrachteten Fahrmanöver ausschließlich in Längsrichtung, siehe Abbildung 7.9. Die Simulation illustriert, wie durch die heuristische Hilfsgrößenwahl die Antriebsmomente zu den Reifen auf hohem Reibbeiwert delegiert werden. Bei dem Versuch verfügt es über zwei unabhängig gelenkte Achsen und vier unabhängig angetriebene Räder. Die Räder befinden sich seitenweise auf Fahrbahnoberflächen unterschiedlicher Reibbeiwerte,  $\mu_1 = \mu_3 = 1$  (links),  $\mu_2 = \mu_4 = 0,5$  (rechts).

#### **Simulationsergebnisse:**

Beim Beschleunigen nickt das Fahrzeug auf die Hinterachse. Daher weisen deren Reifen die größeren Kraftschlusspotentiale auf. Deshalb verteilt der heuristische Hilfsgrößenwähler die Drehmomente in Richtung des linken, hinteren Rades, siehe Abbildung 7.9. Dadurch entsteht ein Giermoment, das das inverse Modell durch Stellen von Lenkwinkelraten kompensiert. Sie resultieren in Lenkwinkel, siehe Abbildung 7.10, die insgesamt keine Querkraft, sondern zu einem zur Kompensation geeignetem Giermoment führen. Die Abbildung zeigt ebenfalls die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale. Da diese in Näherung identisch sind und sich Kräfte in ihrer Wirkung auf die Fahrzeugbeschleunigung nicht in jeder Beschleunigungskomponente auslösen, wird durch die Hilfsgrößenwahl  $\eta_{\max}$  in guter Näherung minimiert.



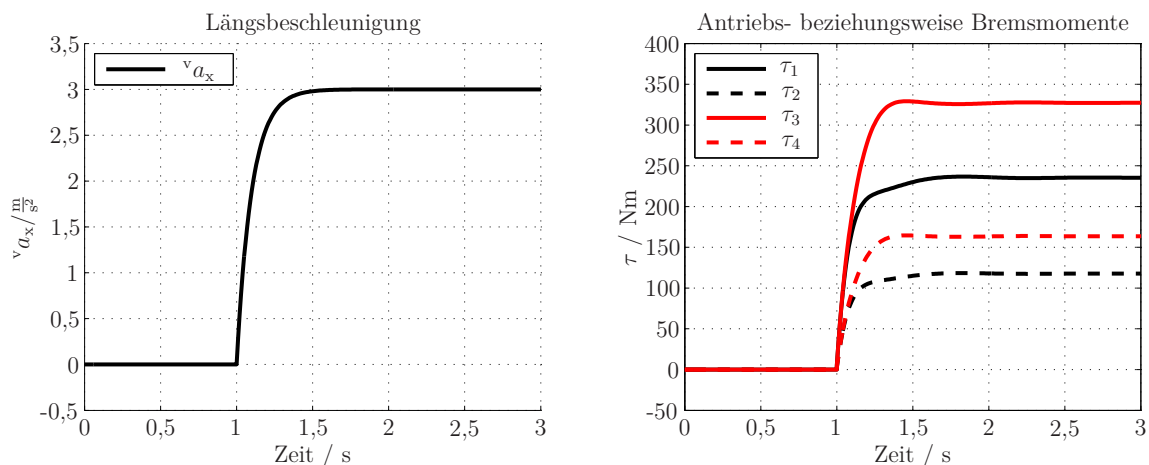


Abbildung 7.9: Längsbeschleunigung und gestellte Antriebsmomente für das Manöver *Beschleunigen auf  $\mu$ -Split*.

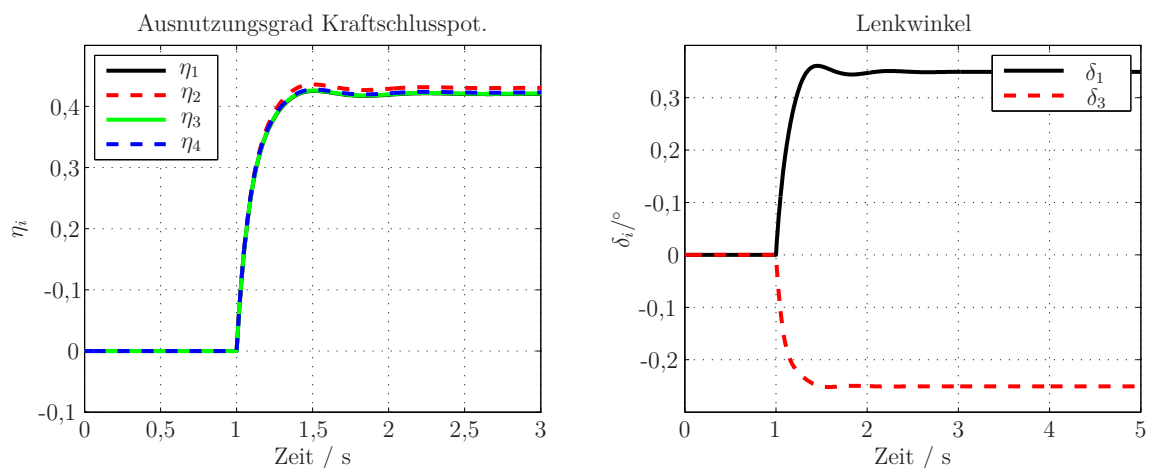


Abbildung 7.10: Verlauf der Lenkwinkel und der Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale für das Manöver *Beschleunigen auf  $\mu$ -Split*.

### Diskussion der Ergebnisse:

Die geforderte Fahrzeugbeschleunigung wird umgesetzt. Weiterhin werden durch die Hilfsgrößenwahl die Antriebsmomente hin zu den Reifen mit hohem Kraftschlusspotential dirigiert. Dies würde zu einem Giermoment führen, das zu einer Bewegung führen würde, die nicht der Vorgabe entspräche. Daher werden zusätzlich an Vorder- und an Hinterachse Lenkwinkel gestellt. Die Summe dieser Stelleingriffe führt insgesamt zu vier in guter Näherung identischen Ausnutzungsgraden der Kraftschlusspotentiale und da sich keine Kräfte-Tupel in ihrer Wirkung auf die Fahrzeugbeschleunigung auswirken, zum Erreichen des sekundären Ziels. Die heuristische Wahl ist für das betrachtete Manöver somit in dieser Hinsicht geeignet.



### 7.3.2 Hilfsgrößenwahl durch modellprädiktive Optimierung

Zur Bestimmung von  $\gamma$  kann ein Ansatz verfolgt werden, der von der modellprädiktiven Regelung (MPC), siehe Abschnitt 2, abgeleitet ist.

Im Kontext der Hilfsgrößenbestimmung findet keine Regelung der Strecke durch die Lösung eines Optimierungsproblems im Hilfsgrößenwähler statt. Durch Lösen eines Optimierungsproblems über ein Kriterium, das das Systemverhalten in die Zukunft prädiziert, werden in dieser Arbeit Hilfsgrößen und nicht Stellgrößen bestimmt. Es handelt sich bei dem Ansatz also nicht um eine MPC, sondern um eine nichtlineare modellprädiktive Optimierung (NMPO).

In diesem Abschnitt wird ein nicht-abgetastetes System betrachtet.

Zu jedem Zeitpunkt  $t = kT_\gamma$ ,  $k \in \mathbb{N}_0$  werden neue  $\gamma[k]$  durch Lösung eines Optimierungsproblems bestimmt, die bis zum Zeitpunkt  $t = (k+1)T_\gamma$  konstant gehalten werden.  $T_p$  ist der Prädiktionshorizont. Zum Auswerten des Kriteriums werden die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{praed}}$  des Prädiktionsmodells durch numerische Integration prädiziert. Dabei wird genanntes Prädiktionsmodell mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{init}}$  des Fahrzeugs und des Filters der Bewegungsanforderung initialisiert und die Bewegungsanforderung  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}$  über den Prädiktionshorizont als konstant angenommen.

Für die Simulation zur Bestimmung des zu minimierenden Kriteriums wird ein direktes Integrationsverfahren mit einer Schrittweite in Höhe von  $h = 2 \text{ ms}$  implementiert. Es bestimmt die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{praed}}[i_{\text{sim}} + 1]$  des Prädiktionsmodells nach der Vorschrift aus [Euler, 1768]

$$\mathbf{x}_{\text{praed}}[i_{\text{sim}} + 1] = \mathbf{x}_{\text{praed}}[i_{\text{sim}}] + h\dot{\mathbf{x}}_{\text{praed}}[i_{\text{sim}}].$$

Das Verfahren wird als *explizites Eulerverfahren* bezeichnet.

Das Kriterium wird mit  $c_{\text{NMPO}}$  bezeichnet und setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

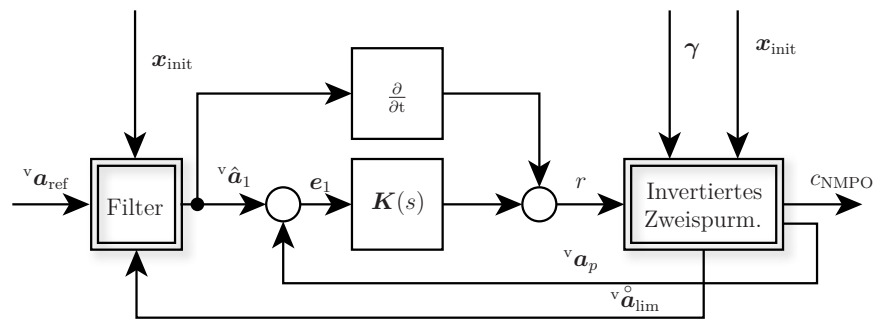
$$c_{\text{NMPO}}(\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k], {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k], \boldsymbol{\kappa}[k], \boldsymbol{\gamma}) := c_{\text{NMPO},\eta} + \nu \cdot c_{\text{NMPO},a}.$$

Der Gewichtungsfaktor  $\nu \geq 0$  stellt die beiden Teile des Kriteriums ins Verhältnis.

Die Prädiktion des Kriteriums hinsichtlich der Kenngröße  $\hat{\eta}_{\text{max}}$  erfolgt durch die Funktion  $c_{\text{NMPO},\eta}$ . Ein Argument dieser Funktion ist der Vektor der Zustandsgrößen des Prädiktionsmodells zum Zeitpunkt des Beginns der Optimierung  $\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k]$ . Dieser Vektor setzt sich aus geschätzten Zustandsgrößen der Strecke zusammen. Weitere Argumente von  $c_{\text{NMPO},\eta}$  sind die Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k]$ , die Umweltparameter  $\boldsymbol{\kappa}[k]$  und die zur Optimierung freien Hilfsgrößen  $\boldsymbol{\gamma}$ . Die Größen  ${}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k]$ ,  $\boldsymbol{\kappa}[k]$  und  $\boldsymbol{\gamma}$  werden alle innerhalb des Prädiktionshorizonts  $kT_\gamma < t \leq kT_\gamma + T_p$  als konstant angenommen. Dies entspricht unter anderem einem  $T_c = 0$ .

Das Fahrzeugmodell innerhalb des verwendeten Prädiktionsmodells besteht aus der Verkopplung des inversen Modells auf Basis des Entwurfmodells und dem Zweispurmodell vorliegender Arbeit. Es wird zu Beginn jeder Simulation mit den Größen  $\mathbf{x}_{\text{init}}$  initialisiert. Sie werden derart aus den Mess- und Schätzgrößen rekonstruiert, dass sich die Radaufstandskräfte  $\mathbf{f}_{z,\text{sim}}$  und die Drehmomente  $\boldsymbol{\tau}_{\text{fahrbahn,sim}}$  entsprechend ihrer ergeben.

Im Modell, siehe Abbildung 7.11, sind auch die Aktuatorbeschränkungen der Strecke modelliert. Wegen dieser Beschränkungen und der beschränkten maximalen ebenen Reifenkräfte kann nicht jede Ruckanforderung umgesetzt werden. Daher wird ein äußerer Regelkreis, entsprechend der iFR geschlossen. Die Hilfsgrößenwahl kann auf die Güte der Umsetzung der Bewegungsanforderung wirken. Beispielsweise könnten durch eine ungünstige  $\gamma$ -Wahl die Antriebs- und Bremsmomente an Reifen dirigiert werden, die bereits das Kraftschlusspotential vollständig ausnutzen. Andere ebenfalls angetriebene beziehungsweise gebremste Reifen nutzte dann die iFR nicht oder nicht ausreichend zur Umsetzung der Beschleunigungsanforderung, obwohl sie zusätzliche ebene Reifenkräfte auf die Straße übertragen könnten.



**Abbildung 7.11:** Simulationsmodell für die modellprädiktive Optimierung. Fahrzeugmodell ist das invertierte Zweispurmmodell. Es besitzt, anders als das inverse Modell in der iFR, eigene Zustandsgrößen. Die Hilfsgrößen sind über die Simulationszeit konstant und Eingangsgrößen des Prädiktionsmodells. Da das Fahrzeugmodell Stellgrößenbeschränkungen berücksichtigt, kann nicht jede Ruckanforderung umgesetzt werden. Daher wird ein äußerer Regelkreis entsprechend der iFR geschlossen. Eingang des invertierten Zweispurmmodells ist der Referenzruck  $r$ , Ausgang ist das Kriterium  $c_{\text{NMPO}}$  und die prädizierte Beschleunigung  ${}^v\mathbf{a}_p$ . Hinweis: Die Größen  $(\cdot)_1$  existieren nur innerhalb des Prädiktionsmodells.

Weiter ist der Filter der Bewegungsanforderung, siehe Abschnitt 7.2, der durch ein zur Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen modifiziertes  $\text{PT}_1$ -Glied repräsentiert wird, Teil des Prädiktionsmodells.

Die Funktionen  $c_{\text{NMPO},\eta}$  und  $c_{\text{NMPO},a}$  lösen die Differenzialgleichung des Prädiktionsmodells numerisch und bestimmen auf diese Weise einen erwarteten zeitlichen Verlauf der Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{NMPO}}$ . Aus ihnen kann  $\hat{\eta}_{\text{max}}$  und damit die Funktion  $c_{\text{NMPO},\eta}$  errechnet werden. Sie liefert  $\hat{\eta}_{\text{max}}$  über den Prädiktionshorizont zurück:

$$c_{\text{NMPO},\eta} = c_{\text{NMPO},\eta}(\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k], {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k], \boldsymbol{\kappa}[k], \boldsymbol{\gamma}) = \max_{k \cdot T_\gamma < t \leq k \cdot T_\gamma + T_p} \max_i \hat{\eta}_{p,i}(t).$$

Dabei ist  $\hat{\eta}_{p,i}(t)$  der prädizierte zeitliche Verlauf der Größe  $\hat{\eta}_i$ . Durch das Prädiktionsmodell in  $c_{\text{NMPO},\eta}$  sind die vier  $\hat{\eta}_{p,i}$  durch die Argumente der Funktion  $c_{\text{NMPO},\eta}$  darstellbar.

Da durch eine nachteilige Wahl von  $\boldsymbol{\gamma}$  die Bewegungsanforderung nicht umgesetzt werden kann, geht die Güte der Umsetzung ebenfalls in das Gesamtkriterium  $c_{\text{NMPO}}$  ein. Die Funktion  $c_{\text{NMPO},a}$  besitzt die gleichen Argumente und das gleiche Prädiktionsmodell wie auch  $c_{\text{NMPO},\eta}$ . Sie integriert den quadratischen Fehler zwischen der prädizierten Soll-Beschleunigung  ${}^v\tilde{\mathbf{a}}^*$  und der ebenfalls prädizierten Ist-Beschleunigung  ${}^v\mathbf{a}$  über die

Zeit. Diese beiden Beschleunigungen sind durch das Prädiktionsmodell über die Simulationszeit  $t$  bestimmbar. So ist für das Prädiktionsmodell ohne gesonderte Nomenklatur für die prädizierten Größen

$$c_{\text{NMPO,a}} = c_{\text{NMPO,a}}(\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k], {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k], \boldsymbol{\kappa}[k], \gamma) = \int_{k \cdot T_\gamma}^{k \cdot T_\gamma + T_p} \| {}^v\tilde{\mathbf{a}}^*(t) - {}^v\mathbf{a}(t) \|_2^2 dt.$$

Der zeitliche Verlauf der Beschleunigungsanforderung  ${}^v\tilde{\mathbf{a}}^*(t)$  wird mit einem Modell des Filters und der Beschleunigungsanforderung zum Anfangszeitpunkt der Prädiktion extrapoliert.

Insgesamt können durch ein numerisches Verfahren Hilfsgrößen  $\gamma$  durch Lösen des Optimierungsproblems

$$\gamma[k] = \arg \min_{\gamma^*} c_{\text{NMPO}}(\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k], {}^v\mathbf{a}_{\text{ref}}[k], \boldsymbol{\kappa}[k], \gamma^*) \quad (7.10)$$

zu jedem Zeitpunkt  $t = kT_\gamma$  bestimmt werden. Zum Lösen des Problem (7.10) greift die iFR auf den *SQP*-Algorithmus zurück [Bonnans et al., 2013].

Die Lösung des Optimierungsproblems benötigt Zeit. Daher bestimmt ein reales Steuergerät zum Abtastzeitpunkt  $k$  nicht  $\gamma[k]$ , sondern  $\gamma[k + 1]$ . Hierfür wird mit  $\mathbf{x}_{\text{NMPO}}[k]$  und  $\gamma[k]$  der Vektor erwarteter Zustandsgrößen  $\mathbf{x}_{\text{NMPO,praed}}[k + 1]$  prädiziert und mit diesem das Optimierungsproblem (7.10) gelöst. Die so bestimmten Hilfsgrößen werden dann zwischen den Abtastpunkten  $k + 1$  und  $k + 2$  aufgeschaltet.

Das Kriterium  $c_{\text{NMPO}}$  berücksichtigt einen Teil der Aktuatorbeschränkungen. Diese können auch als Nebenbedingungen in das Optimierungsproblem eingeführt werden.

Anschließend kann durch Lösen der Optimierungsaufgabe (7.10) möglicherweise nicht zu jedem Abtastzeitpunkt ein geeignetes  $\gamma$  bestimmt werden. Dies kann an den Ergebnissen der Modellprädiktion oder an fehlender Konvergenz des Optimierungsalgorithmus erkannt werden. Dann muss ein geeignetes, wenngleich gegebenenfalls suboptimales  $\gamma$  auf anderem Wege bestimmt werden. Der Abschnitt 7.3.1 schlägt dafür einen Ansatz vor.

Der vorgestellte Ansatz wurde zur Regelung eines Simulationsmodells des ROMOs erfolgreich eingesetzt. Dabei wurde als Rückfalllösung der heuristische Ansatz aus Abschnitt 7.3.1 implementiert. Dadurch konnten ungeachtet der Konvergenz der nichtlinearen Optimierung in jedem Fall Hilfsgrößen bereitgestellt werden. Im Weiteren wird der Ansatz dieses Abschnitts nicht betrachtet, da er dem Steuergerät im Fahrzeug mehr Rechenleistung abverlangt, als nur der heuristische.

### Hinweis zur Nomenklatur:

Mit  ${}^{\text{kos}}(\cdot)$  ist die relative Ableitung einer Größe im Koordinatensystem  $\text{kos}$  beschrieben, Größen  $\hat{\cdot}$  bezeichnen Beschleunigungsvorgaben, die durch Filterung unter anderem differenzierbar gemacht wurden und  $\tilde{\cdot}$  kennzeichnet diejenige Bewegungsanforderung, zu deren direkten Umsetzung Stellgrößen bestimmt werden.

## 8 Ergebnisse

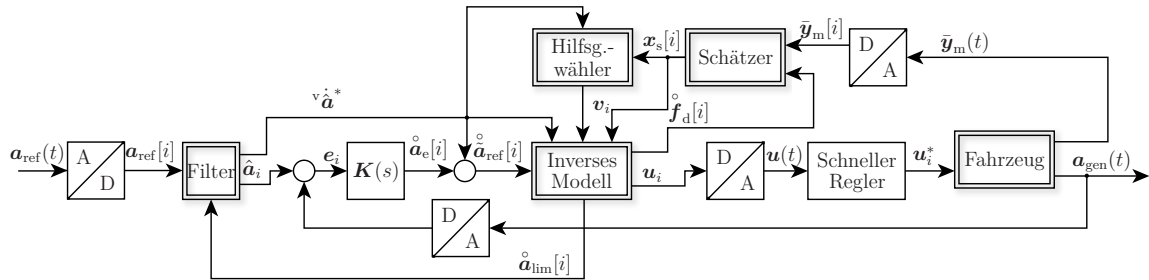
In diesem Abschnitt werden Simulationsergebnisse gezeigt und diskutiert. Als Streckenmodell wird dabei ein Mehrkörperfahrzeugmodell herangezogen. Das Streckenmodell strukturell und in seinen Parametern vom Entwurfsmodell der iFR ab.

Vorliegend werden die wissenschaftlichen Teilhypothesen (H2),(H4),(H8), (H10), (H12) aus Abschnitt 1.4 bestätigt.

Da die iFR in den Simulationen dieses Abschnitts als Abtastsystem implementiert ist, wird zunächst dessen Gestalt eingeführt.

### 8.1 Integrierte Fahrdynamikregelung im Abtastsystem

Die iFR ist, wie in Abbildung 8.1 dargestellt, als Abtastsystem implementiert. Abtastsysteme werden unter anderem in [Svaricek, 2012] diskutiert. Das inverse Modell



**Abbildung 8.1:** Geschlossener Regelkreis mit iFR und AD- beziehungsweise DA-Wandlung. Die Messwerte vom Fahrzeug sowie die Bewegungsanforderung wird abgetastet. Die digitalen Stellgrößen des Reglers werden in ein analoges Signal gewandelt. Hinweis: Der schnelle Regler ist als Abtastsystem mit deutlich höherer Abtastrate als der des inversen Modells implementiert. Dies wird in der Abbildung angedeutet, indem er als kontinuierliches System dargestellt wird.

bestimmt durch das Abtasten nicht mehr kontinuierlich die zu stellenden Drehmomente und Lenkwinkelraten. Diese Stellgrößen werden zu jedem Abtastschritt unter der Abtastzeit  $T_a$  bestimmt. Zwischen den Abtastzeitpunkten hält das inverse Modell die Stellgrößen konstant. Vorliegend ist die Abtastrate  $T_a = 12$  ms gewählt.

Kommandiert das inverse Modell eine Reifenlängskraftänderung, gilt also  $w_i \dot{f}_{x,i} \neq 0$  für mindestens ein  $i = 1, \dots, 4$ , so sind auch die zugehörigen Raten von  $\tau_{\text{fahrbahn},i}$  nach Gleichung (3.1) von Null verschieden,  $\dot{\tau}_{\text{fahrbahn},i} \neq 0$ . Über den Abtastzeitraum soll aber dennoch eine konstante Reifenlängskraftänderung erzielt werden. Dazu muss nach dem am Arbeitspunkt linearisierten Streckenmodell ein konstantes  $\dot{\omega}_i$  erreicht werden,  $\dot{\omega}_i \stackrel{!}{=} 0$ . Da  $\dot{\omega}_i$  nach Gleichung (4.13) von dem zeitvarianten  $\tau_{\text{fahrbahn},i}$  abhängt, muss auch  $\bar{u}_{\tau,i}$  über den Zeitraum zwischen zwei Abtastschritten mit  $-\dot{\tau}_{\text{fahrbahn},i}$  über die Zeit angepasst werden, um  $\dot{\omega}_i = 0$  zu bewirken.

Das beschriebene Problem muss beachtet werden, da die gewählte Abtastrate  $T_a = 12$  ms nicht mindestens um einen Faktor 2 kleiner ist als die kleinste Zeitkonstante der Regelstrecke und das *Nyquist-Shannon-Abtasttheorem* somit verletzt ist [Shannon, 1949]. Diese Erkenntnis konnte im Rahmen dieser Arbeit qualitativ durch Simulation gewonnen werden.

Wegen dieser Verletzung wird ein sogenannter *schneller Regler* außerhalb der mit der Abtastzeit  $T_a$  diskretisierten Kern-Fahrdynamikregelung eingeführt. Er wird mit der Abtastzeit  $T_{a,\text{schnell}} \ll T_a$  abgetastet. Dieser schnelle Regler verändert zwischen zwei Auswertungen des inversen Modells das kommandierte Drehmoment.

Der schnelle Regler modifiziert  $\bar{\mathbf{u}}_\tau$  zu  $\bar{\mathbf{u}}_{\tau,\text{schnell}}$ . Das inverse Modell habe vor einer Zeitspanne  $\Delta t$  das letzte Mal neue Stellgrößen bestimmt. Der schnelle Regler passt die gestellten Drehmomente  $\bar{u}_{\tau,i}$  zu

$$\bar{u}_{\tau,\text{schnell},i} = \bar{u}_{\tau,i} + \Delta t r_{\text{rad},i} w_i \dot{f}_{x,\text{ref},i}$$

an. Dabei ist  $\Delta t$  die seit dem letzten Abtastschritt vergangene Zeit.

**Wirkung des schnellen Reglers in der Simulation:** Eine Simulation mit dem Zweispurmodell als Strecke zeigt die Wirkung des schnellen Reglers.

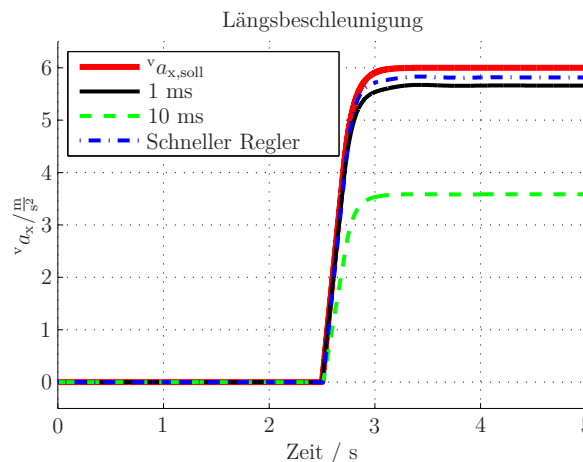
### Beschreibung des Manövers:

Bei diesem Manöver soll das Fahrzeug ab dem Zeitpunkt  $t_{\text{start}} = 1 \text{ s}$  mit der konstanten Längsbeschleunigung  $a_x = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  beschleunigen.

Für diesen Fahrversuch wird das inverse Modell mit den Zeiten  $T_{a,1} = 1 \text{ ms}$  und  $T_{a,2} = 10 \text{ ms}$  abgetastet. Es findet keine Rückführung der Ist-Beschleunigung statt. Der schnelle Regler ist für die ersten beiden Experimente nicht aktiv. Das dritte Experiment wird mit der Abtastzeit  $T_{a,3} = T_{a,2}$  und aktivem schnellem Regler gefahren.

### Simulationsergebnisse:

Die Referenzquerbeschleunigung verschwindet für dieses Manöver. Die Referenzlängsbeschleunigung  ${}^v a_{x,\text{soll}}$  ist dem Zeitschrieb in Abbildung 8.2 zu entnehmen. Die Soll- und Ist-Beschleunigungen sind ebenfalls in Abbildung 8.2 für die drei Fahrmanöver dargestellt.



**Abbildung 8.2:** Verlauf der Soll- und Ist-Beschleunigung für verschiedene Abtastraten des inversen Modells mit und ohne aktivem schnellem Regler.

### Diskussion der Ergebnisse:

Die Ist-Beschleunigung folgt für  $T_{a,1} = 1 \text{ ms}$  der Soll-Beschleunigung näherungsweise.

Die Abweichung von Soll- und Ist-Beschleunigung ist mit der Abtastzeit  $T_{a,2} = 10$  ms größer. Mit aktivem schnellen Regler folgt die Ist-Beschleunigung der Referenz auch mit der Abtastzeit  $T_{a,3} = 10$  ms wieder in guter Näherung. Die Simulationen dokumentieren somit den Nutzen des schnellen Reglers.

## 8.2 Simulation des Manövers *Bremsen in der Kurve*

In diesem Abschnitt wird ein Regelkreis mit der vorgeschlagenen, abgetasteten iFR, dem ebenfalls aufgezeigten Schätzer und dem in Abschnitt 3.4 eingeführten Mehrkörpermodell des ROMOs geschlossen, vergleiche mit der wissenschaftlichen Hypothese (H10). Die Fahrzeugmasse und dessen Massenträgheit weicht im inversen Modell um 10 % vom Mehrkörpermodell ab,

$$\begin{aligned} m_{\text{fahrzeug,strecke}} &= 1,1m_{\text{fahrzeug,IM}}, \\ \Theta_{z,\text{fahrzeug,strecke}} &= 1,1\Theta_{z,\text{fahrzeug,IM}} \end{aligned}$$

mit der Fahrzeugmasse beziehungsweise dem Massenträgheitsmoment um die Hochachse der Strecke  $m_{\text{fahrzeug,strecke}}$  beziehungsweise  $\Theta_{z,\text{fahrzeug,strecke}}$  und der vom inversen Modell angenommenen Masse  $m_{\text{fahrzeug,IM}}$  beziehungsweise Massenträgheitsmoment  $\Theta_{z,\text{fahrzeug,IM}}$ , vergleiche Hypothese (H8). Genannte Hypothese wird umfassender in Abschnitt 9 untersucht. Damit entspricht das Entwurfsmodell des inversen Modells auch in dieser Hinsicht nicht dem Streckenmodell. Das Reifenmodell wird vom inversen Modell nur approximiert: Während im Streckenmodell die Reifen nach Pacjeka modelliert sind, geht das inverse Modell von einer konstanten Schlupfsteifigkeit an jedem Arbeitspunkt aus. Der wirkende Luftwiderstand wird vom inversen Modell nicht abgebildet. Der Fehler wirkt als Störung auf die Fahrzeugbeschleunigung, vergleiche ebenfalls Hypothese (H10).

In dieser Simulation werden durch die Abtastung nur alle  $T_a = 12$  ms neue Stellgrößen dem Fahrzeug aufgegeben. Auch bauen die vier Antriebs- und Bremsaktuatoren, anders als im Regler modelliert, nur verzögert ein Drehmoment auf. Ebenfalls können die Lenkwinkelraten in dem Streckenmodell nur einfach zeitlich verzögert gestellt werden, vergleiche Hypothese (H12).

Dem Schätzer stehen nur die Lenkwinkel, die Längs- und die Querbeschleunigung des Fahrzeugschwerpunkts, die Gierrate und die vier Radaufstandskräfte als Messgrößen zur Verfügung. Diese werden jedoch exakt erfasst. Abschnitt 9 setzt sich mit Störungen in den Messgrößen auseinander, um Hypothese (H8) zu überprüfen. Größen, wie die Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$ , die ebenen translatorischen Geschwindigkeiten oder die Gierbeschleunigung, müssen von dem Schätzer rekonstruiert werden.

Für den Fall, dass die Radaufstandskräfte beziehungsweise die Federwege und Dämpfergeschwindigkeiten nicht gemessen werden, wurde auch ein Luenberger-Beobachter erfolgreich erprobt, der die Radlasten aus der Fahrzeugbeschleunigung rekonstruiert. Dieser findet in der Simulation in diesem Abschnitt keinen Einsatz.

Ein linearer Beobachter kann zum Einsatz kommen, da das Zweispurmodell, angedeutet

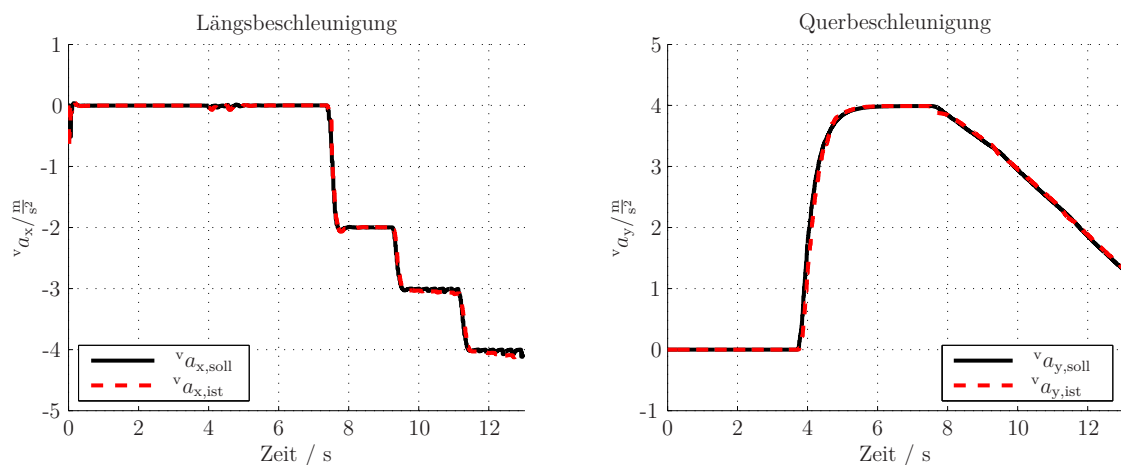


in Abschnitt 3.3, einen linearen Zusammenhang zwischen der ebenen Fahrzeugbeschleunigung und den Radaufstandskräften modelliert. Die ebenen Beschleunigungen stehen als Mess- beziehungsweise Schätzgrößen zur Verfügung und dienen als Eingangsgrößen des Schätzers der Radaufstandskräfte.

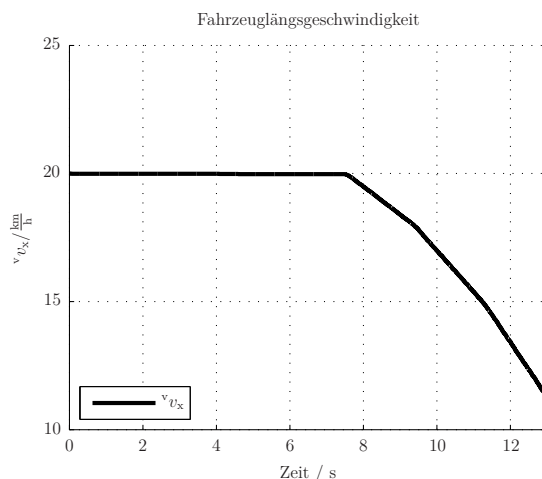
Als Fahrmanöver wird ein Fahrmanöver herangezogen, das von einem *DIN ISO*-Standard abgeleitet ist. Als Grundlage des Fahrmanövers ist *DIN ISO 7975* gewählt [DIN ISO 7975, 1987]. Im Folgenden wird zunächst dieser Fahrversuch eingeführt, um davon ausgehend die Adaption für den vorliegend betrachteten Versuch zu erläutern. Das betrachtete Manöver wird über genannten standardisierten Fahrversuch eingeführt, um eine bessere Einordnung zu den Standards der Automobilindustrie zu ermöglichen.

**Skizze ISO 7975:** Nach der in [DIN ISO 7975, 1987] dargestellten Definition des Manövers fährt das Fahrzeug zu Manöverbeginn in eine Kreisfahrt mit Radius  $R = 100$  m ein. Der Lenkwinkel wird nach Kurveneinfahrt konstant gehalten. Anschließend betätigt der Versuchsfahrer die Bremse, um eine negative Fahrzeuglängsbeschleunigung zu erzielen. Der Bremsdruck wird jeweils 1 s konstant gehalten und in Intervallen von 1 s gesteigert. Die gestellten Bremsdrücke wurden apriori so bestimmt, dass sich die Längsverzögerungen  ${}^v a_{x,1} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  ${}^v a_{x,2} = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und  ${}^v a_{x,3} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  einstellen. Dabei weicht das Fahrzeug von der vorgegebenen Kreisbahn ab. Diese Abweichung und der sich aufbauende Schwimmwinkel werden beurteilt. Das Manöver nach ISO 7975 wird, anders als in vorliegender Simulation, im offenen Regelkreis gefahren.

**Vorliegend betrachteter Fahrversuch:** Grundlage des vorliegend betrachteten Fahrmanövers ist der beschriebene Versuch ISO 7975. Jedoch wird der Versuch im geschlossenen Regelkreis und mit Beschleunigungsvorgaben durchgeführt. Die Beschleunigungsvorgabe ergibt sich aus ISO 7975 mit der Vorgabe, dass sich das Fahrzeug nach der Kreiseinfahrt auf einer Kurvenbahn mit konstantem Radius bewegen soll. Weiterhin soll die iFR eine Längsbeschleunigung gemäß Abbildung 8.3, links, einstellen.



**Abbildung 8.3:** Soll- und Ist-Quer- und Längsbeschleunigung für die gefahrene Variante des Manövers ISO 7975. Das Manöver wird im geschlossenen Regelkreis gefahren. Dabei wird der hier gezeigte Beschleunigungsverlauf vorgegeben.



**Abbildung 8.4:** Längsgeschwindigkeitsverlauf. Der Geschwindigkeitsverlauf resultiert aus den Fahrzeugbeschleunigungen.

Weiterhin sei an jeder möglichen Position eines Kontaktpunkts zwischen Reifen und Straße vorliegend der Reibbeiwert  $\mu_i = 1, i = 1 \dots 4$ .

**Betrachtete Variante des Fahrmanövers in diesem Abschnitt:** Anders als mit dem Fahrmanöver definiert, wird in diesem Abschnitt ein Regelkreis geschlossen, um die geforderte Längsbeschleunigung zu erreichen und um das Fahrzeug in einer Kreisfahrt mit konstantem Radius zu halten. Der Schwimmwinkel soll ausgeregelt werden. Da nur der Kurvenradius, nicht aber die Fahrzeuggeschwindigkeit über das Manöver konstant ist, verändert sich auch die vorgegebene Querbewegung über die Zeit. Längs- und Querbewegungsvorgabe  $a_x$  und  $a_y$  sind Abbildung 8.3 zu entnehmen. Da das Manöver mit einer Startgeschwindigkeit  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  gestartet wird, resultiert aus der Längsbeschleunigung der Geschwindigkeitsverlauf in Abbildung 8.4.

Durch diese Modifikation kann nicht mehr das Verhalten des Fahrzeugs anhand der Zeitschriebe beurteilt werden. Jedoch wird die Güte der Regelung sichtbar.

**Anmerkung zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihre stabilen Betriebsbereiche:** Das simulierte Fahrmanöver ist gut geeignet, um die Sinnhaftigkeit der vom Regler bestimmten Stellgrößen beurteilen zu können. Auch die Plausibilität der Drehmomentallokation kann nachvollzogen werden. Ein Fahrmanöver, wie das Bremsen auf einer Fahrbahnoberfläche, deren Reibbeiwert zu den Reifen in Form eines Schachbrettmusters zwischen einem hohen und einem niedrigen Wert variiert, ist an dieser Stelle nicht relevant, da der Schätzer nicht zum Erfassen der Reibbeiwerte zwischen Reifen und Straße ausgelegt ist. Diese Größen sind aber für das genannte Fahrmanöver von Bedeutung. Die Simulation eines derartigen Fahrversuchs mit dem Regelungsansatz dieser Arbeit ließe hauptsächlich die Qualität der Reibbeiwertschätzung erkennen, die an dieser Stelle nicht beurteilt werden soll und auch nicht beurteilt werden kann.

Damit die vorgeschlagene iFR für derartige Fahrsituationen eingesetzt werden kann, muss im inversen Modell eine Funktion zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen



in ihre stabilen Betriebsbereiche implementiert werden. Diese Funktion kann an heutige ABS- und ASR-Regelungsansätze angelehnt werden. Die Ansätze sind in dem Regler implementierbar, da dieser nach Abschnitt 6 dafür eine Möglichkeit durch Anpassen des inversen Modells bietet. Durch Integration der Logik in das inverse Modell wirken diese nicht unabhängig von der Fahrdynamikregelung, sondern sind ein Teil ihrer. So kann deren Wirkung auf die Fahrzeugbewegung bei der Bestimmung der verbleibenden Stellgrößen berücksichtigt werden.

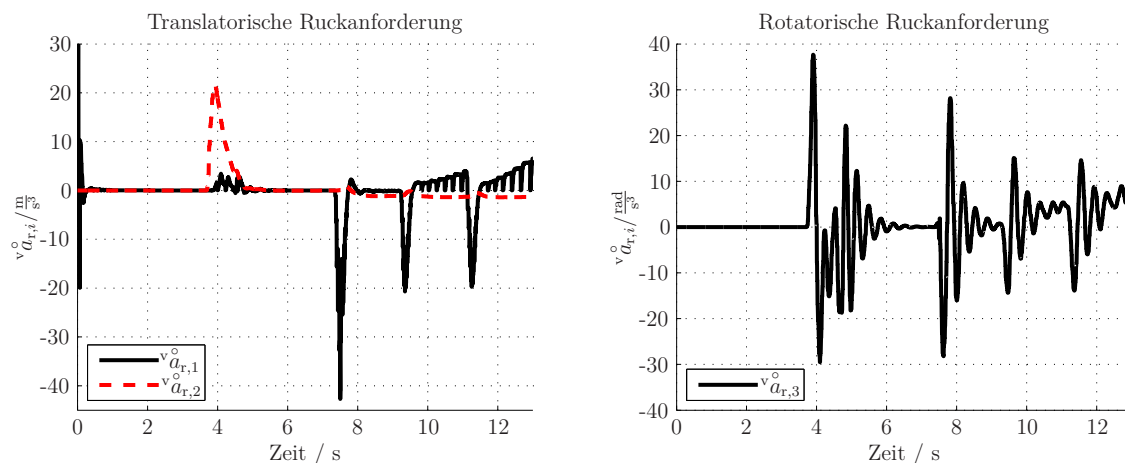
**Anmerkung zur Kurveneinfahrt:** Da in diesem Kontext die Art der Kurveneinfahrt nicht relevant ist, wird nicht, wie üblich, eine klothoidale Einfahrt vorgegeben. Die ungefilterte Referenzquerbeschleunigung springt zum Zeitpunkt des Beginns der Kurveneinfahrt auf den stationär zu erreichenden Wert. Die Tiefpassfilterung der iFR ermittelt die verzögerte Beschleunigungsvorgabe, die das Fahrzeug in dem diskutierten Manöver umsetzt.

**Ergebnisse:** Der Zeitschrieb 8.3 zeigt, dass durch die von der iFR bestimmten Stellgrößen die Bewegungsanforderung nahezu exakt umgesetzt wird. Das Fahrzeug fährt zum Zeitpunkt  $t_{\text{kurve}} = 4$  s, in eine Kurve ein. Dabei verändert sich aufgrund von Modellungenauigkeiten im inversen Modell die Fahrzeuglängsbeschleunigung der Strecke minimal. Dieser Fehler wird innerhalb von 0,5 s vollständig ausgeregelt. Die Beschleunigungsvorgabe wird trotz des Fehlers in dem Parameter der Fahrzeugmasse und des nicht exakt modellierten Luftwiderstandes stationär genau umgesetzt. Dies wird durch den äußeren Regelkreis und den Integratorschritt zwischen der Wirkung der Stellgrößen und der Beschleunigung im Drehmomentschätzer erreicht. Auch die über das Manöver erreichte Querbeschleunigung entspricht in guter Näherung der Vorgabe, wie ebenfalls aus dem Zeitschrieb hervorgeht.

Die geforderten und die erreichten Längs- beziehungsweise Querbeschleunigungen weichen im Betrag um maximal  $0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oder 1,25 % voneinander ab. Die wissenschaftliche Hypothese (H2) fordert die Umsetzung der Bewegungsanforderung nach diesem Maßstab. Dieser Aspekt wird somit erfüllt.

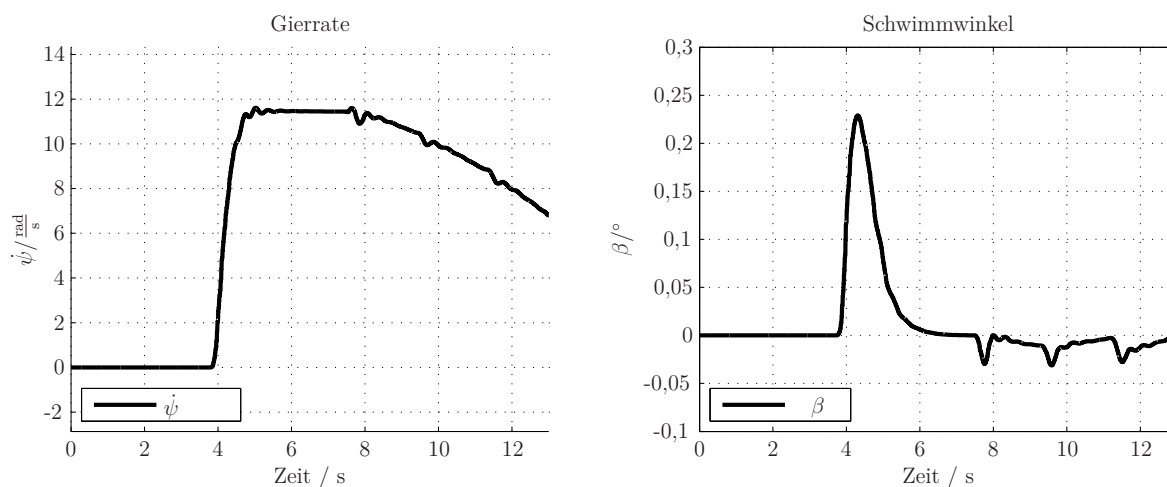
Um das Fahrzeug die geforderte Beschleunigungsanforderung umsetzen zu lassen, wird der in Abbildung 8.5 gezeigte Ruck kommandiert. Der nicht-glatte Verlauf des angeforderten Rucks geht auf die zusätzlichen Anforderungen aus dem äußeren Regelkreis zurück. So werden die stationären Fehler in Längs- sowie Querbeschleunigung kompensiert, die auf Grund der Schätz- und Parameterfehler entstünden. Die Ruckvorgabe  $\overset{\circ}{a}_{r,2}$  ist während der Kurvenfahrt mit konstantem Radius auch ohne die zusätzliche Anforderung vom äußeren Regelkreis in den Phasen konstanter Längsbeschleunigung kleiner Null. Dies gilt, da mit abnehmender Fahrzeuggeschwindigkeit unter konstantem Kurvenradius auch die Querbeschleunigung in einer Linkskurve abnimmt.

Mit den aus der Gierruckanforderung resultierenden Stellgrößen ergeben sich die in Abbildung 8.6 gezeigten Verläufe der Gierrate und des Schwimmwinkels. Der Schwimmwinkel verschwindet durch die Vorsteuerung nicht vollständig und muss durch eine Rückführung ausgeregelt werden. Dies zeigt, dass auch das inverse Modell die Gierdynamik der Strecke nicht exakt abbildet. Der Fehler zwischen inversem Modell und Stre-



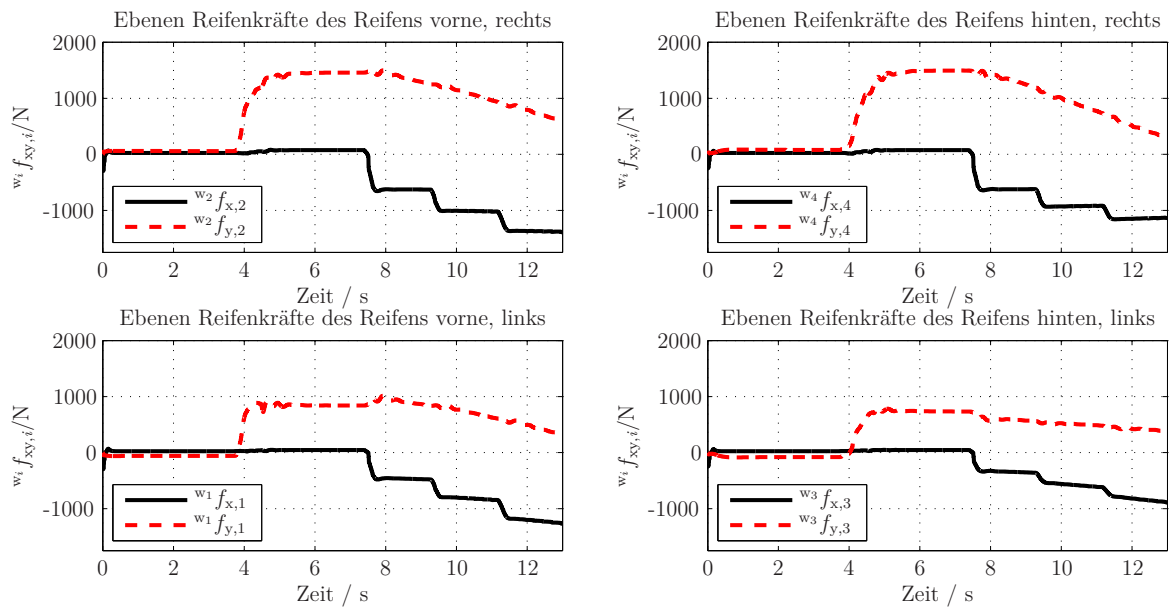
**Abbildung 8.5:** An das inverse Modell gestellte Ruckanforderung über das Fahrmanöver. Die Verläufe sind nicht glatt, da der äußere Regelkreis durch einen zusätzlich kommandierten Ruck die Fehler der Inversion kompensiert.

cke geht hauptsächlich auf das falsch angenommene Gierträgheitsmoment  $\Theta_{z,\text{fahrzeug,IM}}$  des Fahrzeugs zurück. Das Trägheitsmoment ist auch für ein Fahrzeug mit variabler Zuladung nicht bekannt. Wie die Ergebnisse zeigen, ist der äußere Regelkreis aber in der Lage, diesen Fehler zu kompensieren.

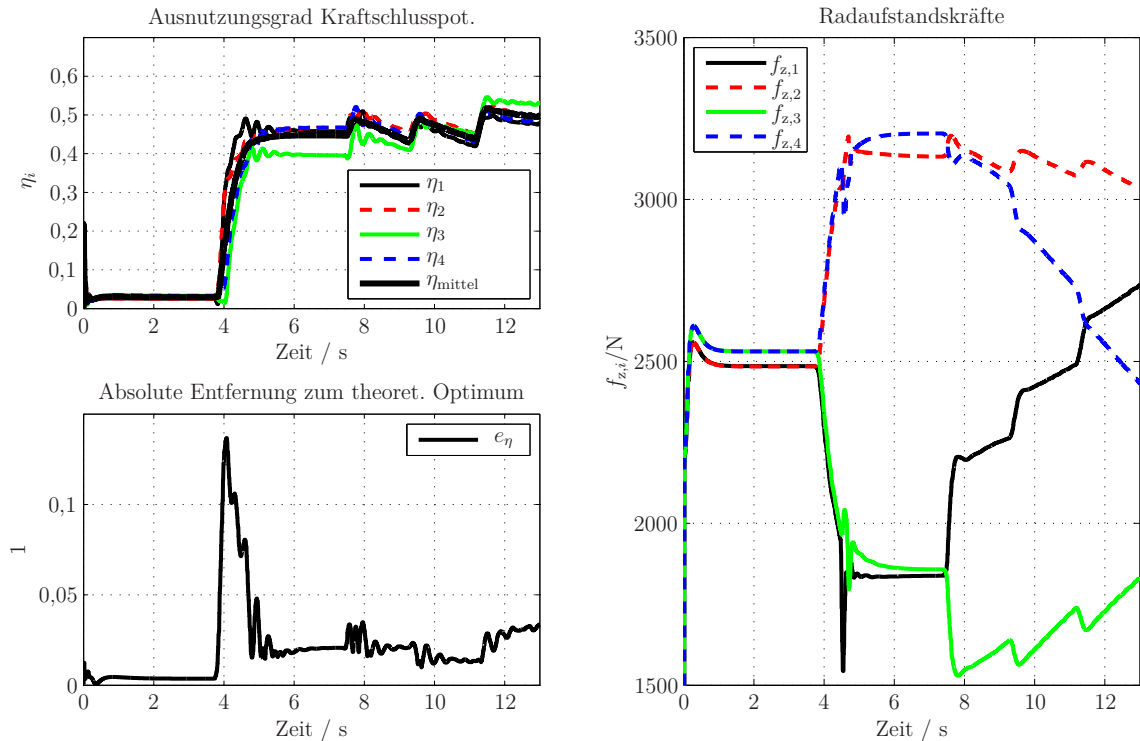


**Abbildung 8.6:** Gierraten- und Schwimmwinkelverlauf über das Manöver ISO 7975. Durch Kommandieren einer geeigneten Gierrate wird ein Schwimmwinkelverlauf erreicht, der sich nahe an der Vorgabe  $\beta_{\text{ref}}=0$  bewegt.

Durch die gestellten Lenkwinkel und die sich auf der Straße abstützenden Drehmomente ergeben sich acht ebene Reifenkräfte, wie in Abbildung 8.7 im jeweiligen Reifenkoordinatensystem dargestellt. Das Fahrzeug wankt in der Kurvenfahrt auf die äußeren Räder mit den Indizes 2 und 4. Beim anschließenden Verzögern nickt das Fahrzeug auf die Vorderachse, also hin zu den Rädern 1 und 2. Damit steigen zunächst die Radaufstandskräfte  $f_{z,2}$  und  $f_{z,4}$  an. Mit sinkender Geschwindigkeit fallen sie wieder ab. Jedoch steigen beim Verzögern die Kräfte  $f_{z,1}$  und  $f_{z,2}$  an. So sinkt  $f_{z,2}$  insgesamt ab, jedoch deutlich weniger als  $f_{z,4}$ . Die Kraft  $f_{z,1}$  wächst während des Bremsvorgangs aufgrund des Nickens auf die Vorderachse erheblich stärker an als die Kraft  $f_{z,3}$ . Diese wächst



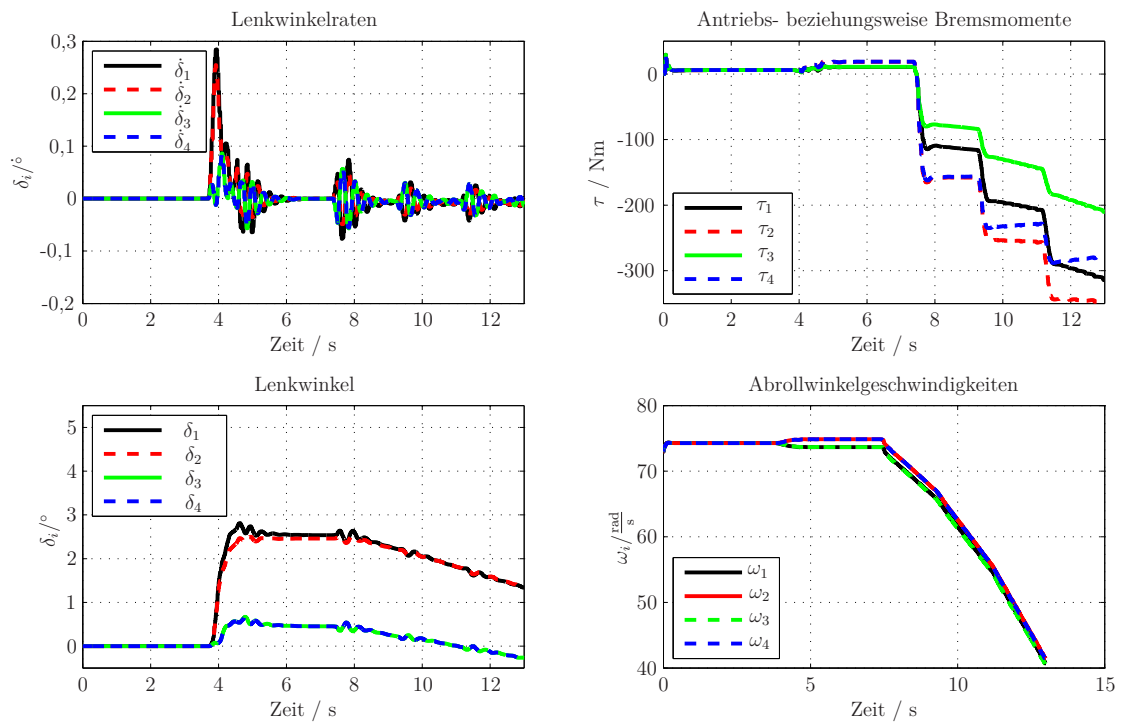
**Abbildung 8.7:** Die acht ebenen Reifenkräfte, dargestellt im jeweiligen Reifenkoordinatensystem. Die Reifenlängskräfte bauen sich entsprechend den gestellten Drehmomenten auf. Die Reifenquerkräfte sind achsweise trotz nahezu gleicher Winkel verschieden, da die Radlasten achsweise voneinander abweichen. Während das Fahrzeug geradeaus fährt, existieren achsweise entgegengerichtete Reifenquerkräfte. Dies ist auf die eingestellte Vorspur zurückzuführen.



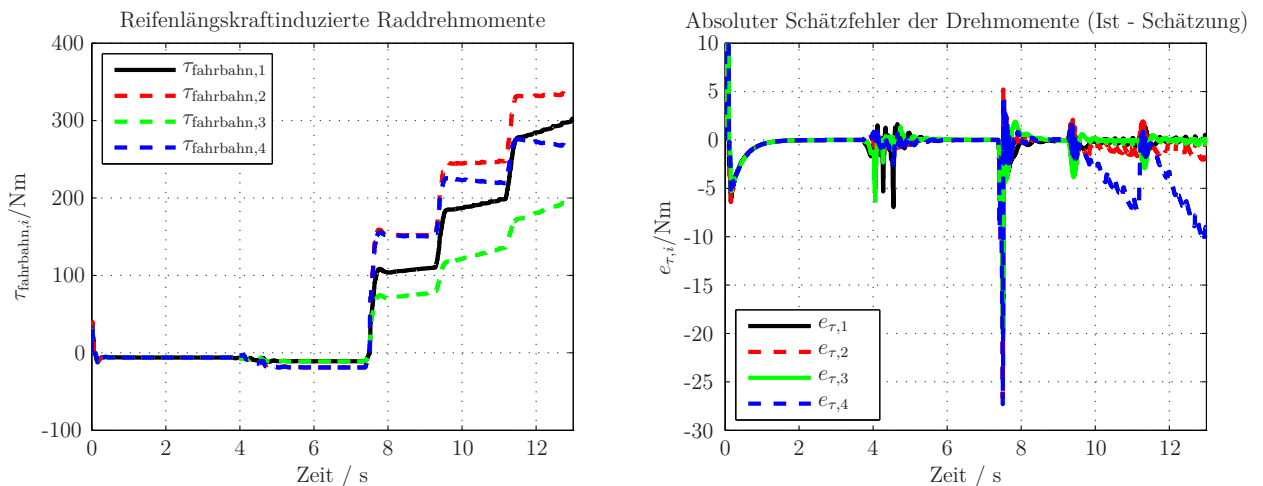
**Abbildung 8.8:** Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale, Vergleich mit dem theoretischen Optimum und die vier Radlasten für das Manöver ISO 7975 mit dem ROboMObil im geschlossenen Regelkreis. Die vier Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale der Reifen sind in erster Näherung gleich. Da die Zeitschriebe der Reifenkräfte belegen, dass sich Reifenkräfte während der Kreisfahrt nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Fahrzeugbeschleunigung aufheben, bedeutet dies, das gesamte Kraftschlusspotential wird nahe an dem theoretischen Optimum ausgenutzt.

insgesamt wegen des abnehmenden Wankens auf die kurvenäußere Seite und des entgegenwirkenden und ebenfalls bereits genannten Nickens auf die Vorderachse weniger an. Durch die  $\gamma$ -Wahl verteilt die iFR die gestellten Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente derart, dass die Verhältnisse der Reifenlängskräfte den Verhältnissen der Radaufstandskräften entsprechen. Auch die sich ergebenden Reifenquerkräfte sind im Verhältnis der Radaufstandskräfte verteilt. Bei Geradeausfahrt treten Reifenquerkräfte auf, obwohl die gestellten Lenkwinkel verschwinden. Dies ist auf die (pseudo)mechanisch implementierte Vorspur zurückzuführen. Weiter sind die Reifenlängskräfte auf der kurvenäußeren Fahrzeugseite im Betrag größer, weil an dieser Seite auch im Betrag größere Drehmomente kommandiert werden. Diese Verteilung erfolgt durch die Hilfsgrößenwahl. Die Drehmomente werden durch den heuristischen Ansatz zur Hilfsgrößenwahl hin zu den Rädern mit größerer Radaufstandskraft  $f_{z,i}$  kommandiert. Es fällt auf, dass die Radaufstandskräfte nicht direkt ab dem Zeitpunkt  $t = 0$  s konstant sind. Dies liegt an dem Umstand, dass das Fahrzeug zu Simulationsbeginn auf die Straße fällt, um die Simulation initialisieren zu können. Aufgrund der Radlastverlagerung bauen die beiden Reifen auf der kurvenäußeren Fahrzeugseite auch eine größere Reifenquerkraft auf. Dies resultiert nicht aus gezielter Beeinflussung der Lenkwinkel, ist aber dem Minimieren von  $\hat{\eta}_{\max}$  zuträglich. Durch die heuristische Hilfsgrößenwahl werden die vier Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente, wie in Abbildung 8.9, rechts oben dargestellt, verteilt. Damit stellt sich ein Verlauf der Abrollwinkelgeschwindigkeiten  $\omega_i$ , wie in der genannten Abbildung rechts unten gezeigt, ein. Weitere Stellgrößen sind die Lenkwinkelraten  $\dot{\delta}$ , gezeigt links oben. Die resultierenden Lenkwinkel  $\delta$  sind links unten in der Abbildung dargestellt. Die Vorderachse ist nach Ackermann gelenkt und so ergibt sich zwischen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  eine Lenkwinkeldifferenz, sofern der kommandierte Lenkwinkel von Null verschieden ist. Damit das Fahrzeug bis zum Zeitpunkt  $t_{\text{bremsen}}$  seine Geschwindigkeit hält, müssen Antriebsmomente gestellt werden, die die Wirkung des Luftwiderstandes und der Reifenkräfte in Fahrzeuggängsrichtung nach der Kurveneinfahrt und durch die Vorspur kompensieren.

Die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale der Reifen sind in Abbildung 8.8 links, oben aufgezeigt. Die vier Größen  $\eta_i$  sind in etwa gleich groß. Den Zeitschrieben der Reifenkräfte ist zu entnehmen, dass sich diese, bis auf die Seitenkräfte zu Manöverbeginn aufgrund der Vorspur, nicht gegenseitig hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Fahrzeugbeschleunigung auslöschen. Auch befinden sich die Reifen stets in ihrem jeweilig stabilen Betriebsbereich. So bewegt sich  $\max_i \hat{\eta}_i(t)$  über die gesamte Zeit nahe an seinem, mit  $\hat{\eta}_{\text{mittel}}$  approximierten, theoretischen Optimum, siehe Anhang C. Damit erreicht auch  $c_{\hat{\eta}}$  näherungsweise sein theoretisches Minimum. In der Abbildung ist links unten der Fehler  $e_{\eta} := \max_i \hat{\eta}_i(t) - \hat{\eta}_{\text{mittel}}(t)$  über die Zeit gezeigt. Es ist zu sehen, dass dieser Fehler, nachdem das Fahrzeug in die Kurve mit konstantem Radius eingefahren ist, ca. 0,05 beträgt, vergleiche Hypothese (H4). Der Schätzer bestimmt das sich auf der Straße abstützende Drehmoment  $\tau_{\text{fahrbahn}}$ . Die Verläufe dieser Drehmomente zeigt Abbildung 8.10, links. Sie entsprechen qualitativ dem negativen Verlauf der gestellten Drehmomente, sind aber im Betrage jeweils kleiner. Denn ein Teil des gestellten Drehmoments stützt sich nicht auf der Straße ab, sondern resultiert jeweils in eine Abrollwinkelbeschleunigung. Der rechte Zeitschrieb in der Abbildung



**Abbildung 8.9:** Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente, Lenkwinkel und Abrollwinkelgeschwindigkeiten für das Manöver ISO 7975 mit dem ROboMObil. Die Stellgrößen  $\tilde{\mathbf{u}} = (\boldsymbol{\tau}^T)^T, \dot{\boldsymbol{\delta}}^T$  werden vom Regler kommandiert. Sie wirken direkt auf die Zustandsgrößen der Abrollwinkelgeschwindigkeiten  $\boldsymbol{\omega}$  und der Lenkwinkel  $\boldsymbol{\delta}$  ein.



**Abbildung 8.10:** Auf der Straße abgestützte Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  und der absolute Fehler zwischen diesen realen und den entsprechenden, geschätzten Drehmomenten. Die Drehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  entsprechen qualitativ mit negativem Vorzeichen den gestellten Drehmomenten. Jedoch sind sie kleiner als diese, da ein Teil der Drehmomente die Räder in ihrer Drehung beschleunigt. So stützt sich dieser Teil nicht auf der Straße ab. Für die Abbildung wird der Schätzfehler  $e_{\tau} := \tau_{\text{fahrbahn}} - \tau_{\text{fahrbahn},s}$  definiert.

stellt den Verlauf der absoluten Schätzfehler dar. Dieser ist komponentenweise als  $e_{\tau,i} := \tau_{\text{fahrbahn},i} - \tau_{\text{fahrbahn},s,i}$  definiert.

### Zusammenfassung:

Insgesamt zeigt dieser Abschnitt, dass die iFR mittels eines hybriden Ansatzes aus

- Modellinversion und
- heuristischer Hilfsgrößenwahl

Stellgrößen ermittelt, die ein Mehrkörperfahrzeugmodell

- eine Bewegungsanforderung gemäß des in der Einleitung definierten Kriteriums hinreichend *gut* umsetzen lassen und
- das Fahrzeug dabei entsprechend eines weiteren Kriteriums aus der Einleitung Optimalität hinsichtlich der Ausnutzung der Kraftschlusspotentiale der Reifen erreichen lässt.

Das betrachtete Streckenmodell weist einen Luftwiderstand auf und modelliert die ebenen Reifenkräfte nach Pacejka. Dadurch modelliert es die Dynamik des realen ROMOs präziser als das Entwurfsmodell dieser Arbeit. Auch dass vor diesem Hintergrund die iFR in vorliegendem Abschnitt dennoch das Fahrzeug die Bewegungsanforderung in ausreichender Güte umsetzen lässt, legt die Anwendbarkeit der iFR an reale Fahrzeuge nahe.

Die vorliegend betrachtete Konfiguration des ROMOs weist Kopplungen unter den Lenkwinkeln auf. Auch Kopplungen unter den Antriebs- beziehungsweise Bremsmomenten sind mit der betrachteten iFR, wie bereits nachgewiesen, berücksichtigbar. Dennoch ist die iFR in vorliegendem Abschnitt in der Lage, das Fahrzeug eine Bewegungsanforderung in hinreichender Güte umsetzen zu lassen. Auch dieser Aspekt legt nahe, dass die vorliegende iFR an reale Fahrzeuge anwendbar sein könnte.

Die von der iFR ermittelten Stellgrößen erlauben weiterhin, wie bereits gezeigt, Stellgrößenbeschränkungen zu berücksichtigen.

Vorliegend wird die iFR als Abtastsystem realisiert. Die Abtastrate ist dabei so gewählt, dass das Nyquistkriterium verletzt wird. Um dennoch die Funktionstüchtigkeit der Regelung zu gewährleisten, passt ein schneller Regler zwischen den Abtastzeitpunkten die kommandierten Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente an. Dadurch wird die Umsetzung der Bewegungsanforderung gemäß des genannten Kriteriums gewährleistet. Ebenfalls dieser Aspekt ist für die Anwendbarkeit an reale Fahrzeuge relevant.

Da in vorliegend betrachtetem Fahrmanöver die Reifen stets in ihren jeweils stabilen Betriebsbereichen betrieben werden, sind die Eingriffe unterlagerter Regler, beispielsweise eines ABS, nicht notwendig. Dass diese in die iFR integrierbar sind, deutet Abschnitt 6.5.2 an.

In vorliegendem Abschnitt werden der iFR, wie es auch im realen Versuchsträger des ROMOs der Fall wäre, nur ausgewählte Messgrößen und diese fehlerbehaftet zur Verfügung gestellt. Auch in dieser Hinsicht wird die Anwendbarkeit des vorliegend entwickelten Regelungsansatzes nahegelegt.

Mit diesen Ergebnissen bleibt offen,

- ob die iFR auch unter größeren Störungen in den Messgrößen und Fahrzeugparameter weiterhin zur Umsetzung der Bewegungsanforderung geeignete Stellgrößen ermittelt und

- ob die Regelung mit heute verfügbarer Computerhardware in einer interaktiven Simulation eingesetzt werden kann.

Die beiden folgenden Abschnitte beantworten diese Fragestellungen positiv.

## 9 Worst-Case-Analyse unter Schätz- und Parameterfehlern

In diesem Abschnitt wird eine Worst-Case-Analyse bei der Simulation aus Abschnitt 8 bezüglich der Abweichung der Fahrzeugbewegung gegenüber der Bewegungsanforderung durchgeführt, um die Hypothese (H8) zu überprüfen. Dabei werden Parameter für Fehler in Schätzgrößen und Fahrzeugparametern so ermittelt, dass die Abweichung maximal wird.

Dazu wird das Fahrmanöver aus Abschnitt 8.2 wiederholt und dabei relative Störungen und ein gleichverteiltes Rauschen in die Messgrößen sowie eine Variation des Parameters der Reifenschlupfsteifigkeit eingeführt. Die Güte der Regelung wird anhand der Umsetzung der Bewegungsanforderung von einem Kriterium  $j$ ,

$$j := - \int_{T_{\text{versuch}}} (e_x^2 + e_y^2) dt,$$

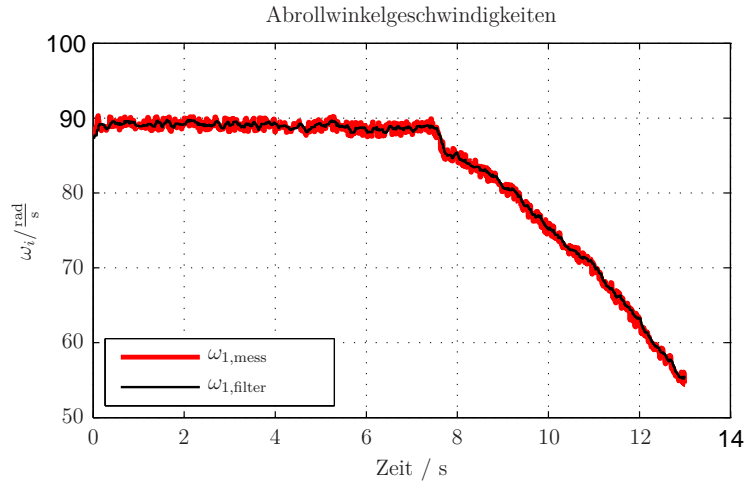
beurteilt. Dabei sind  $e_x := {}^v a_{x,\text{soll}} - {}^v a_{x,\text{ist}}$  und  $e_y := {}^v a_{y,\text{soll}} - {}^v a_{y,\text{ist}}$  die Fehler zwischen der Soll- und der Ist-Beschleunigung in Längs- und Querrichtung. Somit ist  $j$  angelehnt an das Kriterium  $c_a^\circ$  aus Gleichung 1.1. Im Kriterium  $j$  kumuliert im Unterschied zu  $c_a^\circ$  der Fehler in den Beschleunigungen über die Zeit. Das Kriterium  $c_a^\circ$  beurteilt hingegen den gewichteten Ruckfehler zu einem Zeitpunkt. Das negativ semidefinite Kriterium  $j$  wird kleiner, wenn der Fehler in den Beschleunigungen größer wird. Ein Optimierungsalgorithmus variiert die Parameter der modellierten Störungen, sodass  $j$  minimal wird. Dadurch werden die Parameter in ihrem Wertebereich so ermittelt, dass die Fahrzeugbewegung nach dem Kriterium am weitesten von der Vorgabe abweicht.

Der Schätzer bestimmt die in Tabelle 9.1 aufgeführten Größen. Diese werden um den zeitinvarianten Faktor  $k_i$  skaliert, um den Schätzfehler zu modellieren. Eine Größe  $\alpha$  ermittelt der Optimierer zu  $\alpha_s$  abhängig von dem realen Wert der Größe  $\alpha_{\text{ist}}$ :

$$\alpha_s = k_i \cdot \alpha_{\text{ist}}.$$

Nach der zeitlichen Diskretisierung der gestörten Messgrößen werden sie zusätzlich mit gleichverteiltem, stochastischem Rauschen überlagert. Die Amplitude dieses Rauschens ist jeweils dem mittleren Betrag der Messgröße über die Zeit angepasst. Anschließend werden die gestörten Signale gefiltert und so ein Teil des Rauschens unterdrückt. Abbildung 9.1 zeigt die Signale einer Abrollwinkelgeschwindigkeit vor und nach der Aufbereitung. Durch Mittelwertbildung über die letzten sieben Abtastwerte des Sensorsignals wird die Amplitude des Rauschens verringert. Dabei wird aber auch eine Verzögerung in das Signal eingeführt. Der Optimierungsalgorithmus SQP ermittelt die Faktoren  $k_i$ , um  $j$  zu minimieren. Die Faktoren  $k_i$  dürfen Werte in jeweils dem Bereich  $0,8 \leq k_i \leq 1,2$





**Abbildung 9.1:** Verrauschte, aufbereitete und mit einem relativen Fehler beaufschlagte Abrollwinkelgeschwindigkeiten. Die Schwingungen in den Größen gehen auf die gleichverteilten, stochastischen Fehler der Sensordaten zurück. Durch die Aufbereitung der Sensordaten wird die Amplitude des Rauschens deutlich verringert. Hierdurch wird aber eine Totzeit in das Signal eingeführt.

	Gestörte Größe	Beschreibung	Wert Worst-Case
$k_1$	$v$	Betrag der ebenen Fahrzeuggeschwindigkeit	0,8
$k_2$	$\mathbf{f}_z$	Radaufstandskräfte	0,96
$k_3$	$\dot{\mathbf{f}}_z$	Radaufstandskraftrate	0,8
$k_4$	$\boldsymbol{\omega}$	Abrollwinkelgeschwindigkeiten	0,8
$k_5$	$\mathbf{k}_{sxy}$	Schlupfsteifigkeiten	1,01
$k_6$	$v_{\text{start}}$	Startgeschwindigkeit	1,2

**Tabelle 9.1:** Liste der gestörten Schätzgrößen. Die Parameter  $k_i$  werden multiplikativ auf den Ist-Wert der jeweiligen Größe aufgeschaltet, um den Wert im Schätzer zu ergeben. Der größte Beschleunigungsfehler ergibt sich in dem simulierten Manöver für die Werte in der letzten Spalte.

annehmen. Für jedes  $k_i$  ist  $k_i = 1$  Startwert der Optimierung. Das Ergebnis ist in Tabelle 9.1 in der Spalte *Wert Worst-Case* dargestellt.

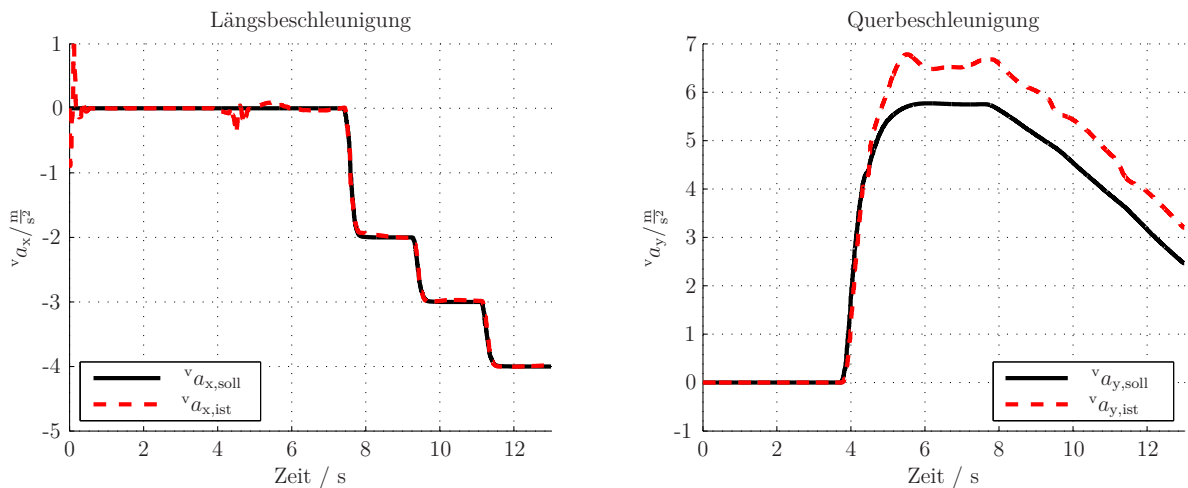
Auch kann die Geschwindigkeit  $v$ , mit der das Fahrzeug in das Manöver einfährt, im Bereich  $69 \frac{\text{km}}{\text{h}} \leq v \leq 104 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  variiert werden. Höhere Geschwindigkeiten müssen für das ROMO auf Grund seiner erreichbaren Höchstgeschwindigkeit nicht berücksichtigt werden. Die Optimierung ermittelt den Wert  $v = 104 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  durch  $k_6 = 1,2$ , für den die Bewegungsanforderung schlechtestmöglich umgesetzt wird.

Neben den in der Tabelle aufgeführten Größen sind auch die Schätzungen der Reibbeiwerte  $\boldsymbol{\mu}$  in der diskutierten Simulation indirekt mit den Größen  $\mathbf{f}_z$  und  $\mathbf{k}_{sxy}$  gestört.

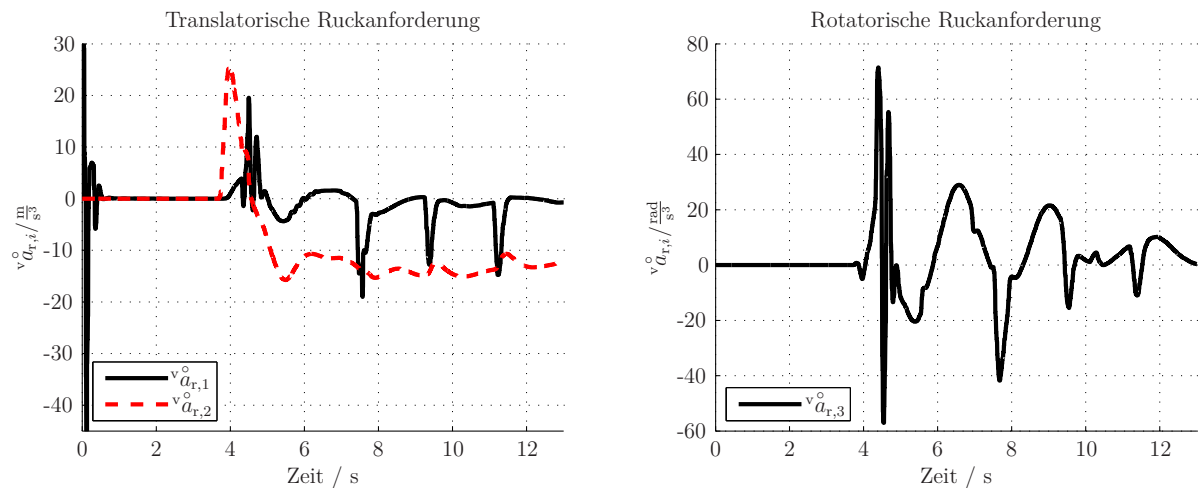
Mit den Ergebnissen der Optimierung wird die Simulation aus Abschnitt 8.2 wiederholt. Mit den eingeführten Störungen und der neuen Startgeschwindigkeit ergibt sich das Kriterium zu  $j^* = -3,200 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$ . Es verschlechtert sich um 4662% gegenüber Abschnitt 8.2. Mit derart parametrisierten Störungen bewegt sich das Fahrzeug über die Simulation mit den in Abbildung 9.2 dargestellten Beschleunigungen.

Um die Bewegungsanforderung umzusetzen, wird in der Simulation die in Abbil-





**Abbildung 9.2:** Soll- und Ist-Quer- und Längsbeschleunigung für die gefahrene Variante des Manövers ISO 7975 mit gestörten Schätzgrößen. Trotz des relativen Fehlers zwischen der tatsächlichen und den geschätzten Größen von bis zu 20% folgt die Ist-Beschleunigung in guter Näherung der Vorgabe.



**Abbildung 9.3:** An das inverse Modell gestellte Ruckanforderung über das Fahrmanöver. Die Verläufe sind nicht glatt, da der äußere Regelkreis durch einen zusätzlich kommandierten Ruck die Fehler der Inversion kompensiert.

Abbildung 9.3 gezeigte Ruckanforderung bestimmt. Sie entspricht in etwa jener aus Abschnitt 8.2.

Nichtgestörte Größen in der Simulation sind die ebenen Beschleunigungen  $\dot{\mathbf{y}}$ . Diese Größen werden aber an zwei Stellen in der Regelung zurückgeführt: Zum einen ist der äußere Regelkreis auf ihrer Ebene geschlossen, zum anderen gehen sie in die Gleichung des inversen Modells (4.15) ein. Damit wirken Störungen in diesen Größen direkt auf die Qualität der Regelung.

Das Fahrzeug folgt auch in vorliegendem Abschnitt der Beschleunigungsvorgabe in guter Näherung. Die Hypothese (H8) hält damit der Überprüfung stand. Durch Steigern der Verstärkungen der proportionalen Beschleunigungsrückführung beziehungsweise Einführen eines I-Gliedes im äußeren Regelkreis könnten die Regelungsfehler weiter reduziert werden.

Die proportionale Rückführung kann stationär Fehler kompensieren, da der Regelkreis

wegen der Inversion auf Ruckebene bereits integrierendes Verhalten aufweist.

Mit diesen Ergebnissen wird Hypothese (H8) bestätigt.

## 10 Diskussion, Fazit und Ausblick

Dieser Abschnitt fasst das entwickelte Konzept zusammen, diskutiert es, zieht ein Fazit und gibt Ausblick auf weitere Entwicklungen. Ebenfalls wird das Standhalten der wissenschaftlichen Hypothese aus der Einleitung anhand der Ergebnisse überprüft und damit der Bogen zur Einleitung und um die gesamte Arbeit geschlagen.

### 10.1 Allgemeine Diskussion

Das Gesamtregelungskonzept teilt die Regelungsaufgabe in zwei weitgehend unabhängige Teilaufgaben, die von getrennten Komponenten im Regler erreicht werden sollen. So sind ein inverses Modell und ein Hilfsgrößenwähler Teile der iFR.

Das inverse Modell gestattet Kopplungen, wie sie beispielsweise durch ein Achsdifferenzial entstehen, zu berücksichtigen. Dazu wird die Inversion auf Ruck- also Beschleunigungsänderungsebene durchgeführt. Durch die Inversion auf dieser Ebene kann das vorliegende Regelungskonzept sowohl in Versuchsträgern, wie dem ROMO, als auch in heutigen Serienfahrzeugen angewendet werden. Weiterhin gestattet sie das Berücksichtigen der Trägheit der Räder und damit eine präzisere Modellierung der Fahrdynamik. Dies ist möglich, da durch die Inversion auf dieser Ebene die Drehmomente der Brems- beziehungsweise Antriebsaktuatoren die vom inversen Modell ermittelten Größen sind. Dies gestattet auch, Qualitäten der Aktuatoren, wie zum Beispiel Drehmomentbegrenzungen im Gesamtregler zu berücksichtigen. Dagegen eine Inversion auf Beschleunigungsebene unter Berücksichtigung der acht ebenen Reifenkraftkomponenten würde voraussetzen, dass diese entkoppelt und ohne Zeitverzug einstellbar wären. Dies ist in vielen Fahrzeugkonfigurationen nicht gegeben.

Grundlage des inversen Modells ist das für die Inversion entwickelte Entwurfsmodell. Durch dessen Gestalt kann das inverse Modell schnell ausgewertet werden, da, nicht wie beim Zweispurmodell dessen Ausgangsgröße die ebene Fahrzeugposition dreimal bis zum Ruck, sondern die Ausgangsgröße des Entwurfsmodells nur einmal nach der Zeit differenziert werden muss. Weiterhin wurde das Entwurfsmodell so konzipiert, dass sich die Eingangsgrößen des inversen Modells aus bekannten Mess- beziehungsweise Schätzgrößen zusammensetzen und diese möglichst direkt und nicht über ein Teilmodell im Entwurfsmodell auf die Fahrzeugbeschleunigung wirken. Auch wurde das Entwurfsmodell in Modelica derart formuliert, dass eine Inversion mit Modelica bei gleichzeitiger Rückführung der *Zustandsgrößen* des Entwurfsmodells vom Fahrzeug möglich ist. Zudem gestattet das Entwurfsmodell eine Rekonfiguration des inversen Modells zur Laufzeit um auf Aktuatorausfälle angepasst zu werden und vorhandene Regelungssysteme, wie unter anderem ABS, in die iFR integrierbar zu machen.

Durch die vorliegende Hilfsgrößendefinition ist die Hilfsgrößenwahl nur und auch dann nur gegebenenfalls sicherheitsrelevant, sofern mindestens ein Reifen an seiner Kraftschlussgrenze betrieben wird. Dadurch können aus Sicherheitsgründen und sofern eine

geeignete Rückfalllösung bereitgestellt wird, Ansätze verfolgt werden, die nicht garantiert in deterministischer Zeit auf eine Lösung konvergieren. Dies ermöglicht unter anderem die Verwendung eines auf Modellprädiktion und nichtlineare Optimierung beruhenden Ansatzes. Dieser kann gegebenenfalls eine bessere Lösung bestimmen, als der deutlich weniger rechenintensive und vorliegend vorgeschlagene heuristische Ansatz. Auch der heuristische Ansatz liefert jedoch qualitativ gute Ergebnisse, wie die durchgeführte Simulation nahelegt. Weiterhin bleibt durch die relative Hilfsgrößendefinition für die Drehmomentverteilung auch bei Veränderung der Bewegungsanforderung länger Optimalität der Verteilung erhalten. Aus diesem Grund dürfen auch seltener als mit absoluten Hilfsgrößen neue Hilfsgrößen ermittelt werden. Dies gestattet entweder das Implementieren rechenintensiverer Ansätze oder den Einsatz einer weniger rechenkräftigen Recheneinheit. Die genannte relative Hilfsgrößendefinition zur Drehmomentverteilung gestattet weiterhin dem inversen Modell das Stellen eines verschwindenden Antriebsbeziehungsweise Bremsmoments an jedem Rad ungeachtet der aktuellen Hilfsgrößenwahl. Auch dies steigert die Sicherheit.

Die Hilfsgrößen zur Lenkwinkelratenparametrierung wirken durch Vorgabe einer Referenz-Lenkwinkeldifferenz auf die Lenkwinkel. Dieser wird von einem unterlagernten Lenkwinkelregler im inversen Modell eingeregelt. So besitzen auch die Hilfsgrößen für die Lenkwinkelraten keinen direkten Durchgriff auf die Stellgrößen. Dies und der nicht-vorhandene direkte Durchgriff der Hilfsgrößen auf die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente macht die Hilfsgrößenwahl weniger sicherheitskritisch als die Interpretation der Hilfsgröße für die Lenkwinkelverteilung als Lenkwinkelrate, und gestattet damit auch in dieser Hinsicht den Einsatz schwächer abgesicherter Methoden zur Hilfsgrößenwahl.

Die Hilfsgrößendefinition gestattet den Ansatz zur Hilfsgrößenwahl zu verändern, ohne dabei das inverse Modell anzupassen. Dies erleichtert die Arbeit während der Entwicklung:

Vorliegende Arbeit schlägt mit  $c_{\eta}$  weiterhin ein modifiziertes Kriterium zur Bewertung des Erreichens des sekundären Ziels vor. Dieses Kriterium ist gleichzeitig im gesamten Betriebsbereich der Reifen anwendbar und entspricht in deren stabilen Bereichen dem physikalisch relevanten Kriterium des Ausnutzungsgrades des Kraftschlusspotentials  $\eta$ . Somit kann ungeachtet des aktuellen Betriebsbereichs eines Reifens dieses Kriterium für die Optimierung herangezogen werden.

Die Erkenntnis der zentralen Bedeutung zumindest in der ersten zeitlichen Ableitung richtig geschätzter reifenlängskraftinduzierter Drehmomente für die Stabilität der Regelung führt zur Definition dieser Größe als Eingangsgröße des Entwurfsmodells. Somit müssen diese Drehmomente vom Schätzer qualitativ richtig ermittelt werden. Im Schätzer ist dazu ein Ansatz implementiert, der auf die Anforderung vom inversen Modell zurückgreift. So können die Größen in hinreichender Güte ermittelt werden, während Schätzansätze, die auf Messgrößen zurückgreifen schon in der Simulation scheitern. Für die Reibbeiwertschätzung zwischen Reifen und Straße kann der Schätzer auf vorhandene Ansätze aus dem Stand der Technik, wie beispielsweise in ABS-Steuergeräten implementiert, zurückgreifen. Insgesamt sind lediglich im ROMO vorhandene Messgrößen Eingangsgrößen des Schätzers.

Der äußere Regelkreis kompensiert Fehler aus der Steuerung durch das inverse Modell. Die Verstärkungen des Regelkreises legen dabei nur die Dynamik fest, mit der diese Fehler kompensiert werden. Die Dynamik der Anforderung selbst legt ein dem äußeren Regelkreis vorgelagerter Filter fest, in den auch bekannte Stellgrößenbeschränkungen eingehen können. Für das simulierte Fahrmanöver wird mit dem Ergebnis der Simulation nachgewiesen, dass der Regelkreis zum einen die Fehler in der Umsetzung der Bewegungsanforderung kompensiert und zum anderen, dass durch den Filter die Dynamik der Beschleunigungsanforderung geeignet an die Aktuatoren im Fahrzeug angepasst werden kann.

Auch der schnelle Regler, der im Rahmen der iFR Teil des abgetasteten Reglers ist, belegt in der Simulation in vorliegender Arbeit, dass er erfolgreich innerhalb eines Abtastschrittes die kommandierten Drehmomente anpasst.

Insgesamt gestattet der modulare Aufbau der iFR, Teilkomponenten ihrer zu tauschen, während der verbleibende Regler dadurch unberührt bleibt. Dies erleichtert die Entwicklungsarbeit.

Hinsichtlich der Implementierung in Modelica ermöglicht der vorliegende Ansatz das Erzeugen eines inversen Modells ohne eigene Zustandsgrößen. Dadurch sind alle Größen des inversen Modells Eingangsgrößen. Dies wird erreicht, indem nicht der Modelica-Compiler zur Inversion angewiesen, sondern ein Entwurfsmodell als Funktion implementiert, numerisch differenziert und manuell invertiert wird.

## 10.2 Vorteile und Einschränkungen

Folgend werden die Stärken des vorgeschlagenen Ansatzes zusammengefasst:

### **Rechentechnisch schnell auswertbar**

Der Rechenaufwand für das Auswerten des inversen Modells und die heuristische Hilfsgrößenwahl stellt eine realistische Anforderung an das Rechensystem im ROMO dar. Dies belegt der Umstand, dass die vorgeschlagene iFR als Autosar-Komponente in einem HiL-Prüfstand erprobt werden konnte. Dabei wurde auf einen Rechner für die Autosar-Komponente zurückgegriffen, der im ROMO installiert ist.

### **Transparenter Ansatz**

Der Regelungsansatz ist transparent. Jedes seiner Teilsysteme erfüllt eine klar abgrenzbare Aufgabe. Die Reglerparameter sind unabhängig voneinander auslegbar. Auch der äußere Regelkreis, der zum Beispiel als proportionale Rückführung implementiert werden kann, besitzt wegen der erreichten Entkopplung der Komponenten der ebenen Fahrzeugbeschleunigungen anschauliche Verstärkungen.

### **Nur bereits verfügbare Schätzgrößen zu den Arbeitspunkten der Reifen**

Die vorgeschlagene iFR benötigt nur qualitative Kenntnis über die jeweils aktuellen Arbeitspunkte der Reifen in ihrem Kraft-Schlupf-Kennfeld.

### **Überlagerung von Stellgrößen des Fahrers**

Die iFR kann Störungen in den Stellgrößen berücksichtigen. Daher könnte das Re-

gelungskonzept auch dann eingesetzt werden, wenn der Fahrer weiterhin Durchgriff auf die Lenkung oder auf die Raddrehmomente besäße.

### **Aktuatorbeschränkungen berücksichtigbar**

Aktuatorbeschränkungen und Beschränkungen des Kraftschlusspotentials werden berücksichtigt. Dies geschieht durch modellbasierte Beschränkung der Bewegungsanforderung und durch eine geeignete Stellgrößenallokation.

### **Vorhandene Stabilisierungsansätze für die Reifen einbindbar**

Bereits vorhandene und erprobte Ansätze zum Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihre stabilen Betriebsbereiche, wie beispielsweise ein ABS oder ein Antriebs-Schlupf-Regelungssystem, können in das vorgeschlagene Fahrdynamikregelungssystem integriert werden. Dabei könnten diese Ansätze ein Teil der iFR beziehungsweise ihre Eingriffe damit von diesem berücksichtigt werden.

### **Vorhandene Systeme können koexistent von der iFR getrennt bleiben**

Die Systeme aus dem Stand der Technik, wie beispielsweise ABS und ESP, sind hochintegriert und hochentwickelt. Damit ist es nur sehr eingeschränkt möglich, sie von Grund auf neu zu entwickeln und einen vergleichbaren Stand hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit zu erreichen. Weiterhin sollten sie über eine hydraulische Anbindung nahe an den Stellgliedern verbaut werden, um eine hohe Geschwindigkeit der Eingriffe gewährleisten zu können. Zudem wird voraussichtlich die Zulieferindustrie deren Logik nicht soweit offenlegen, dass die Systeme als Telesysteme in der iFR aufgehen könnten. Die iFR ermöglicht aber, derartige Systeme koexistent vorhanden sein zu lassen und ist dennoch in der Lage, ihre Wirkung auf die Fahrzeugbewegung zu berücksichtigen. Dazu müssen dem inversen Modell lediglich die zusätzlich kommandierten Stelleingriffe, dargestellt als Antriebs- oder Bremsmoment oder als Lenkwinkelraten zugeführt werden.

### **Entwurfsmodell hinsichtlich relevanter Eingangsgrößen**

Die Funktion des Entwurfsmodells und damit auch sein inverses Modell besitzen nur Argumente, die direkt für die Fahrzeugbeschleunigung von Bedeutung sind. Demgegenüber bildet das Zweispurmodell Zwischengrößen, wie zum Beispiel den Wank- oder Nickwinkel über unter anderem die Radlasten auf die übertragbaren ebenen Reifenkräfte und mit weiteren Größen letztendlich auf die Fahrzeugbeschleunigung ab. Diese Zwischengrößen müssen einem derartigen inversen Modell zugeführt werden. Also sind sie aus den für die Beschleunigung relevanten Größen zu rekonstruieren. Dies ist mit dem vorliegenden Entwurfsmodell nicht nötig. Zum Beispiel sind die Radaufstandskräfte Eingangsgrößen des inversen Entwurfsmodells. Sie können diesem also direkt übergeben werden. Hingegen besitzt ein inverses Modell auf Basis des Zweispurmodells, die vertikalen Zustandsgrößen des Fahrzeugs als Eingangsgrößen, aus denen es die Radlasten errechnet.

### **Kopplungen modellierbar**

Durch die Drehmomente und Lenkwinkelraten als Stellgrößen können Kopplungen, wie beispielsweise mit einem Achsdifferenzial oder einer Ackermannlenkung

verbunden, modelliert werden.

### **Priorisierung der Aufgabe der Umsetzung der Bewegungsanforderung**

Durch die Teilung der Gesamtaufgabe in den vom inversen Modell übernommenen Teil und den der Hilfsgrößenwahl wird das Umsetzen der Bewegungsanforderung und damit die sicherheitsrelevante Aufgabe priorisiert. Diese Trennung erfolgt im fahrdynamischen Grenzbereich jedoch nur eingeschränkt.

### **Lediglich bestmögliche Umsetzung der Bewegungsanforderung**

Das inverse Modell bestimmt Stellgrößen, die die Bewegungsanforderung *bestmöglich* hinsichtlich einer 2-Norm des Beschleunigungsfehlers umsetzen lassen. Es fordert aber keine exakte Umsetzung, sofern dies physikalisch nicht möglich ist.

### **Sekundäres Ziel über gesamte Zeit betrachtet**

Das Kriterium des sekundären Ziels soll über die gesamte Zeit des Fahrmanövers und nicht nur zu einem prädierten Zeitpunkt minimiert werden. Durch diese Verbreiterung des betrachteten Zeitfensters kann ein globales Optimum erreicht werden.

### **Schnittstelle zwischen Bewegungsanforderung und Stellgrößen**

Die iFR stellt eine Schnittstelle zwischen der Bewegungsanforderung und den Stellgrößen des Fahrzeugs dar.

### **Optimierungsaufgabe vereinfacht**

Soll das sekundäre Ziel durch Lösen eines Optimierungsproblems erreicht werden, muss bei der Optimierung die Umsetzung der Bewegungsanforderung nur untergeordnet berücksichtigt werden. Durch die Hilfsgrößenwahl muss das Umsetzen der Bewegungsanforderung lediglich ermöglicht werden, sofern dies physikalisch erreichbar ist. Dies vereinfacht das Auffinden einer Lösung.

### **Sekundäres Ziels nur im fahrdynamischen Grenzbereich sicherheitsrelevant**

Das Erreichen des Ziels der Reduzierung der Ausnutzungsgrade der Kraftschlußpotentiale ist mit der im letzten Punkt erläuterten Einschränkung nicht sicherheitsrelevant. Damit können hierfür auch Ansätze verfolgt werden, die nicht garantiert in deterministischer Zeit konvergieren.

### **Anwendbarkeit auf verschiedene Fahrzeugkonfigurationen**

Die iFR kann auf eine Vielzahl verschiedener Fahrzeugkonfigurationen angewendet werden. Dazu muss lediglich das Entwurfsmodell und in diesem oft nur die Matrizen  $\mathbf{U}_\tau$  beziehungsweise  $\mathbf{U}_\delta$  angepasst werden.

### **Rekonfigurierbarkeit**

Durch Anpassen der Matrizen  $\mathbf{U}_\tau$  beziehungsweise  $\mathbf{U}_\delta$  des Fahrzeugmodells während der Fahrt kann die iFR rekonfiguriert werden. Damit besteht die Möglichkeit auf einen Aktuatorausfall zu reagieren.

### **Inbetriebnahmeprotokoll**

Die iFR kann sukzessive in Betrieb genommen werden. Das inverse Modell kann



mit konstanten Schätzgrößen mit dem Fahrzeug gekoppelt, anschließend dem inversen Modell Schätzgrößen zugeführt, der äußere Regelkreis geschlossen und im letzten Schritt die Hilfsgrößenwahl in Betrieb genommen werden.

### **Regelungskonzept von Güte der Schätzgrößen unabhängig**

Ist ein Regelungsansatz definiert, zum Beispiel die Rückführung eines Reifens in seinen stabilen Betriebsbereich, kann anschließend ohne Veränderung des Ansatzes die Güte von Schätzgrößen, wie dem Reibbeiwert zwischen Reifen und Straße, verbessert werden.

### **Keine lokale Reifenkraftregelung**

Das Kommandieren einer veränderten, ebenen Reifenkraft geschieht durch Stellgrößen, bestimmt von der iFR und nicht von einem unterlagerten Reifenlängsbeziehungsweise -querkraftregler. So berücksichtigt die Gesamtregelung die Wirkung von Kraftänderungen auf die Fahrzeugbeschleunigung. Lokale Regler führen, unabhängig vom übergeordneten System, keine weitere Dynamik in die Fahrzeugbewegung ein, da diese nicht vorhanden sind.

### **Schätzansatz für $\tau_{\text{fahrbahn}}$**

Der vorgeschlagene Schätzer der reifenlängskraftinduzierten Raddrehmomente  $\tau_{\text{fahrbahn}}$  benötigt einerseits keine zusätzlichen Sensoren im Fahrzeug und zeichnet sich andererseits durch eine Drehmomentschätzung aus, die die Stabilität des Regelungsansatzes verbessert.

Die vorgeschlagene iFR besitzt die folgenden Einschränkungen:

### **Primäre und sekundäre Aufgabe nicht vollständig entkoppelt**

Die primäre und sekundäre Regelungsaufgabe, also das Umsetzen der Bewegungsanforderung und das Steigern der Fahrsicherheit, sind miteinander verkoppelt, sofern sich das Fahrzeug in seinem fahrdynamischen Grenzbereich befindet. Sofern Reifen nahe am Betriebspunkt maximal übertragbarer ebener Reifenkraft betrieben werden, kann an diesem ein weiteres Ansteigen des Reifenkraftbetrages kaum erzielt werden. Dies wird aber vom inversen Modell nicht abgebildet, da für die Inversion das Fahrzeugmodell am jeweiligen Arbeitspunkt linearisiert wird. Die iFR kann mit diesen Betriebspunkten durch die geeignete Wahl von Hilfsgrößen umgehen, indem sie die Hilfsgrößen geeignet wählt. Somit ist auch die Hilfsgrößenwahl im fahrdynamischen Grenzbereich sicherheitsrelevant.

Dieses Problem kann beispielsweise gelöst werden, indem das inverse Modell selbst die Hilfsgrößen an derartigen Betriebspunkten beeinflusst oder bei der Modellinversion nicht auf Linearisierung zurückgegriffen wird.

### **Kriterium des sekundären Ziels nur Maximum über Zeit**

Es ist zu erwarten, dass die Formulierung des sekundären Ziels, also Reduzierung der Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale, nicht für jede Anwendung ausreicht. Das vorgeschlagene Kriterium fokussiert nur auf den größten Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials über die gesamte Zeit, beispielsweise beim

aufgezeigten modellprädiktiven Ansatz über den Prädiktionshorizont. Wird ein langer zeitlicher Horizont betrachtet, kann es notwendig werden das Kriterium um einen Anteil zu ergänzen, der den mittleren maximalen Ausnutzungsgrad über die Zeit bewertet.

### **Unerwünschte Schaltvorgänge**

Das Halten beziehungsweise Führen der Reifen in ihren stabilen Betriebsbereich ist durch ein Umschalten im inversen Modell abgebildet. Ein Ansatz, der zum einen keinen Schaltvorgang beinhaltet und zum anderen auch die Reifen schon durch das inverse Modell von ihren instabilen Betriebsbereichen entfernt hält, wäre vorzuziehen. Durch diese Schaltvorgänge geraten die Lenkwinkel und die Abrollwinkelgeschwindigkeiten mit dem vorgestellten Ansatz im Grenzbereich gegebenenfalls in Grenzyklen.

## **10.3 Fazit**

Insgesamt beweist die vorliegende iFR in den durchgeführten Simulationen und der Worst-Case-Analyse, dass sie in den betrachteten Fällen zur Stellgrößenbestimmung geeignet ist. Die ermittelten Stellgrößen lassen das Fahrzeug die Bewegungsvorgabe umsetzen, die die Ausnutzungsgrade der Kraftschlusspotentiale minimieren. Auch der vorgeschlagene Schätzer ermittelt aus den, im realen Versuchsträger vorhandenen, Messgrößen, die zur Inversion benötigten Schätzgrößen. In der Simulation erweist sich die iFR gegenüber Fehlern, in den Mess- und Schätzgrößen als tolerant. Die Regelung konnte weiterhin erfolgreich in einem Abtastsystem implementiert und, wie der folgende Unterabschnitt zeigt, in einer interaktiven Simulation eingesetzt werden. Die wissenschaftliche Hypothese dieser Arbeit wird damit bestätigt. Die Ergebnisse legen zudem nahe, dass die entwickelte iFR in einem realen Fahrzeug eingesetzt werden kann.

Auch da die iFR sowohl an den Versuchsträger ROMO als auch an Fahrzeuge angewendet werden kann, die durch Kopplungen in ihren Freiheitsgraden und Stellmöglichkeiten restringierter sind, sollte der Ansatz weiter untersucht werden.

Reifen, die sich in den jeweils stabilen Bereichen ihres Kraft-Schlupf-Kennfelds befinden, weisen einen monotonen Zusammenhang zwischen Schlupf und ebener Reifenkraft auf. Das bedeutet, dass eine Schlupfsteigerung zu einer Kraftsteigerung führt. Jedoch ist diese nicht proportional, da die Kraftänderung über die Schlupfänderung von der Lage des aktuellen Arbeitspunktes im genannten Kennfeld abhängt. Diese arbeitspunktabhängige Verstärkung kann von vorliegender iFR im Rahmen der exakten Modellinversion berücksichtigt werden. Wegen dieses monotonen und in Näherung sogar linearen Kraft-Schlupf-Zusammenhangs führt die arbeitspunktabhängige Linearisierung vor der Inversion auch nicht dazu, dass mit großen und gegebenenfalls energetisch suboptimalen Stelleingriffen der Strecke ein lineares Verhalten aufgeprägt würde. Weiterhin berücksichtigt das vorgeschlagene inverse Modell die Gesamtheit aller Stellmöglichkeiten hinsichtlich der Wirkung auf die Fahrzeugbewegung bei der Stellgrößenbestimmung. So kann mit gewählten Ansatz in dieser Hinsicht das fahrdynamische Potential weitgehend ausgeschöpft werden.



Die Nichtlinearitäten der Strecke müssen aber wegen der instabilen Bereiche der Kraft-Schlupf-Kennfelder und wegen des gewählten sekundären Ziels berücksichtigt werden. Daher ist es ein Vorteil des vorliegenden Konzepts, dass zum einen nichtlineare und gegebenenfalls optimierungsgestützte Ansätze zur Hilfsgrößenwahl angewendet und bei Bedarf für einzelne Räder über die letzten Jahre optimierte und erprobte Regelungsansätze des Stands der Technik eingesetzt werden können.

## 10.4 Ausblick

In nächsten Schritten soll die vorgeschlagene iFR im Versuchsträger ROMO implementiert werden. Ein erster Schritt dorthin wurde durch Nutzen der iFR in einer interaktiven Fahrsimulation am Tag der offenen Tür 2012 des DLRs in Oberpfaffenhofen bereits der Öffentlichkeit vorgestellt, vergleiche Hypothese (H11): Das Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt entwickelt einen robotischen Bewegungssimulator. Ein Pilot kommandiert in diesem Bewegungssimulator durch Eingaben an einer Mensch-Maschine-Schnittstelle (*HMI*) ein Simulationsmodell. Die interaktive Simulation kann zum Beispiel ein Flugzeug oder ein Straßenfahrzeug abbilden. Die Bedienelemente der HMI sind in einer am Roboter angebrachten Kanzel montiert. In dieser befindet sich neben dem Piloten auch eine Projektionsfläche für die virtuellen Kamerabilder aus der Simulation. Während der Simulation wird an den robotischen Bewegungssimulator die im Modell simulierte Beschleunigung des Fahrerarbeitsplatzes übermittelt. Der Roboter bewegt die Kanzel mit dem Piloten so, dass für ihn der Beschleunigungseindruck entsprechend der Simulation entsteht. Dies geschieht einerseits durch Beschleunigen der Kanzel im Arbeitsraum des Roboters und andererseits durch Verkippen der Kanzel gegen die Erdbeschleunigung. Abbildung 10.1 zeigt die beschriebene Kopplung des Simulationsmodells mit der HMI und dem Bewegungssimulator in Form eines Strukturbildes.

Am 21.10.2012 lud das DLR in Oberpfaffenhofen zum Tag der offenen Tür ein. Die Besucher konnten in einen am Boden aufgebauten Fahrerarbeitsplatz das Bewertungsmodell des ROboMObils in einer interaktiven Simulation durch eine virtuelle Landschaft des Umlandes dirigieren. Die simulierte Beschleunigung des Fahrerarbeitsplatzes wurde, wie beschrieben, von dem Roboter abgebildet. An ihm war eine, aus Sicherheitsgründen unbemannte, Kanzel montiert.

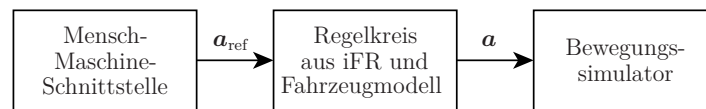
Kommandiert der Fahrer durch seine Eingabe an der HMI einen Vorderachslenkwinkel und ein Antriebs- beziehungsweise Bremsmoment, so verliert der ungeübte Fahrer schnell die Kontrolle über das Fahrzeug. Dieser Befund wurde von der Arbeitsgruppe um den Bewegungssimulator nicht weiter quantifiziert. Wegen dieses möglichen Kontrollverlustes sollte die iFR die Fahrt stabilisieren und die Simulation auch für ungeübte Fahrer beherrschbar machen.

In Abbildung 10.2 ist der robotische Fahrsimulator auf seiner Linearachse zu sehen. Abbildung 10.3 zeigt die Kanzel mit dem Fahrerarbeitsplatz. Die Fotos 10.4 und 10.5 zeigen den mit Besuchern besetzten Fahrerarbeitsplatz am Boden.

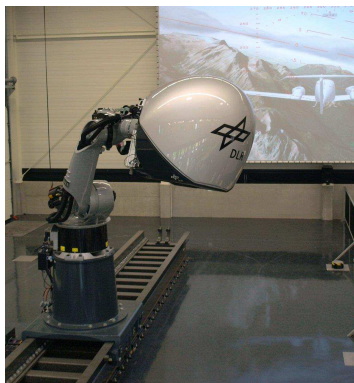
Der gesamte Versuchsaufbau wurde am Tag der offenen Tür von mehreren hundert Gästen besucht. Die Fahrsimulation brach über den gesamten Tag, das heißt über meh-

rere Stunden, nicht ab. Das Fahrzeug folgte stabil den Vorgaben der Fahrer. Unter den Fahrern befanden sich viele Kinder wie auch geübte Fahrer, die aber nicht mit Fahrsimulationen vertraut waren.

Dieser Befund ermutigt das Implementieren der iFR im realen Fahrzeug. Dazu können unabhängig der Schätzer, das inverse Modell, der Hilfsgrößenwähler und der äußere Regelkreis in Betrieb genommen, deren Ergebnisse auf Plausibilität überprüft, die Komponenten verbunden und anschließend Stellgrößen aus der iFR dem Fahrzeug aufgeschaltet werden. Die Parameter des Systems müssen dazu vor und während der Versuche dem realen Fahrzeug angepasst werden.



**Abbildung 10.1:** Kette aus der in der Fahrerkanzel erzeugten Bewegungsanforderung, der Fahrsimulation und dem Bewegungssimulator.



**Abbildung 10.2:** Bewegungssimulator: Roboter auf Linearachse. Der Roboter bewegt die Kanzel, in der sich der Pilot befinden kann, Quelle: [www.dlr.de](http://www.dlr.de), Lizenz: CC BY 3.0.



**Abbildung 10.3:** Bewegungssimulator: Roboterkanzel mit Pilotenarbeitsplatz. Die Bewegungsvorgabe wird in der gezeigten Variante durch einen Steuerknüppel eingegeben, Quelle: [www.dlr.de](http://www.dlr.de), Lizenz: CC BY 3.0.



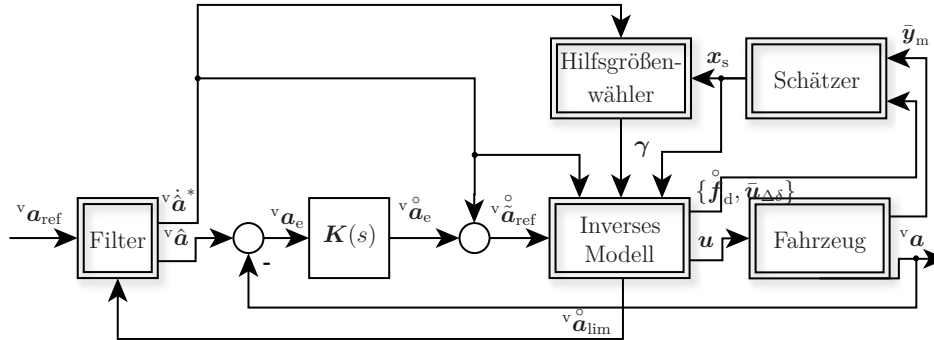
**Abbildung 10.4:** Tag der offenen Tür 2012: Blick auf Fahrerarbeitsplatz sowie den robotischen Bewegungssimulator.



**Abbildung 10.5:** Tag der offenen Tür 2012: Nahaufnahme des Fahrerarbeitsplatzes.

## A Kurzskeizze des vorliegend entwickelten Reglers

Die vorliegende iFR ermittelt durch Modellinversion Stellgrößen, um ein Fahrzeug eine



**Abbildung A.1:** Geschlossener Regelkreis aus Fahrzeug und integrierter Fahrdynamikregelung. Teile des vorgeschlagenen Reglers sind ein inverses Modell, das Stellgrößen zur Umsetzung des Referenzrucks bestimmt, ein Hilfsgrößenwähler, der das inverse Modell zur Laufzeit parametrisiert, der Schätzer der Zustandsgrößen des Fahrzeugs, ein äußerer Regelkreis und ein Filter zur Aufbereitung der Referenzbeschleunigung.

Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene umsetzen zu lassen [Köppern, 2017]. Vorgabe ist somit, wie bereits erklärt, die *ebene* Beschleunigungsanforderung. Diese Größe ist die Führungsgröße für die Gesamt-iFR aus Abbildung A.1. Der Fahrer beziehungsweise ein System zur Pfadplanung ermittelt diese Vorgabe, um das Fahrzeug einer Referenzposition und -geschwindigkeit folgen zu lassen. Dazu wird, außerhalb der iFR, die Position und die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zurückgeführt, vergleiche [Köppern, 2017].

Die Inversion geschieht nicht auf Beschleunigungs-, sondern auf Beschleunigungsänderungsebene, damit vom inversen Modell Kopplungen, beispielsweise eingeführt durch ein Achsdifferential, berücksichtigt werden können [Köppern, 2010]. Als Stellgrößen werden die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente und Lenkwinkelraten gewählt, da ein direkter Zusammenhang zwischen diesen und genannter Beschleunigungsänderung nach dem Entwurfsmodell des inversen Modells besteht. Um für die Inversion aus der Referenzbeschleunigung eine Referenzbeschleunigungsänderung bereitstellen zu können, wird die Beschleunigungsvorgabe zunächst durch Tiefpassfilterung einfach zeitlich differenzierbar gemacht. Dabei werden Stellgrößenbeschränkungen berücksichtigt, indem die vom inversen Modell, unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen ermittelte, maximal erreichbare Beschleunigungsänderung zurückgeführt und herangezogen wird. Gegebenenfalls beschränkt der Filter vor der zeitlichen Integration die Beschleunigungsänderung auf die physikalisch voraussichtlich erreichbare. Diese Vorgehensweise wird als *Pseudo Control Hedging* bezeichnet [Johnson und Calis, 2000].

Aus der Filterung resultiert neben der tiefpassgefilterten Beschleunigungsanforderung eine unüberlagerte Referenzbeschleunigungsänderung, die vorgesteuert wird. Sie wird zusätzlich mit einer Beschleunigungsrückführung, die mit der Referenzbeschleunigung in einen Regelkreis eingeht, überlagert. Somit ergibt sich die durch die Aufgabe von Stellgrößen umzusetzende Referenzbeschleunigungsänderung.

Um die Modellinversion für überaktuierte Fahrzeuge zu ermöglichen, werden die Stellgrößen in *reduzierte* Stellgrößen und *Hilfsgrößen* partitioniert. Dabei entspricht die Dimension der reduzierten Stellgrößen der Dimension der Beschleunigungsänderungsanforderung. Eine reduzierte Stellgröße kann beispielsweise das in Summe an allen vier Rädern kommandierte Antriebs- beziehungsweise Bremsmoment sein. Dieses wird, gesteuert durch Hilfsgrößen, auf die Räder des Fahrzeugs verteilt, sofern die Fahrzeugkonfiguration dies zulässt.

Unter anderem aus der Referenzbeschleunigungsänderung ermittelt das inverse Modell Stellgrößen. Diese Stellgrößen lassen das Fahrzeug die Beschleunigungsänderungsanforderung derart umsetzen, dass der Fehler zwischen der angeforderten und der nach dem Fahrzeugmodell des inversen Modells erwarteten Beschleunigungsänderung, gemessen an dessen 2-Norm, minimal wird. Neben der Bewegungsanforderung setzt das inverse Modell weiterhin genannte Hilfsgrößen sowie Schätzgrößen als bekannt voraus.

Dem inversen Modell liegt ein zu diesem Zweck entwickeltes Entwurfsmodell zu Grunde. Es ist von dem Zweispurmodell abgeleitet [Orend, 2006]. Es stellt eine Funktion dar, die für die Inversion aus Messung beziehungsweise Schätzung bekannte Argumente auf die ebene Fahrzeugbeschleunigung abbildet. Das inverse Modell differenziert diese Funktion durch Bilden von Differenzenquotienten zur Beschleunigungsänderung, setzt diese mit der Anforderung gleich und ermittelt durch Lösen eines quadratischen Optimierungsproblems die reduzierten Stellgrößen. Diese werden anschließend mit den Hilfsgrößen auf die Stellgrößen abgebildet.

Die ermittelten Stellgrößen werden anhand eines im inversen Modell implementierten Aktuatormodells beschränkt. Aus diesen bestimmt das inverse Modell die physikalisch erreichbare Beschleunigungsänderung, die wiederum an genannten Filter der Beschleunigungsanforderung rückgeführt wird.

Das inverse Modell kann dynamisch rekonfiguriert werden, da sowohl die Wirkung der Stellgrößen auf die Beschleunigungsänderung zeitabhängig verändert und die Aufgabe zusätzlicher Stellgrößen modelliert werden kann. Dadurch kann es einerseits Aktuatorausfälle berücksichtigen und andererseits Regelungssysteme wie beispielsweise ein ABS, integrieren. Da diese Systeme innerhalb des inversen Modells implementiert werden, können ihre Wirkungen auf die Fahrzeugbewegung bei der Stellgrößenbestimmung berücksichtigt werden. Durch Integration einer ASR und eines ABS kann die nach der Rückführung mit dem inversen Modell unbeobachtbar gewordene *interne Dynamik* des Gesamtsystems *geregelt*es Fahrzeug stabilisiert werden.

Die Hilfsgrößen bestimmt vor der Modellinversion ein Hilfsgrößenwähler. Durch ihre Wahl soll das sekundäre Ziel des Minimierens des maximalen Ausnutzungsgrades der Kraftschlusspotentiale der Reifen erreicht werden. Vorliegende Arbeit schlägt hierzu einen heuristischen und einen modellprädiktiven Ansatz vor. Nach dem heuristischen Ansatz werden die Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente relativ zu den maximal übertragbaren ebenen Reifenkräften an die Reifen verteilt. Weiterhin wird ein achsweiser Lenkwinkelunterschied entsprechend einer Ackermannlenkung eingestellt [Harrer und Pfeffer, 2013, Bünte et al., 2014b]. Im Falle des modellprädiktiven Ansatzes werden die Hilfsgrößen als Lösung eines Optimierungsproblems ermittelt. Dessen Kriterium wird dabei anhand einer Simulation ausgewertet.

Stellgrößen sind, wie erklärt, Lenkwinkelraten. Hinsichtlich des sekundären Ziels und der Stabilität der Gesamtregelung ist es aber von Vorteil, achsweise Lenkwinkelunterschiede zwischen linker und rechter Seite einstellen zu können. Diese Lenkwinkelunterschiede werden durch Hilfsgrößen vorgegeben. Das inverse Modell regelt sie durch einen unterlagerten Lenkwinkeldifferenzregler ein, indem es zusätzliche Lenkwinkelraten aufgibt. Auch deren Wirkung auf die Beschleunigungsänderung werden vom inversen Modell bei der Bestimmung der Stellgrößen berücksichtigt.

Ein Schätzer ermittelt für das inverse Modell und für den Hilfsgrößenwähler Schätzgrößen, wie zum Beispiel Abrollwinkelgeschwindigkeiten oder Lenkwinkel. Eine Teilkomponente dieses Schätzers ermittelt aus den vom inversen Modell geforderten Reifenlängskraftänderungen durch zeitliche Integration die Reifenlängskräfte und die durch sie induzierten Drehmomente um die Radrollachsen. Diese Schätzstrategie trägt zur Steigerung der Stabilität des geschlossenen Regelkreises bei.

Die Stellgrößen werden auf das Fahrzeug, das Teil des geschlossenen Regelkreises ist, aufgegeben.

Sofern das Regelungskonzept in dieser Arbeit zeitdiskret betrachtet wird, wird darauf explizit hingewiesen. Die abgetastete iFR wird um einen sog. *schnellen Regler* erweitert, der mit einer höheren Frequenz abgetastet wird, als die anderen Komponenten der iFR. Durch ihn kann zwischen zwei Abtastzeitpunkten auf das Ansteigen des reifenlängskraftinduzierten Raddrehmoments reagiert werden und so die gewünschte Änderung der Abrollwinkelgeschwindigkeiten in diesem Zeitabschnitt exakter erreicht werden.

Teile des skizzierten Gesamtansatzes werden unter anderem in [Krenn et al., 2013] diskutiert.

## B Stand der Technik (integrierte Fahrdynamikregelung)

In diesem Abschnitt wird zunächst der aktuelle Stand der Technik im Umfeld der integrierten Fahrdynamikregelung teilweise aufgezeigt. Davon ausgehend wird in jeweils einem Unterabschnitt die daraus gewonnene Erkenntnis und die mit vorliegender Arbeit geschlossene Lücke in ihr dargestellt.

### B.1 Bekannte Ansätze

Es existieren viele Ansätze zur iFR. Einige der in diesem Abschnitt vorgestellten Arbeiten diskutieren ebenfalls den Stand der Technik, siehe z. B. [Andreasson et al., 2006, Laine, 2007, Knobel, 2007]. Dieser Abschnitt beleuchtet eine Auswahl der Arbeiten, die Varianten der Aufgabenstellung aus der Einleitung lösen. Sie können, wie in Abbildung B.1 dargestellt, gruppiert werden. Auch in [Köppern, 2017] wird der Stand der Technik diskutiert:

Die Zielsetzung dieser Arbeit wird in keiner der folgenden Veröffentlichungen vollständig gelöst:



Die eingeführten Ansätze werden im Folgenden gruppiert, siehe auch Abbildung B.1. Einige der diskutierten Lösungen können nicht in einem Echtzeitsystem realisiert werden. Diese Ansätze sind in der Teilmenge *Offline* zusammengefasst. Andere Arbeiten gehen davon aus, die vier Lenk-, Antriebs- und Bremsfreiheitsgrade seien entkoppelt stellbar. Diese Lösungsvorschläge sind in der Teilmenge *Adressierte Zustandsgrößen entkoppelt* zusammengefasst. Darin existieren die Teilmengen *Nur Drehmomente werden gestellt* und *Alle Reifenkräfte entkoppelt stellbar*. Die Ansätze in der erst genannten Teilmenge beeinflussen entkoppelt nur die Längs- und Gierdynamik des Fahrzeugs. Auf Ebene der Teilmenge *Adressierte Zustandsgrößen entkoppelt* existiert ebenfalls die Teilmenge *Kopplungen berücksichtigt*. In dieser können einige Ansätze in der Teilmenge *Keine Raddynamik* zusammengefasst werden. Darin befinden sich Ansätze, die auf Basis eines linearen Fahrzeugmodells einen Regler entwerfen. Die Lösungsvorschläge in dieser Teilmenge gehen weiter davon aus, die Abrollwinkelgeschwindigkeiten seien direkt stellbar.

Alle vorgeschlagenen echtzeitfähigen Lösungen verändern die Aufgabenstellung, um das Fahrzeug in deterministischer Zeit zu stabilisieren. Sie sind Teilmengen der Menge *Online*.

[Gerd, 2012, Rossetter und Gerd, 2002] verbinden die Aufgabe der Fahrzeugstabilisierung und der Kompensation. Kompensation bedeutet in diesem Zusammenhang z. B., das Fahrzeug in einer Fahrspur zu halten. Damit wird eine andere als in dieser Arbeit betrachtete Aufgabenstellung gelöst. Die Arbeiten seien aber der Vollständigkeit halber erwähnt.

Es wurde in [Knobel, 2007] eine veränderte Aufgabe und diese nur für die Simulation gelöst. Das resultierende Regelungssystem ist nicht geeignet, in einem realen Fahrzeug eingesetzt zu werden. In der Arbeit wird die Kenngröße  $\zeta_{\max}$  eingeführt. Sie bezieht die Beträge der aktuellen Reifenschlüpfe auf die jeweiligen Schlüpfen, unter denen die maximale, ebene Reifenkraft auf die Straße übertragen wird. Anschließend wird der über die Reifen zu einem isolierten Zeitpunkt größte Wert für das Kriterium ausgewählt. Die Komponenten des Vektors, aus dem der größte Wert als Kriterium ausgewählt wird, sind über dem jeweiligen Reifenschlupf streng monoton. Durch Heranziehen des Schlupfes und nicht der Reifenkraft sind diese Kenngrößen komponentenweise konvex. Deswegen entfällt die Nebenbedingung, jeder Reifen müsse in seinem stabilen Betriebsbereich betrieben werden. Die betrachteten Stellgrößen sind Drehmomente und Lenkwinkel. Die Drehmomente wirken einfach verzögert auf die Fahrzeugbeschleunigung und auf das Kriterium. Daher wird die Wirkung der Stellgrößen um einen Integrationsschritt in die Zukunft prädiziert. Der Optimierungsalgorithmus *SQP* wählt nun Stellgrößen, sodass zu dem prädizierten Zeitpunkt die Bewegungsanforderung umgesetzt und das Kriterium  $\zeta_{\max}$  zum gleichen Zeitpunkt minimal wird. Das Ergebnis minimiert damit das Kriterium  $\eta_{\max} := \max_i$  nicht, da  $\zeta_{\max}$  lediglich ein ähnliches Kriterium darstellt und ausschließlich zu einem Zeitpunkt herangezogen wird.

Durch die Wahl der Stellgrößen können Kopplungen auf Drehmomentenebene, wie zum Beispiel durch ein Achsdifferenzial, berücksichtigt werden. Der Ansatz kann aber nicht auf die Echtzeitanwendung übertragen werden. Grund dafür ist, dass das Optimierungsproblem nicht garantiert in deterministischer Zeit gelöst werden kann. Jedoch nutzt die Arbeit den vorgeschlagenen Regler für die Untersuchung verschiedener Fahrzeugkonfi-

gurationen in der Simulation.

In [Kasac et al., 2008] wird ein Ziel ähnlich zu [Knobel, 2007] verfolgt. Die Vorgehensweise für die Lösung des Optimierungsproblems wird aber für die Echtzeitanwendung angepasst. Dabei soll die Konvergenz und die numerische Stabilität der Optimierung verbessert werden. Eine aus dem Maschinenlernen bekannte Methode wird auf das Problem angewandt. Die Arbeit konstatiert weiter, dass ihr vorhergehende Ansätze Beschränkungen beziehungsweise Kopplungen der Zustands- und Stellgrößen durch Strafterme in der Zielfunktion berücksichtigen. Die Variablen der Zustands- und der Stellgrößen können so als unabhängige Variablen behandelt werden. Auch die Berechnung des Gradienten der Kostenfunktion sei, so die Arbeit, *einfach*. Als Nachteil dieses Ansatzes wird langsame Konvergenz und hohe Sensitivität gegenüber Parametern der Optimierung benannt. Die Abhängigkeiten in den Zustands- und Stellgrößen werden für die Optimierung geeignet formuliert. Der *backpropagation-through-time*-Algorithmus löst das in der Arbeit formulierte Optimierungsproblem. Durch diesen Ansatz steigt der zur Lösung notwendige Rechenaufwand. Gleichzeitig wird aber auch die numerische Stabilität und die Konvergenz verbessert. Offen bleibt die Frage nach der Absicherbarkeit beziehungsweise der Zulassbarkeit des vorgeschlagenen Ansatzes. Auch Fragen der Robustheit und geeignete Schätzer werden nicht diskutiert.

Weiter existieren Methoden für den realen Einsatz in Fahrzeugen, die unabhängig vier Lenkwinkel und vier Raddrehraten stellen können:

In [Orend, 2006] wird übergreifend die Dynamik einschließlich der Vertikaldynamik des Fahrzeugaufbaus betrachtet. Aus den Beschleunigungsanforderungen im Fahrzeugschwerpunkt werden die zum Umsetzen nötigen Längs- und Querkräfte wie auch das Drehmoment um die Fahrzeughochachse errechnet. Diese werden durch einen Allokationsansatz auf die acht Reifenlängs- und -querkräfte verteilt. Sie werden als entkoppelt und ohne Zeitverzug stellbar angenommen. So können nach dem Reifenmodell Abrollwinkelgeschwindigkeiten, zusätzliche Radaufstandskräfte und Lenkwinkel ermittelt werden, die zu diesen Reifenkräften führen. Diese Größen sind im Folgenden lokal an den Rädern einzuregeln.

Da die Einregelung der ebenen Reifenkräfte nicht durch das übergeordnete Regulationssystem geschieht, kann dieses auch nicht die Wirkung der Krafttransitionen auf die Fahrzeugbeschleunigung berücksichtigen.

Weil diese Vorgehensweise Grundlage anderer Arbeiten ist und sich diese vorliegende Arbeit davon abgrenzt, wird im Folgenden der Ansatz kurz angedeutet.

Die Bewegungsanforderung ist für die vertikalen Freiheitsgrade formuliert. Trotz der höheren Dimension der Ausgangsgröße gegenüber der Aufgabenstellung dieser Arbeit verbleibt das Fahrzeug in [Orend, 2006] überaktuiert. Weiter wird angenommen, die Stellglieder sowie die Sensoren verhielten sich ideal. Für alle herangezogenen Größen seien Messeinrichtungen vorhanden.

Vertikal- und Horizontaldynamik werden getrennt geregelt. In einem ersten Schritt wird gefordert, die Zustandsgrößen der Vertikaldynamik befänden sich zu jedem Zeitpunkt möglichst nahe an ihrer Nulllage. Nach Kompensation der Vertikaldynamik verbleibt ein Freiheitsgrad in den stellbaren Radaufstandskräften. Dieser steht der Regelung der Horizontaldynamik zur Verfügung, um die Verteilung der Radaufstandskräfte



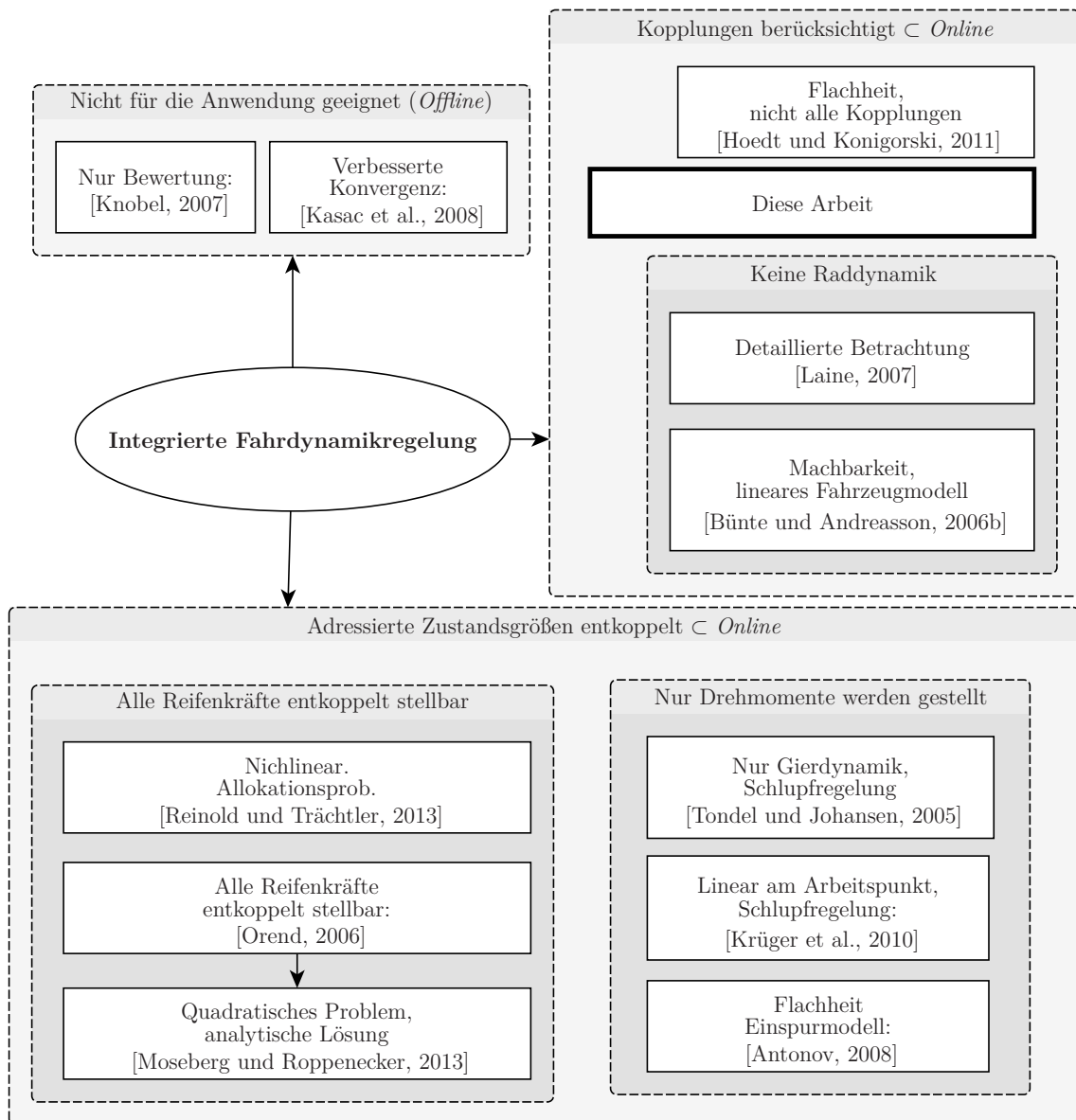


Abbildung B.1: Überblick zum Stand der Technik

zu beeinflussen.

Nun werden zur Regelung der Horizontaldynamik nicht die vier Drehmomente von Antrieb beziehungsweise Bremse, sondern die vier Raddrehgeschwindigkeiten als Stellgrößen angenommen.

Zunächst wird ein Folgeregler entworfen, der die generalisierten horizontalen Kräfte im Schwerpunkt  ${}^v \mathbf{f}_{\text{gen}} \in \mathbb{R}^3$  bestimmt, die die Bewegungsanforderung umsetzen lassen. Die acht ebenen Reifenkräfte  ${}^v \mathbf{f}_{\text{xy}}$ , dargestellt im Fahrzeugkoordinatensystem  $v$ , werden durch

$${}^v \mathbf{f}_{\text{gen}} = \mathbf{G}^v \mathbf{f}_{\text{xy}}, \quad \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{3 \times 8} \quad (\text{B.1})$$

auf die generalisierte Kraft  ${}^v \mathbf{f}_{\text{gen}}$ , dargestellt im fahrzeugfesten Koordinatensystem, projiziert. Diese Kraft kann nach *Newton* und *Euler* auf die generalisierte Beschleunigung

abgebildet werden. Die Matrix  $\mathbf{G}$  besitzt die Rechtsinverse  $\mathbf{G}^+$  und den Nullraum  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{GN} = \mathbf{0}$ . Die Matrix  $\mathbf{G}^+$  ist damit eine Pseudoinverse von  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{G}^+\mathbf{G} = \mathbf{E}_{3 \times 3}$ .

Mit dieser bestimmt [Orend, 2006] zunächst aus der, mit der Bewegungsanforderung vorgegebenen, generalisierten Kraft  $\mathbf{f}_{\text{gen,ref}}$  durch

$$\mathbf{f}_{\text{xy,ref}} := \mathbf{G}^+ \mathbf{f}_{\text{gen,ref}}$$

einen möglichen Reifenkraftvektor  $\mathbf{f}_{\text{xy,ref}}$ , der das Fahrzeug die Bewegungsanforderung umsetzen lässt. Dieser kann anschließend, um das sekundäre Ziel zu erreichen, durch Reifenkräfte aus dem Nullraum von  $\mathbf{G}$  zu

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\text{xy,ref}} := \mathbf{f}_{\text{xy,ref}} + \mathbf{N}\mathbf{v} \quad (\text{B.2})$$

erweitert werden. Der Reifenkraftvektor  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{xy,ref}}$  wird anschließend den lokalen Reifenkraftreglern als Referenz übergeben. Ist er eingestellt, wird die Bewegungsanforderung umgesetzt. Die Übergangsphase, bis die neuen Reifenkräfte gestellt sind, findet keine Berücksichtigung. Die Größen  $\mathbf{n}$  werden gewählt, um den maximalen Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials zu jedem Zeitpunkt zu minimieren.

Das von [Orend, 2006] formulierte Kriterium ist eine Funktion in den Reifenkräften  $\mathbf{f}_{\text{xy}}$  und damit von  $\mathbf{f}_{\text{gen,ref}}$  und  $\mathbf{n}$  abhängig. Es ist nichtlinear und nicht konvex. Ein numerischer Optimierungsalgorithmus bestimmt abhängig von der Fahrsituation die Größen  $\mathbf{n}$ .

Die Arbeit [Moseberg und Roppenecker, 2013] setzt [Orend, 2006] fort. Die acht ebenen Reifenkräfte werden ebenfalls als entkoppelt und ohne Zeitverzug stellbar angenommen. Ziel ist es, eine numerisch schnellere und auf einem Steuergerät implementierbare Lösung für eine Aufgabenstellung ähnlich zu [Orend, 2006] vorzuschlagen. Anstatt ein Optimierungsproblem zu lösen, wird ein analytischer Ansatz zur Wahl von  $\mathbf{n}$  verwendet. Die Matrix  $\mathbf{G}$  aus Gleichung (B.1) invertiert, wie bekannt, eine Pseudoinverse. Durch ein mit einer Pseudoinversen bestimmtes  $\mathbf{f}_{\text{xy,ref}}$  soll sichergestellt werden, dass die Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene unabhängig von der Nutzung der verbleibenden Freiheitsgrade in den Stellgrößen umgesetzt wird. Dabei sind aber keine Aktuatorbeschränkungen berücksichtigbar.

Das sekundäre Ziel wird in ein quadratisches Problem abgewandelt. Auch dieses ist von  $\mathbf{n}$  aus Gleichung (B.2) abhängig. Es soll durch die gewählten Reifenkräfte zum aktuellen Abtastzeitpunkt minimal werden. Die Lösung dieses Problems erfolgt analytisch und ist so in deterministischer Zeit bestimmbar.

Die Arbeit [Moseberg, 2016] führt das Konzept in Form einer Dissertationsschrift fort.

Anders als die vorhergehenden Veröffentlichungen nimmt [Antonov, 2008] an, nur die vier Winkelgeschwindigkeiten, nicht aber die Lenkwinkel der Räder beeinflussen zu können. Es können aber weiterhin vier Raddrehzahlen unabhängig gestellt werden. Die Lenkwinkel werden als gegeben angenommen. Durch die Wahl der Stellgrößen kann nicht die gesamte horizontale Fahrzeugbewegung entkoppelt vorgegeben werden. Das vorgeschlagene Regelungssystem arbeitet damit nicht übergreifend über alle vorhandenen Stellmöglichkeiten und die gesamte Bewegungsanforderung. Der Fahrer stellt nämlich weiterhin unbeeinflusst vom Regler einen Lenkwinkel an der Vorderachse. Auch

das Ziel der Allokation der vier Drehmomente weicht von der Aufgabenstellung dieser Arbeit ab. Die Gierdynamik wird durch eine geeignete Wahl der Drehmomente adressiert. Diese Wahl minimiert selbst dann, falls ausschließlich eine Querschleunigung gefordert wird, nicht den Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials. In der Arbeit wird argumentiert, die Wahl steigere den Fahrkomfort. Für den Reglerentwurf wird die Flachheit des betrachteten Einspurmodells genutzt. Der Begriff der differentiellen Flachheit wird in Anhang G skizziert.

Auch die Quelle [Krüger et al., 2010] geht davon aus, nur die Längsschlüpfе der vier Räder, diese aber entkoppelt, beeinflussen zu können. Die grundlegenden Gleichungen der Optimierungsaufgabe werden am Arbeitspunkt linearisiert und als quadratisches Problem formuliert. Ergebnisse der Allokation sind vier Längsschlüpfе, die dann lokal eingeregelt werden. Damit berücksichtigt auch diese Veröffentlichung nicht die Transitionsphase der ebenen Reifenkräfte.

Der Ansatz wurde auf einem realen Versuchsträger erprobt. Synthesemodell ist in der Veröffentlichung ein nicht weiter spezifiziertes nichtlineares Fahrzeugmodell. Das Rad- und Reifenmodell umfasst ein Modell der Raddynamik und ein Kraftmodell, das den Reifenschlupf auf die Reifenkraft abbildet. Das Kraftmodell ist nach [Pacejka, 2002] gewählt. Effekte, wie radlastabhängige Degression der maximal übertragbaren Horizontalkraft, sind damit modelliert. Nach Bestimmung der acht ebenen Reifenkräfte werden diese nach (B.1) in den Schwerpunkt des Fahrzeugs abgebildet. Das Entwurfsmodell umfasst Differenzialgleichungen für die drei ebenen Fahrzeuggeschwindigkeiten. Eingangsgröße des Modells ist die generalisierte Kraft im Schwerpunkt. Das Modell wird invertiert, um die generalisierte Kraft zu bestimmen, die das Fahrzeug die Bewegungsanforderung umsetzen lässt. Die Abbildung dieser Kraft auf die acht Reifenkräfte ist, wie bereits andere Veröffentlichungen feststellen, im Falle eines überaktuierten Fahrzeugs nicht eindeutig. Durch die Methode der *Control Allocation*, siehe Abschnitt 2.3, werden die verbleibenden Freiheitsgrade in den Stellgrößen genutzt, um den Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials am Ende eines Prädiktionshorizonts zu minimieren. Das Prädiktionsmodell wird zu jedem Abtastzeitpunkt um den aktuellen Reifenschlupf linearisiert. Daraus resultiert ein quadratisches Optimierungsproblem mit Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen. Das Optimierungsproblem kann in Echtzeit gelöst und damit *optimale* Schlüpfе bestimmt werden. Werden diese eingestellt, so setzt das Fahrzeug die Bewegungsanforderung um, während das gewählte Kriterium nach dem linearen Problem minimal wird. Die so bestimmten Schlüpfе werden im letzten Schritt durch unterlagerte Regler über die unabhängig stellbaren Raddrehmomente eingeregelt.

Voraussetzung für die Anwendung dieser Methode ist, dass die vier Abrollwinkelgeschwindigkeiten entkoppelt stellbar sind. Dies ist zum Beispiel mit einem Achsdifferenzial und einem Antrieb an dieser Achse nicht möglich.

In [Bunte und Andreasson, 2006b, Andreasson und Bunte, 2005] wird ebenfalls die Reifendynamik vernachlässigt. Stellgrößen sind je nach gewählter Fahrzeugkonfiguration generalisierte Drehmomente und Lenkwinkel. Das Drehmoment stützt sich über den Radradius auf der Straße als Reifenlängskraft ab. Durch eine fahrzeugspezifische Projektion der Stellgrößen auf die vier Raddrehmomente und vier Lenkwinkel

können Kopplungen in den Stellgrößen berücksichtigt werden. Die aus den Stellgrößen resultierenden Lenkwinkel und die vier gestellten Drehmomente lassen die insgesamt acht Reifenlängs- und -querkräfte entstehen. Von den Lenkwinkeln und Abrollwinkelgeschwindigkeiten abhängig definiert die Veröffentlichung ein Optimierungsproblem, das die Umsetzung der Bewegungsanforderung als Nebenbedingung besitzt. Durch die gestellten Reifenkräfte ist  $\min_i \eta_i$  zu erreichen. Die Gleichungen des Optimierungsproblems werden am Arbeitspunkt linearisiert. Zeitvariante Teile sowie die Raddynamik werden nicht und die Nichtlinearität des Reifens nur bedingt berücksichtigt. Das resultierende quadratische Problem kann für den aktuellen Zeitpunkt in deterministischer Zeit gelöst werden. Ein Beobachter zur Rekonstruktion des Fahrzeugzustands wird nicht vorgeschlagen.

[Reinold und Trächtler, 2013] geht ebenfalls davon aus, acht unabhängige Reifenkräfte stellen zu können. Diese Reifenkräfte werden durch Gleichung (B.1) in den Fahrzeugschwerpunkt projiziert. Die Kraft im Schwerpunkt soll einer Referenzkraft entsprechen. Damit ist auch für diese Veröffentlichung ein Allokationsproblem zu lösen, um die Bewegungsanforderung umzusetzen und ein sekundäres Ziel zu erreichen. Das Kriterium dieser Optimierungsaufgabe ist so formuliert, dass daraus ein nichtlineares Optimierungsproblem resultiert. Die mit Lösung dieses Problems bestimmten Referenzreifenkräfte werden dann von lokalen Reglern eingestellt. Die Zeit bis zum Einregeln der neuen Reifenreferenzkräfte bleibt ebenfalls in dieser Veröffentlichung unberücksichtigt.

Um Fehler in der Fahrzeugbeschleunigung zu kompensieren, wird ein äußerer Regelkreis geschlossen.

Diese Arbeit modifiziert das zu lösende Optimierungsproblem der Allokation gegenüber den anderen Veröffentlichungen derart, dass damit die Kriterien der primären und der sekundären Aufgabe in einem gemeinsamen Kriterium zusammengeführt werden.

[Hoedt und Konigorski, 2011] verfolgt einen flachheitsbasierten Regelungsansatz. Basis für den Entwurf ist ein nichtlineares Zweispurmodell, das Kopplungen wie Drehzahlkopplungen unter den Rädern durch Nebenbedingungen beschreibt. Kopplungen, wie die eines Achsdifferenzials, können damit jedoch nicht modelliert werden. Dennoch können eine Reihe unterschiedlicher Fahrzeugkonfigurationen durch das Entwurfsmodell beschrieben werden. Der gewählte flache Ausgang umschließt die horizontale Position und Geschwindigkeit. Diese Größen sollen der Vorgabe des Fahrers folgen. Zusätzlich sind aber auch zum Beispiel die Abrollwinkelgeschwindigkeiten des Fahrzeugschwerpunkts als Ausgangsgrößen gewählt.

Der Fahrer gibt eine Bewegungsanforderung auf Beschleunigungsebene vor. Diese wird in eine generalisierte Kraft, die im Fahrzeugschwerpunkt wirken soll, umgerechnet. Aus dieser Vorgabe wird mit einem Fahrzeugmodell unter anderem eine Geschwindigkeitsvorgabe generiert. Um daraus eine Vorgabe für alle Ausgangsgrößen abzuleiten, wird die generalisierte Kraft im Schwerpunkt auf die acht ebenen Reifenkräfte verteilt. Diese Allokationsaufgabe ist überbestimmt. Das Problem wird durch die Forderung gelöst, die Verteilung der Kräfte solle einer, aus der Literatur bekannten *idealen Abbremsung*, entsprechen. Ein inverses Reifenmodell bildet die ebenen Reifenkräfte auf die Abrollwinkelgeschwindigkeiten und Lenkwinkel ab. Dabei können einige in der Konfiguration vorhandenen Kopplungen berücksichtigt werden.

Mit den ebenen Reifenkräften, den vom Fahrzeugmodell bestimmten Größen und dem Fahrerwunsch ist eine Referenz für den flachen Ausgang bekannt. Daraus können geeignete Stellgrößen ermittelt werden. So sind die vier Abrollwinkelgeschwindigkeiten und die vier Lenkwinkel bekannt.

Die bestimmten Abrollwinkelgeschwindigkeiten und Lenkwinkel werden dann von lokalen Reglern eingeregelt. Diese stabilisieren so die Reifen zumindest für den Reifenschlupf. Jedoch kann damit nicht die Wirkung der Krafttransition Eingang in die Regelung finden.

Die Arbeit legt unter anderem den Fokus auf die Berücksichtigung von Unsicherheiten.

[Laine, 2007] verwendet wie [Andreasson und Bünte, 2005] ein am Arbeitspunkt linearisiertes Fahrzeugmodell. Nach einem linearen Reifenmodell resultiert aus den Lenkwinkeln und den Antriebsmomenten eine Reifenslängs- und -querkraft. Die Allokationsaufgabe ist wie in [Krüger et al., 2010] formuliert. Die Dynamik der Aktuatoren und des Antriebsstrangs wird teilweise berücksichtigt. Lenkwinkel werden jedoch weiterhin als direkt stellbar angenommen. Die Arbeit wendet das Regelungskonzept auf unterschiedliche Fahrzeugkonfigurationen in der Simulation an. Auch die vorhandene Rekonfigurierbarkeit des Konzepts wird herausgestellt.

In [Tondel und Johansen, 2005] wird mittels der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Stellgrößenallokation die Gierdynamik beeinflusst. Es wird ein Referenzgiermoment bestimmt, das durch vier Antriebs- beziehungsweise Bremsmomente eingeregelt wird. Zusätzlich wird ein *optimaler* Längsschlupf erzielt. Die Arbeit definiert Optimalität anders als diese Dissertation. Ein Vergleich in dieser Hinsicht ist daher nicht möglich.

**Hinweis:** Auf Grund der hohen technischen Relevanz der Aufgabe finden an vielen Stellen der Industrie Forschungs- und Entwicklungsarbeiten zur iFR statt. Die Lösungsansätze unterliegen aber der Geheimhaltung und können somit nicht beleuchtet werden.

## B.2 Erkenntnisse für diese Arbeit

Wie in der Literatur vorgeschlagen, sollen die nach der Umsetzung der Bewegungsanforderung verbleibenden Freiheitsgrade in den Stellgrößen auch in dieser Arbeit genutzt werden, um den Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials aller Reifen zu reduzieren.

Die Verfahren, die dazu ein nichtlineares Optimierungsproblem lösen, zeigen das Potential einer derartigen Aufgabenformulierung auf. Sie machen jedoch die Probleme für die Fahrsicherheit deutlich, die auftreten, wenn das Optimierungsproblem nicht hinreichend schnell zu einer geeigneten Lösung konvergiert.

Die Lösungen für spezielle Fahrzeugkonfigurationen und diejenigen, die ein lineares Optimierungsproblem lösen, besitzen lediglich eingeschränktes Potential. Entweder sind sie an heutigen Serienfahrzeugen nicht anwendbar oder sie können das sekundäre Ziel nicht befriedigend erreichen.

Das Bestimmen eines ebenen Reifenkraftvektors und anschließendes Stellen durch lokale Regler ist eine übliche Vorgehensweise. Sie ist aber aus zwei Gründen nicht befriedigend: zum einen können in den meisten Fahrzeugkonfigurationen die ebenen Reifenkräfte nicht unabhängig voneinander beeinflusst werden. Die daraus entstehenden Kopplungen sind aber nicht ohne weiteres auf Kraftebene beschreibbar. Zum anderen

berücksichtigt eine übergeordnete Regelung nicht die Transitionsvorgänge bis ein neuer Referenzreifenkraftvektor durch die lokalen Regler gestellt ist.

Daher kommt in dieser Arbeit keine lokale Reifenkraftregelung zum Einsatz.

### B.3 Offene Aufgaben

Die vorgestellten Lösungskonzepte nehmen sich lediglich Teilaspekten der Gesamtaufgabe an. Ein System soll entwickelt werden, das

1. das Fahrzeug auch im fahrdynamischen Grenzbereich stabilisiert,
2. Kopplungen in den Zustandsgrößen, wie den Raddrehzahlen und den Lenkwinkeln, oder deren nicht vorhandene Aktuierung berücksichtigt und damit auf eine beliebige Fahrzeugkonfiguration anwendbar ist,
3. mit in heute in Serienfahrzeugen vorhandenen Sensoren alle für die Regelung notwendigen Größen bestimmen kann,
4. die Reifen stabilisiert, also z. B. ein durchdrehendes Rad in seinen stabilen Bereich zurückführt und die Wirkung dieser Rückführung auf die Fahrzeugbewegung berücksichtigt,
5. auf einem heute verfügbaren Steuergerät im Fahrzeug implementierbar ist,
6. das Erreichen des sekundären Ziels nicht beziehungsweise nur im fahrdynamischen Grenzbereich sicherheitskritisch macht und
7. dynamisch an eine durch einen Aktuatorausfall veränderte Fahrzeugkonfiguration anpassbar ist.

Um das Fahrzeug im Grenzbereich (s. Punkt 1) zu stabilisieren, müssen die Nichtlinearitäten der Reifen berücksichtigt werden.

Punkt 2 kann durch Ansätze aus der Teilmenge *Adressierte Zustandsgrößen entkoppelt* nicht erreicht werden.

Ansätze, wie zum Beispiel [Andreasson und Bünte, 2005], setzen vollständiges Wissen über die Zustandsgrößen des Fahrzeugs voraus. Sie erfüllen damit nicht Punkt 3.

Um Punkt 4 zu erreichen, müssen die Nichtlinearitäten der Reifen dem Regler bekannt sein.

Die Lösungen in der Teilmenge *Offline* können die Forderung aus Punkt 5 nicht erfüllen.

Die mit Punkt 7 geforderte Entkopplung der primären und der sekundären Aufgabe ist bei keinem der aufgeführten Ansätze gegeben.

Einige der vorgeschlagenen Ansätze können so implementiert werden, dass sie sich dynamisch an eine Veränderung der Fahrzeugkonfiguration anpassen. Somit erreichen sie den Anspruch 7. Jedoch diskutiert nur [Laine, 2007] diese Option als herauszustellenden Aspekt des Lösungsansatzes.

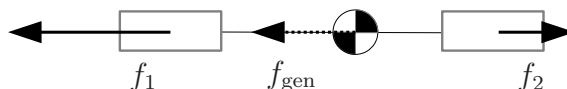
Durch keinen Ansatz aus dem Stand der Technik kann die Summe der genannten Aufgaben gleichzeitig erfüllt werden.



## C Theoretisches Optimum des Kriteriums

Im weiteren werden Reifenkräfte und Kraftschlusspotentiale zu einem Abtastzeitpunkt betrachtet.

Sind die acht Reifenkräfte, wie zum Beispiel in [Orend, 2006] angenommen, zu jedem Abtastzeitpunkt ohne Zeitverzug unabhängig stellbar, so existiert ein theoretisches Minimum für das Kriterium  $\max_i \hat{\eta}_i$ . Es wird an dieser Stelle erklärt und kann dann genutzt werden, um die Güte des vorgeschlagenen Ansatzes in einem Fahrmanöver hinsichtlich des sekundären Ziels zu bewerten.



**Abbildung C.1:** Im Schwerpunkt wirkt eine Längskraft. Diese entsteht durch eine Längskraft am Vorderrad, die teilweise durch die Längskraft des Hinterrades kompensiert wird.

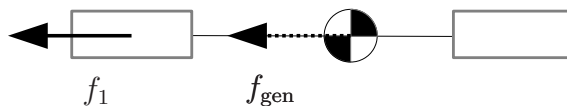
Die dargestellte und bereits in der Literatur genannte Aussage gilt nur, wenn sich jeder Reifen in seinem stabilen Betriebsbereich befindet.

Die hinreichende Bedingung für das Optimum setzt sich aus drei notwendigen Teilen zusammen. Dieser Abschnitt stellt die Bedingung ohne mathematischen Beweis dar. Anschließend illustriert er diese anhand eines Beispiels.

**Bedingung für ein Optimum:** Das Kriterium  $\max_i \hat{\eta}_i$  ist, wenn das beschriebene Fahrzeug eine Beschleunigungsanforderung umsetzen soll, genau dann minimal, gilt

1.  $\hat{\eta}_i = \hat{\eta}_j, \forall i, j \in [1, 2, 3, 4]$ ,
2.  $\text{sign}(\mathbf{N}(\mathbf{G}))^T \text{sign}({}^v \mathbf{f}_{xy}) = \mathbf{0}$ ,
3.  $\hat{\eta}_i \leq 1 \forall i$ .

Dabei ist  $\mathbf{N}(\mathbf{G})$  der Nullraum der Matrix  $\mathbf{G}$  aus Gleichung (B.1). Der Vektor  ${}^v \mathbf{f}_{xy}$  fasst entsprechend der Matrix  $\mathbf{G}$  die acht Reifenkräfte, dargestellt im Fahrzeugkoordinatensystem  $v$ , zusammen. Das heißt, für ein Optimum ist es notwendig und hinreichend, dass



**Abbildung C.2:** Die Längskraft im Fahrzeugschwerpunkt wird ausschließlich durch eine Längskraft des Vorderrades aufgebaut.

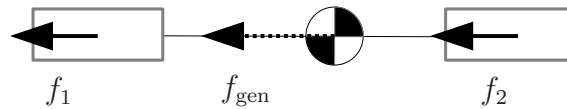
einerseits alle  $\hat{\eta}_i$  gleich groß sind. Andererseits dürfen keine Reifenkraftkomponenten aufgebracht werden, die alle jeweiligen Beträge der Reifenkräfte erhöhen, ohne Wirkung im Fahrzeugschwerpunkt zu zeigen. Durch die Forderung

$$\hat{\eta}_i \leq 1 \forall i \tag{C.1}$$



gilt das Kriterium nur, befinden sich alle Reifen in ihrem jeweilig stabilen Betriebsbereich.

**Erklärung der Bedingung:** Das Fahrzeug soll eine generalisierte Kraft im Fahrzeugschwerpunkt erfahren. Die Argumentation gilt allgemein für ein Fahrzeug mit acht horizontalen Reifenkräften  $\mathbf{f}_{xy} \in \mathbb{R}^8$ . Sie wird aber am Einspurmodell des Fahrzeugs illustriert. Auch treten in diesem Beispiel keine Reifenquerkräfte auf. Beide Reifen befinden sich für das Beispiel in ihrem stabilen Betriebsbereich. Forderung (C.1) ist damit erfüllt. Zusätzlich besitzen beide Reifen in dem Beispiel jeweils ein ungleiches Kraftschlusspotential.



**Abbildung C.3:** Zwei gleichgroße Reifenkräfte am Vorder- und Hinterrad bauen die im Fahrzeugschwerpunkt wirkende Kraft auf.

Die Reifenkräfte  $\mathbf{f}_{\text{bsp}}$  werden durch

$$\mathbf{f}_{\text{gen}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1, 1 \end{pmatrix}}_{=: \tilde{\mathbf{G}}} \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}}_{:= \mathbf{f}_{\text{bsp}}},$$

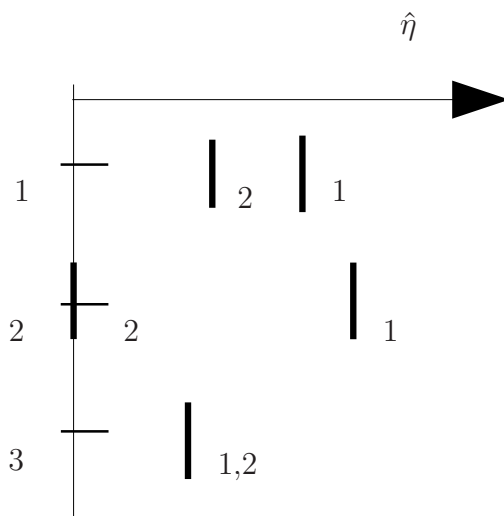
analog wie in Gleichung (B.1), auf die im Schwerpunkt wirkende generalisierte Kraft  $\mathbf{f}_{\text{gen}}$  abgebildet. Die Kraft  $\mathbf{f}_{\text{bsp}}$  kann um Kräfte aus dem Nullraum der Matrix  $\tilde{\mathbf{G}}$  erweitert werden, ohne die Kraft  $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{gen}}$  zu verändern.

Der Kraftvektor im ersten Schritt des Beispiels heiße  $\mathbf{f}_{\text{bsp},1}$ . Ein  $\mathbf{f}_{\text{gen}} = \mathbf{G}\mathbf{f}_{\text{bsp},1}$  erulle die an die Fahrzeugbewegung gestellte Anforderung. Nun können die Reifenkräfte mit einem Kraftvektor aus dem Nullraum  $\mathbf{N}(\tilde{\mathbf{G}})$  erweitert werden, um das sekundäre Ziel zu erreichen.

Im ersten Schritt werden durch diese Erweiterung Anteile der Reifenkräfte entfernt, die den größten Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials erhöhen, nicht aber zur Fahrzeugbeschleunigung beitragen. In Abbildung C.1 ist das Einspurmodell des Fahrzeugs in der Draufsicht dargestellt, an dem zwei Reifenkräfte in Fahrzeuglängsrichtung wirken. Die beiden Reifenkräfte führen zu einer ebenfalls dargestellten Längskraft im Fahrzeugschwerpunkt. Da die Kraft  $f_2$  der Kraft  $f_1$  entgegenwirkt, kann sowohl  $\hat{\eta}_1$  als auch  $\hat{\eta}_2$  im Betrag verringert werden, indem, wie in Abbildung C.2 gezeigt, die Kraft  $f_2 = 0$  gewählt wird. Die Kraft  $f_1$  wird durch diese Nullraumoperation erhöht und die Kraft  $\mathbf{f}_{\text{gen}}$  bleibt unverändert.

Nun kann, wie in Abbildung C.3 dargestellt, durch weitere Nullraumoperationen  $\hat{\eta}_1$  verringert und dabei  $\hat{\eta}_2$  erhöht werden. Definiert der erste Reifen  $\hat{\eta}_{\text{max}}$ , wird durch diese Operation im Nullraum der Matrix  $\tilde{\mathbf{G}}$  auch das zu minimierende Kriterium verkleinert, wenn nicht gleichzeitig  $\hat{\eta}_2$  zum neuen alleinigen Maximum wird.

Somit kann  $\max_{i \in [1,2]} \hat{\eta}_i$  gesenkt werden, bis  $\hat{\eta}_1 = \hat{\eta}_2$  gilt.



**Abbildung C.4:** Die Abbildung zeigt den Ausnutzungsgrad des Kraftschlusspotentials der Reifen für die drei, hier mit 1, 2 und 3 nummerierten Varianten. Jede Variante erreicht die gleiche Längskraft im Fahrzeugschwerpunkt.

Abbildung C.4 zeigt die Größen  $\hat{\eta}_{1,2}$  an den drei diskutierten Punkten.

**Einordnung und eigener Beitrag:** Ein notwendiges Kriterium für Optimalität der Kenngrößen  $\max_i \eta_i$  und  $\max_i \zeta_i$  im Falle acht frei wählbarer Reifenkräfte und ausgewertet zu einem einzigen Zeitpunkt ist bekannt.

Damit kann beurteilt werden, wie weit ein Ansatz für die Stellgrößenallokation vom theoretischen Optimum eines vollaktuierten Fahrzeugs entfernt liegt.

Diese Arbeit beschreibt die Bedingungen des Kriteriums präziser als die Literatur.

Ebenso formuliert sie ein hinreichendes und nicht nur ein ausreichendes Kriterium.

## D Modellprädiktive Regelung

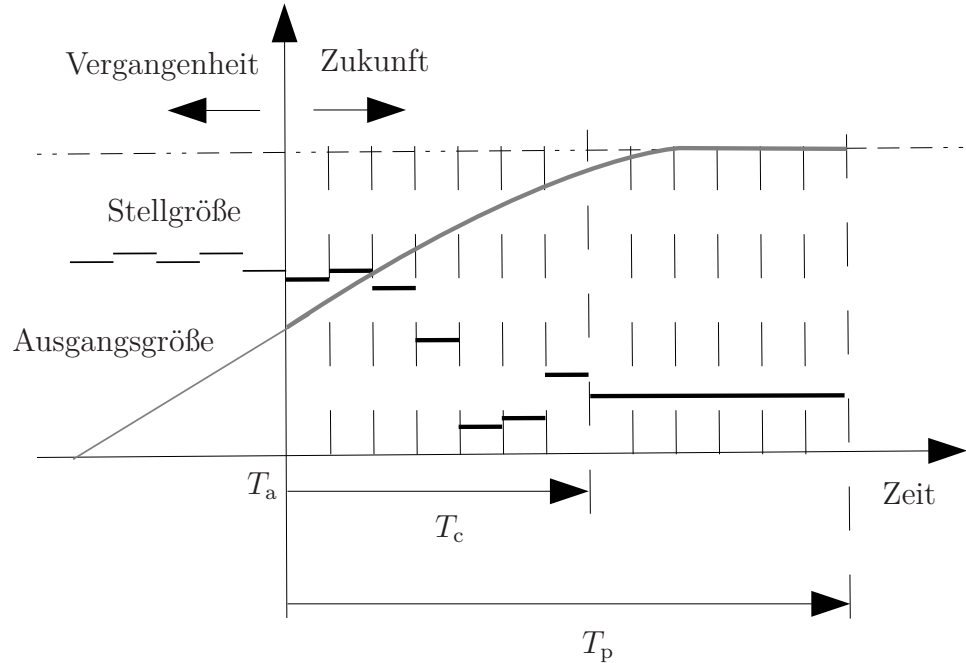
Dieser Abschnitt stellt eine Fortsetzung der Beschreibung des Stands der Technik im Umfeld der MPC aus dem Hauptteil vorliegender Arbeit dar.

Im Folgenden bezeichnen  $T_a$  die Zeit des aktuellen Abtastzeitpunkts,  $T_p$  die Prädiktionzeit und  $T_c$  die Regelzeit. Bei den letzten beiden Zeiten handelt es sich um Zeitspannen.

**Lineare MPC:** Für die lineare MPC wird das zeitdiskrete Streckenmodell

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{B}\mathbf{u}_i \quad (\text{D.1})$$

herangezogen. Der Verlauf der Stellgrößen ist, wie in Abbildung D.1 dargestellt, abschnittsweise konstant. Für ein System mit einem skalaren Eingang bestehe  $\bar{\mathbf{u}}_k$  aus den Stellgrößen an den Abtastschritten von dem Zeitpunkt  $t = k \cdot T_a$  bis zum Zeitpunkt  $t = k \cdot T_a + T_c$ . Für Systeme mit  $p$  Eingangsgrößen werden die diskreten Stellgrößenverläufe der einzelnen Eingangsgrößen  $\mathbf{u}_{k,i}$  in  $\bar{\mathbf{u}} = (\mathbf{u}_{k,1}^T, \dots, \mathbf{u}_{k,m}^T)^T \in \mathbb{R}^{p \frac{T_c}{T_a}}$  zusammen-



**Abbildung D.1:** Stell- und Ausgangsgrößenverlauf, bestimmt zu einem Abtastschritt. Der Übergang zwischen Vergangenheit und Zukunft ist der Zeitpunkt  $t = k \cdot T_a$ .

gefasst. Es wird vorausgesetzt,  $T_c$  sei ein ganzzahliges Vielfaches von  $T_a$ . Analog stellt  $\bar{\mathbf{x}}$  die zeitdiskrete Prädiktion der Zustandsgrößen dar.

Weiterhin wird die quadratische Zielfunktion

$$\tilde{c} = \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{L} \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{u}} \quad (\text{D.2})$$

als Kriterium für die Optimierung über  $\bar{\mathbf{u}}$  gewählt.

Der zukünftige Verlauf der Zustandsgrößen ist nach

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{A} \mathbf{x}_0 + \mathbf{B} \mathbf{u}[0] \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{A}^2 \mathbf{x}_0 + \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{u}[0] + \mathbf{B} \mathbf{u}[1] \\ \mathbf{x}_3 &= \mathbf{A}^3 \mathbf{x}_0 + \mathbf{A}^2 \mathbf{B} \mathbf{u}[0] + \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{u}[1] + \mathbf{B} \mathbf{u}[2] \\ &\vdots \\ \mathbf{x}_j &= \mathbf{A}^j \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^j \mathbf{A}^{j-i} \mathbf{B}^i \mathbf{u}[i-1] \end{aligned} \right\} \quad (\text{D.3})$$

mit dem Anfangswert der Zustandsgrößen zum  $k$ -ten Abtastzeitpunkt  $\mathbf{x}[k] = \mathbf{x}_{0,k}$  zu bestimmen. Für die Notation in (D.3) entfällt der Index  $k$  für den jeweiligen Abtastschritt. Die Zeit  $t$  beginne für jede Prädiktion bei Null. So ist zum Beispiel  $\mathbf{x}_0$  zu den  $k$ -ten Prädiktionsbeginn der Zustandsgrößenvektor  $\mathbf{x}(t = k \cdot T_a)$ . Diese Bestimmungsvorschrift für den zukünftigen Verlauf der Zustandsgrößen wird in die Berechnungsvorschrift des Kriteriums aufgenommen. So wird die Prädiktion Teil des Kriteriums. Das Kriterium geht dabei von  $\tilde{c}$  zu  $c$  über. Es bleibt aber weiterhin eine quadratische Funktion in  $\bar{\mathbf{u}}$ . Die mit den Funktionen  $\tilde{\mathbf{g}}$  und  $\tilde{\mathbf{h}}$  formulierten Nebenbedingungen werden durch lineare Nebenbedingungen ersetzt. Auch in diese fließt die Berechnungsvorschrift aus (D.3) ein. So werden diese zu den Nebenbedingungen  $\mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_1 = 0$  und  $\mathbf{A}_2 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_2 \leq 0$  mit den während einer Optimierung konstanten Größen  $\mathbf{A}_{1/2}$  und  $\mathbf{b}_{1/2}$ .

Das Kriterium  $c$  kann mit der Matrix  $\mathbf{W}_k = \mathbf{W}_k(\mathbf{x}_{0,k})$  als  $c_k = \bar{\mathbf{u}}_k^\top \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{u}}_k$  geschrieben werden. Es ist damit gleich dem Kriterium  $\tilde{c}$ . In die Matrix  $\mathbf{W}_k$  geht dabei der Anfangszustand  $\mathbf{x}_{0,k} = \mathbf{x}_k$ , das Streckenmodell aus Gleichung (D.1) und die Definition des Kriteriums (D.2) ein. So lautet das Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{l} \min_{\bar{\mathbf{u}}_k} \quad \bar{\mathbf{u}}_k^\top \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{u}}_k, \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_1 = 0, \\ \quad \quad \mathbf{A}_2 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_2 \leq 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \min_{\bar{\mathbf{u}}_k} \quad \bar{\mathbf{u}}_k^\top \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{u}}_k, \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_1 = 0, \\ \quad \quad \mathbf{A}_2 \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{b}_2 \leq 0 \end{array}} \right\} \quad (\text{D.4})$$

Optimierungsproblem (D.4) ist damit ein quadratisches Programm mit Nebenbedingungen. Es handelt sich um ein konvexes Problem. Die Lösung ist in deterministischer Zeit möglich. Konvergenz kann unter schwachen Voraussetzungen garantiert werden: Die Ungleichheitsnebenbedingungen dürfen nicht widersprüchlich und die Matrix  $\mathbf{W}_k$  muss positiv definit sein.

Die Lösung dieser Problemklasse wird zum Beispiel in [Papageorgiou et al., 2012] beschrieben.

Wie bereits erläutert, wird nicht der bestimmte Verlauf der Stellgrößen  $\mathbf{u}(t)$  für  $t \in [kT_a; kT_a + T_p)$  aufgeschaltet. Das Optimierungsproblem wird zum Zeitpunkt  $t = (k+1)T_a$  mit neu bestimmten Zustandsgrößen wiederholt gelöst. Die zum  $k$ -ten Abtastschritt ermittelten Stellgrößen werden also innerhalb des Zeitraums  $[kT_a; (k+1)T_a)$  verwendet.

**Nichtlineare MPC:** Nichtlineare MPC ist unter anderem in [Findeisen und Allgöwer, 2002] beschrieben.

Das Kriterium kann sehr allgemeiner Natur sein. Oft wird aber wie im linearen Fall ein quadratisches Kriterium angesetzt:

$$c_{\text{NL}} = \int_{t_k}^{t_k + T_p} (\mathbf{x}(\tau) - \mathbf{x}_s(\tau))^\top \mathbf{Q} (\mathbf{x}(\tau) - \mathbf{x}_s(\tau)) + (\mathbf{u}(\tau) - \mathbf{u}_s(\tau))^\top \mathbf{R} (\mathbf{u}(\tau) - \mathbf{u}_s(\tau)) d\tau$$

mit den Sollgrößen  $\mathbf{x}_s$  und  $\mathbf{u}_s$  für die Zustands- und Stellgrößenverläufe. Dennoch kann das Optimierungsproblem allgemein nicht auf ein quadratisches Programm überführt werden. Dies liegt an der nichtlinearen Vorschrift, mit der  $\mathbf{x}(t)$  in die Zukunft prädiziert wird. Da ein nichtlineares Optimierungsproblem gelöst werden muss, ist die Lösung des Optimierungsproblems zum einen numerisch aufwendiger als im Falle quadratischer Probleme. Zum anderen kann keine Aussage zur Laufzeit und zur Konvergenz getroffen werden.

Abbildung D.2 ist [Findeisen und Allgöwer, 2002] nachempfunden. Sie zeigt die grundlegende Struktur eines Regelkreises, der durch MPC geschlossen wurde. Dabei sind  $\mathbf{y}$  Messgrößen,  $\mathbf{x}$  Schätzgrößen und  $\mathbf{u}$  Stellgrößen.

Um das nichtlineare Optimierungsproblem rechentechnisch handhabbar zu gestalten, wird oft die Zielfunktion modifiziert. Durch eine geeignete Modifikation kann sie die Stabilität des Regelungsansatzes verbessern. Teilweise kann für den modifizierten Ansatz auch Stabilität nachgewiesen werden.

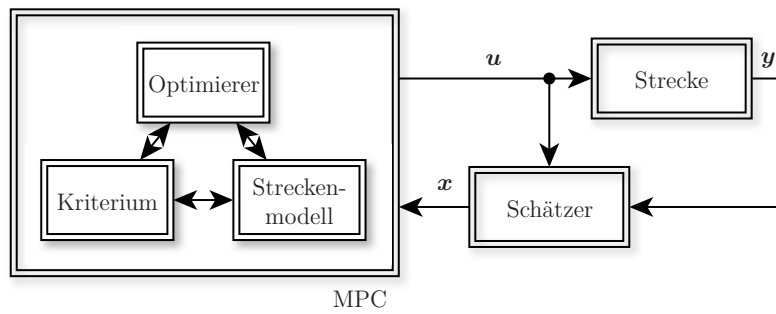


Abbildung D.2: Gesamtstruktur Regelkreis mit MPC

**Stabilität der Regelung:** Konvergenz der Optimierung vorausgesetzt, kann Stabilität des MPC-Ansatzes für  $T_p = T_c \rightarrow \infty$  gezeigt werden. Denn mit einem unendlichen Prädiktionshorizont handelt es sich bei der MPC-Aufgabe um ein Optimalsteuerungsproblem. Die Lösung dieses Optimierungsproblems ist aber rechentechnisch nicht verarbeitbar. Daher wird ein endlicher Horizont gewählt. Damit gehen aber Nachteile einher: Die Regelung kann bei zu kurz gewähltem Horizont instabil werden. Die optimale Lösung für einen endlichen Horizont ist in der Regel nicht die für einen unendlichen Horizont. Zusätzlich können Beschränkungen, die erst nach Ende der Prädiktion aktiv werden, nicht berücksichtigt werden.

Daher wurde nach Ansätzen gesucht, die auch bei einem nichtlinearen MPC-Ansatz mit endlichem Horizont zu einer stabilen Regelung führen. An dieser Stelle soll der Ansatz des *Quasi-Unendlichen-Horizonts* skizziert werden.

Das zu minimierende Kriterium wird um einen Strafterm erweitert. Durch einen geeignet gewählten Strafterm stellt dann das Kriterium eine Obergrenze für das Kriterium mit unendlichem Horizont dar. Die Gestalt dieses Strafterms wird während der Reglersynthese problemabhängig festgelegt. Zusätzlich kann gefordert werden, dass die Zustandsgrößen am Ende der Prädiktion in einer Region  $\Omega$  liegen:  $\mathbf{x}(t = t_0 + T_p) \in \Omega$ . So kann Stabilität erreicht werden.

## E Modelica-Code des Entwurfsmodells

### E.1 Eingangsgrößen

```

1 function AGenScalarInputs
2   input
3     VehicleControls.VehicleDynamicsModels.DoubleTrackModel.
4     Models.BaseClasses.Data
5     data;
6   input ControllerData.ControllerDataBase controllerData;
7
8   input Modelica.SIunits.Angle delta1;
9   input Modelica.SIunits.Angle delta2;
10  input Modelica.SIunits.Angle delta3;
  
```

```

11  input Modelica.SIunits.Angle delta4;
12  input Modelica.SIunits.Force fZ1;
13  input Modelica.SIunits.Force fZ2;
14  input Modelica.SIunits.Force fZ3;
15  input Modelica.SIunits.Force fZ4;
16  input Real kSX1;
17  input Real kSX2;
18  input Real kSX3;
19  input Real kSX4;
20  input Real kSY1;
21  input Real kSY2;
22  input Real kSY3;
23  input Real kSY4;
24
25  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w1,w2,w3,w4;
26  input Real vGen1;
27  input Real vGen2;
28  input Real vGen3;
29
30  output Real aGen[3];
31  output Modelica.SIunits.Force wfXY[8] "Force in wheel COS";
32  output Real sXY[8] "Tire slip in wheel CPS";
33  protected
34  Modelica.SIunits.Angle delta[4];
35  Modelica.SIunits.Force fZ[4] "Wheel load";
36  Real kSX[4] "Additional longitudinal slips";
37  Real kSY[4] "Additional lateral slips";
38  Modelica.SIunits.AngularVelocity w[4] "Angular velocities
39  of the wheels";
40  Real vGen[3],fGen[3],eps,eta[4],kFMax[4];
41
42  Modelica.SIunits.Force fMax[4];
43  Modelica.SIunits.Angle slipAngle[4];
44  Modelica.SIunits.Velocity WvXY[8] "Contact point velocities
45  (vX, vY) in tires frames";
46  Modelica.SIunits.Velocity VvXY[8] "Contact point velocities
47  (vX, vY) in vehicle s frame";
48  Modelica.SIunits.Force vfXY[8] "Force in body COS";
49  Modelica.SIunits.Velocity vAbs[4] "Absolute CP velocities";
50  Modelica.SIunits.Velocity vXTireRelative[4];
51  Real etaHat[4];
52  Real Bsmu[4] "B * s * mu";
53  Real sinArgument[4] "eta = sin(sinArgument)";
54  Real MInv[{{3,3}}] "Inverse generalized mass matrix";
55  Modelica.SIunits.Velocity vMin;
56  algorithm
57  delta :={delta1,delta2,delta3,delta4};
58  fZ :={fZ1,fZ2,fZ3,fZ4};
59  kSX :={kSX1,kSX2,kSX3,kSX4};
60  kSY :={kSY1,kSY2,kSY3,kSY4};
61  w :={w1,w2,w3,w4};
62  vGen :={vGen1,vGen2,vGen3};
63  eps :=controllerData.eps;

```

```
64     vMin :=controllerData.vMinSlip;  
65     ...  
66 end AGenScalarInputs;
```



## E.2 Kontaktpunktgeschwindigkeiten

```
1 VvXY :=transpose(data.G)*vGen;
```

## E.3 Koordinatentransformation der ebenen Kontaktpunktgeschwindigkeiten

```
1 for i in 1:4 loop
2   WvXY[i] :=cos(delta[i])*VvXY[i] + sin(delta[i])*VvXY[i + 4];
3   WvXY[i+4] := -sin(delta[i])*VvXY[i] + cos(delta[i])*VvXY[i + 4];
4 end for;
```

## E.4 Berechnung der ebenen Reifenkräfte

```
1 // Tire forces -----
2 for i in 1:4 loop
3   // Slips-----
4   vAbs[i]:=sqrt(WvXY[i]^2 + WvXY[i + 4]^2+eps^2);
5   vXTireRelative[i] :=(data.rRad[i]*w[i] - WvXY[i]);
6   if vAbs[i] > vMin then
7     sXY[i] :=vXTireRelative[i]/vAbs[i];
8     sXY[i+4]:=(-WvXY[i + 4])/vAbs[i];
9   else
10    sXY[i] :=vXTireRelative[i];
11    sXY[i+4]:=-WvXY[i + 4];
12  end if;
13  // fMax -----
14  fMax[i]:=fZ[i]*(1 + data.kFz[i]*(data.Fz0[i] - fZ[i])/data.Fz0[i]);
15  // fTire -----
16  wfXY[i] := kSX[i] * fMax[i] * sXY[i];
17  wfXY[i+4]:= kSY[i] * fMax[i] * sXY[i+4];
18  // fVehicle -----
19  vfXY[i] :=cos(delta[i])*wfXY[i] + sin(delta[i])*wfXY[i + 4];
20  vfXY[i+4] :=-sin(delta[i])*wfXY[i] + cos(delta[i])*wfXY[i + 4];
21 end for;
```

## E.5 Projektion der Reifenkräfte auf die generalisierte Beschleunigung

```
1 MInv :=zeros(3, 3);
2 MInv[{{1,1}}] :=1/data.m;
3 MInv[{{2,2}}] :=1/data.m;
4 MInv[{{3,3}}] :=1/data.Jz;
5 fGen :=data.G*vfXY + {-data.cWARho * vGen[1]^{{2,0}},0};
6 aGen :=MInv*fGen;
```

## F Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Die Methode der *Eingangs-Ausgangs-Linearisierung* wird an dieser Stelle mit einem nichtlinearen und eingangsaffinen MIMO-System mit gleicher Zahl von Ein- wie Ausgängen  $p$  eingeführt. Das Verfahren kann auf nicht-eingangsaffine Systeme ebenso angewendet werden.

Einem System wird durch die hier beschriebene Methode mittels differenzialgeometrischer Methoden eine lineare Ausgangsdynamik aufgeprägt.

Die Strecke mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , dem Eingang  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  und dem Ausgang  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_p)^T \in \mathbb{R}^p$  sei durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= (y_1, \dots, y_p)^T = \mathbf{c}(\mathbf{x}) = (c_1(\mathbf{x}), \dots, c_p(\mathbf{x}))^T\end{aligned}\quad (\text{F.1})$$

beschrieben. Nun werden die Ausgangsgrößen  $y_i$  nach der Zeit zu  $\overset{(\delta_i)}{y}_i$  differenziert, bis der Eingang  $\mathbf{u}$  direkt auf sie wirkt. Dabei ist  $\delta_i$  der Differenzgrad des  $i$ -ten Ausgangs. Er wird auch als *relativer* Grad bezeichnet. Die Summe aller Differenzgrade heißt Gesamtdifferenzgrad  $\delta$ ,

$$\delta = \sum_i \delta_i.$$

Für ein lineares Eingrößensystem mit der Übertragungsfunktion  $G(s)$  ist der Differenzgrad  $\delta$  gleich der Differenz der Anzahl der Pol- und der Nullstellen. **Erklärung:** Die Übertragungsfunktion sei

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}. \quad (\text{F.2})$$

Die Differenzialgleichung im Bildbereich  $Y(s) = G(s)U(s)$  lautet dann

$$s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots + a_0 Y(s) = b_m s^m U(s) + b_{m-1} s^{m-1} U(s) + b_0 U(s).$$

Die Gleichung mit  $\frac{1}{s^m}$  erweitert und nach  $s^{n-m} Y(s)$  umgestellt,

$$s^{n-m} Y(s) = -a_{n-m-1} s^{n-m-1} Y(s) - \dots - a_0 \frac{1}{s^m} Y(s) + b_m U(s) + b_{m-1} \frac{1}{s} U(s) + b_0 \frac{1}{s^m} U(s),$$

zeigt, dass  $U(s)$  und damit auch  $u(t)$  im Zeitbereich direkt auf die  $n - m$ -te zeitliche Ableitung des Ausgangs wirkt. Die Aussage gilt in gleicher Weise für Mehrgrößensysteme.

Zur Vereinfachung der Notation beim Differenzieren der Ausgangsgrößen wird die *Lie*-Ableitung ( $L_a \mathbf{b} = \nabla \mathbf{b} \mathbf{a}$ , siehe Anhang H) verwendet. Auch wiederholte Ableitungen können, wie in genanntem Anhang beschrieben, nach Lie dargestellt werden,  $L_a^2 \mathbf{b} = \nabla(\nabla \mathbf{b}) \mathbf{a}$ . Davon können die Ableitungen der Ausgangsgrößen bis zu ihrem jeweiligen Differenzgrad als

$$\begin{pmatrix} \overset{(\delta_1)}{y}_1 \\ \vdots \\ \overset{(\delta_p)}{y}_p \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_a^{\delta_1} c_1 \\ \vdots \\ L_a^{\delta_p} c_p \end{pmatrix}}_{=: \mathbf{f}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{pmatrix} L_b L_a^{\delta_1 - 1} c_1 \\ \vdots \\ L_b L_a^{\delta_p - 1} c_p \end{pmatrix}}_{=: \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times p}} \mathbf{u}. \quad (\text{F.3})$$

geschrieben werden. Der relative Grad  $\delta_i$  des  $i$ -ten Ausgangs heißt an einer Stelle  $\mathbf{x}_0$  wohldefiniert, sofern  $L_b L_a^{\delta_i-1} c_i \neq \mathbf{0}$  in einer Umgebung um  $\mathbf{x}_0$  gilt.

Besitzt die Matrix  $\mathbf{D}$  vollen Rang, gilt also  $\det \mathbf{D} \neq 0$ , so kann eine hinreichend oft differenzierbare Referenzbewegung der Ausgangsgrößen vorgegeben werden. Die Vorgabe  $\mathbf{v} = (\overset{(\delta_1)}{y}_{1,r}, \dots, \overset{(\delta_p)}{y}_{p,r})^T$  ist aus den Ausgangsableitungen bis zum jeweiligen Differenzgrad zusammengesetzt. Gleichung (F.3) wird mit  $\mathbf{v}$  gleichgesetzt und nach  $\mathbf{u}$  gelöst. Dies ergibt

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}(\mathbf{x})^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{f}(\mathbf{x})). \quad (\text{F.4})$$

Gilt  $\delta = n$ , wird durch Gleichung (F.4) die gesamte Dynamik des Systems festgelegt. Sie ist vollständig am Ausgang  $\mathbf{y}$  beobachtbar. Die Rückführung (F.4) kompensiert die Nichtlinearitäten des Systems und hinterlässt eine lineare Strecke mit den Eingangsgrößen  $\mathbf{v}$ . Die Strecke kann durch Zustandstransformation in ein System mit den Zustandsgrößen

$$\boldsymbol{\xi} := \left( y_1, \dots, \overset{(\delta_1)}{y}_1, \dots, y_p, \dots, \overset{(\delta_p)}{y}_p \right)^T$$

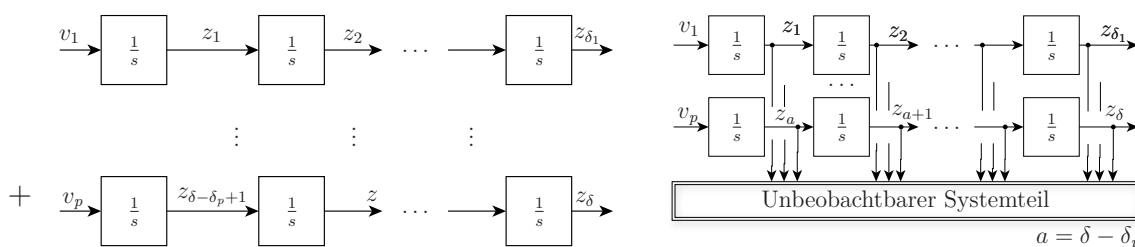
überführt werden. Die gesamte Dynamik des Systems ist beobachtbar. Der Vektor der nichtbeobachtbaren Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\eta}$  besitzt also keine Elemente,  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^0$ .

Da das rückgeführte System jedoch für  $\delta < n$  nicht beobachtbar ist, geht  $\boldsymbol{\eta}$  in den transformierten Vektor der Zustandsgrößen  $\mathbf{z}$  ein:

$$\mathbf{z} := \left( \boldsymbol{\xi}^T, \boldsymbol{\eta}^T \right)^T. \quad (\text{F.5})$$

Somit kann diese Transformation auf jedes System ungeachtet seines Differenzgrads angewendet werden.

Das rückgeführte System besteht aus  $p$  Integratorketten mit jeweils  $\delta_i$  Integratoren, siehe Abbildung F.1.



**Abbildung F.1:** System mit  $\delta = n$  nach Ausgangsrückführung. Die Abbildung ist an eine Abbildung aus [Svaricek, 2006] angelehnt. **Abbildung F.2:** System mit  $\delta < n$  nach Ausgangsrückführung. Die Abbildung ist an eine Abbildung aus [Svaricek, 2006] angelehnt.

Gilt  $\delta < n$ , so werden nur  $\delta$  Teilbewegungen des Systems durch die Zustandsrückführung F.4 festgelegt. Neben den Integratorketten vor den Ausgängen existiert mit der Rückführung ein nichtbeobachtbares und nichtlineares Teilsystem der Dimension  $n - \delta$ , siehe Abbildung F.2. Dieses System besitzt eine Dynamik, die durch die Rückführung nicht gezielt beeinflussbar ist. Sie wird als *interne Dynamik* bezeichnet. Wie bereits

gezeigt, vereint der Vektor  $\boldsymbol{\eta}$  die Zustandsgrößen der internen Dynamik,  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^{n-\delta}$ . Welcher Teil eines Systems unbeobachtbar und damit zur internen Dynamik wird, hängt allgemein von der Wahl der Rückführung ab. Es ist also keine intrinsische Systemeigenschaft.

Die Abbildungen F.1 und F.2 sind in Anlehnung an [Svaricek, 2006] für eine Eingangsausgangs-Linearisierung erstellt. Das System mit verbleibender interner Dynamik ist in der zweiten der beiden Abbildungen dargestellt. Sie zeigen, wie durch die Linearisierung der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang durch Integrator Ketten beschrieben wird. Auch das Teilsystem der internen Dynamik ist für  $\delta < n$  in Abbildung F.2 dargestellt.

In die Stellgrößen aus Gleichung (F.4) geht der gesamte Zustandsvektor  $\boldsymbol{x}$  ein. Ist dieser nicht bekannt, so kann die Methode dennoch angewendet werden. Möglich ist zum Beispiel durch das inverse Modell nur zu steuern. Das inverse Modell integriert den erwarteten Verlauf der Zustandsgrößen. Ein Regler, dem vorhandene Messgrößen zugeführt werden, regelt dann den Fehler zur Vorsteuerung aus. Alternativ kann, wie üblich, durch einen Beobachter aus den Messgrößen der Zustandsvektor rekonstruiert werden.

## F.1 Interne Dynamik und Nulldynamik

Ein System kann eine am Ausgang nichtbeobachtbare Dynamik besitzen. Diese wird als *interne Dynamik* bezeichnet. Das Gesamtsystem ist nur dann stabil, sofern neben der Ausgangsdynamik auch die interne Dynamik stabil ist.

Die interne Dynamik kann gegebenenfalls durch die Wahl der Stellgrößen beeinflusst werden. So muss zur Stabilitätsbetrachtung der internen Dynamik die Dynamik der Stellgrößen berücksichtigt werden. Zusätzlich hängt die interne Dynamik von der Wahl der Ausgangsgrößen ab. Sie ist aufgrund dieser beiden Abhängigkeiten keine dem System unveränderlich innewohnende Eigenschaft.

Sowohl interne Dynamik als auch der Differenzgrad eines Systems ist von der Wahl des Ausgangs abhängig. Der Ausgang sollte so gewählt werden, dass entweder keine interne Dynamik vorhanden oder diese stabil ist.

Ebenso können lineare Systeme, wie bereits angesprochen, invertiert werden: Das lineare Eingrößensystem  $G(s) := \frac{Z(s)}{N(s)}$  besitzt die Inverse  $G^{-1}(s) = \frac{N(s)}{Z(s)}$ . Die Nullstellen des Systems  $G$  sind die Polstellen des inversen Systems. Damit ist ersichtlich, dass ein System mit einer Polstelle in der rechten komplexen Halbebene, also einer invarianten Nullstelle, bei der Rückkopplung mit seinem inversen Modell eine nichtbeobachtbare, aber instabile Polstelle erhält.

Die Dynamik der neuen Polstellen, also der Nullstellen des invertierten Systems, ist am Ausgang des rückgekoppelten Systems nicht beobachtbar, da sie durch die ursprünglichen Zählernullstellen kompensiert werden. Dennoch sind sie Teil der rückgeführten Gesamtdynamik und definieren damit die interne Dynamik.

Auch die obigen Zusammenhänge sind bekannt, siehe zum Beispiel [Svaricek, 2006]. Im linearen Fall ist auch offensichtlich, dass ein inverses System  $G^{-1}(s)$  nur dann stabil ist, sofern das ursprüngliche System  $G(s)$  nur stabile Nullstellen besitzt. Dann heißt

es minimalphasig. Minimalphasige Systeme besitzen also keine Nullstellen, sogenannte *invariante* Nullstellen, in der rechten komplexen Halbebene.

Das Konzept der Nullstellen wird in [Byrnes und Isidori, 1991] auf nichtlineare Systeme erweitert.

Mit linearen Systemen setzt sich die Habilitationsschrift [Svaricek, 1995] auseinander. Hier wird jedoch nicht die in diesem Abschnitt erläuterte Methode betrachtet, sondern die numerische Analyse linearer Systeme. Sie diskutiert aber unter anderem die auch in diesem Kontext relevante Übertragung des Nullstellenbegriffs auf Mehrgrößensysteme.

Die interne Dynamik und die Nulldynamik werden in [Slotine und Li, 1991] ausführlich erklärt. In [Svaricek, 2006] wird die Nulldynamik linearer und nichtlinearer Systeme beleuchtet.

Die Aussagen dieses Abschnitts werden anhand des im Folgenden nichtlinearen Systems illustriert:

**Beispiel - System:** Der Ausgang  $y$  des Systems

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ -x_2 + u/2 \\ -x_3 + u/2 \end{pmatrix}, \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{F.6}$$

soll der Referenz  $r$  folgen. Durch Differenzieren ergibt sich

$$\ddot{y} = -x_2 - x_3 + u = \ddot{r}$$

und so die Ausgangsrückführung

$$u = \ddot{r} + x_2 + x_3. \tag{F.7}$$

**Beispiel - Stabilität der internen Dynamik:** Als nichtbeobachtbare Zustandsgröße kann  $x_3$  gewählt werden. Mit der nach Gleichung (F.7) bestimmten Stellgröße  $u$  ist seine Dynamik

$$\dot{x}_3 + \frac{x_3}{2} = \frac{\ddot{r} + x_2}{2} =: \frac{\alpha}{2}.$$

Die Referenz  $\ddot{r}$  wird als beschränkt angenommen. Die Zustandsgröße  $x_2$  ist durch die Rückführung ebenfalls beschränkt. Damit ist  $\alpha$  beschränkt,  $|\alpha| \leq \alpha_{\max}$ . So gilt auch  $\dot{x}_3 < 0$  für  $x_3 > \alpha$  und  $\dot{x}_3 > 0$  für  $x_3 < \alpha$ . Die nichtbeobachtbaren Zustandsgrößen des rückgekoppelten Systems sind beschränkt.

### Byrnes-Isidori-Normalform

Die durch die Rückführung (F.4) beobachtbar und die nichtbeobachtbar gemachten Zustandsgrößen des Systems (F.1) werden in der *Byrnes-Isidori-Normalform* in zwei Gruppen zusammengefasst. Mit einer Koordinatentransformation  $\mathbf{z} := \mathbf{t}(\mathbf{x}) := (\boldsymbol{\xi}^T, \boldsymbol{\eta}^T)^T$  sind, wie bereits erläutert, die Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\xi}$  beobachtbar und die Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\eta}$  nichtbeobachtbar. Diese Normalform wurde in [Byrnes und Isidori, 1988] eingeführt.

Die Koordinatentransformation findet mittels eines *Diffeomorphismus* statt. Ein Diffeomorphismus ist eine Funktion  $\Psi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , die in einer Umgebung  $\Omega$  stetig und

invertierbar ist und deren Inverse  $\Psi^{-1}$  ebenfalls stetig ist. Die Funktion  $\mathbf{t}$  der Abbildung  $\mathbf{z} = \mathbf{t}(\mathbf{x})$  stellt in der Umgebung  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  einen Diffeomorphismus dar.

Um das System (F.1) in Byrnes-Isidori-Normalform zu überführen, werden für  $\boldsymbol{\xi}$  die Ausgangsgrößen  $y_i$  und deren Ableitungen jeweils bis  $\delta_i - 1$  gewählt:

$$\boldsymbol{\xi} := \left( y_1, \dots, \overset{(\delta_1-1)}{y^{(1)}}, \dots, y_p, \dots, \overset{(\delta_p-1)}{y^{(p)}} \right)^T \in \mathbb{R}^\delta.$$

Ist  $\delta < n$ , müssen weitere  $n - \delta$  Elemente  $t_i$  der Transformation gefunden werden. Durch sie ist  $\boldsymbol{\eta}$  definiert. Diese Wahl ist beliebig, soweit  $\mathbf{t}$  durch sie lokal invertierbar wird. Dies ist mit dem Anspruch,  $\mathbf{t}$  sei ein lokaler Diffeomorphismus an der Stelle  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ , gefordert. Diese Forderung ist äquivalent zu der Forderung nach Regularität der Jacobimatrix  $\mathbf{J} := \vec{\nabla} \mathbf{t}(\mathbf{x}_0)$ .

Die Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\eta}$  können so gewählt werden, dass die Stellgrößen nicht auf sie direkt wirken. Mit dieser Wahl kann die Betrachtung ihrer Dynamik vereinfacht werden.

Die Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\eta}(t)$  sind nichtbeobachtbar. Sie stellen somit die interne Dynamik des Systems dar. Entsprechend sind  $\boldsymbol{\xi}$  die *externen* Zustandsgrößen des Systems.

Das bereits betrachtete Beispielsystem wird in Byrnes-Isidori-Normalform überführt.

**Beispiel - Normalform:** Das System (F.6) wird in die Brynes-Isidori-Normalform transformiert. Dabei wird  $\eta$  so gewählt, dass die Stellgröße  $u$  nicht auf seine erste Ableitung nach der Zeit wirkt.

Zustandsvektor  $\mathbf{z} := (\xi_1, \xi_2, \eta)^T$  wurde als

$$\mathbf{z} := \mathbf{t}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} y = x_1 \\ \dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \mathbf{t}^{-1}(\mathbf{z}) = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ (\xi_2 - \eta)/2 \\ (\xi_2 + \eta)/2 \end{pmatrix}$$

gewählt. Die Systemgleichung lautet

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \begin{pmatrix} \dot{\xi}_2 \\ -\dot{\xi}_2 + u \\ -\dot{\eta} \end{pmatrix} \\ y &= \xi_1. \end{aligned} \tag{F.8}$$

Es handelt sich bei  $\mathbf{t}$  um einen globalen Diffeomorphismus, denn  $\mathbf{t}^{-1} = (z_1, z_2, z_3 + z_2)^T$  existiert global.

Aus Gleichung (F.8) kann  $\dot{\eta} = -\eta$  entnommen werden. Diese Differenzialgleichung ist stabil. Damit ist die interne Dynamik, stabil.

## Nulldynamik

Die sogenannte *Nulldynamik* stellt die interne Dynamik eines Systems dar, sofern der Systemausgang für alle Zeiten gleich Null ist. Die Stabilität der Nulldynamik ist in vielen Fällen leichter zu untersuchen, als die der internen Dynamik. Sie ist eine intrinsische Eigenschaft eines Systems. Sie hängt also nicht von der Wahl eines Regelgesetzes ab, da dieses durch die Forderung eines für alle Zeiten verschwindenden Ausgangs vorgegeben wird.

Die Nulldynamik ist für Eingrößensysteme definiert. Jedoch kann ihr Konzept auch auf Mehrgrößensysteme erweitert werden, siehe [Isidori, 2011].

Der Stabilitätsnachweis der Nulldynamik ist gegenüber dem der internen Dynamik in vielen Fällen erheblich einfacher, da die Nulldynamik nicht von dem externen Teil  $\xi(t)$  des Systems in Byrnes-Isidori-Normalform abhängt. Ein Stabilitätsnachweis der Nulldynamik lässt dann bedingt einen Rückschluss auf die Stabilität der internen Dynamik zu: Zwar bedeutet Stabilität der Nulldynamik im allgemeinen Fall nur lokale Stabilität der internen Dynamik, jedoch ist ihre asymptotische Stabilität hinreichend für eine global stabile interne Dynamik.

Für lineare Systeme bedeutet eine stabile Nulldynamik auch globale Stabilität der internen Dynamik.

**Definition Nulldynamik:** Werden durch die Stellgrößen die Ausgangsgrößen eines Systems und alle ihre zeitlichen Ableitungen gleich Null gehalten,

$$\mathbf{y} = \dot{\mathbf{y}} = \ddot{\mathbf{y}} = \dots = \mathbf{0} = \boldsymbol{\xi}, \quad (\text{F.9})$$

so wird die interne Dynamik als Nulldynamik bezeichnet. Dies führt auch zu einer Forderung an die Anfangswerte  $\mathbf{x}_0$ , da Gleichung (F.9) auch zum Zeitpunkt  $t = 0$  erfüllt sein muss.

Der Begriff der Nulldynamik wurde in [Isidori, 1995] eingeführt. In [Isidori, 2011] wird die Übertragbarkeit des Konzepts der Nulldynamik auf nichtquadratische Systeme gezeigt. Zusätzlich wird erklärt, dass es Ansätze gibt, ein System trotz instabiler Nulldynamik mittels Inversion zu regeln.

Im Folgenden wird die Nulldynamik des Beispielsystems untersucht:

**Beispiel - Nulldynamik:** Da für das gegebene Beispiel bereits die interne Dynamik stabil ist, muss die Nulldynamik nicht weiter untersucht werden. Aus diesem Grund wird das Beispiel zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ -x_1 - x_2 + \frac{u}{2} \\ -x_3 + \frac{u}{2} \end{pmatrix}, \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

modifiziert. Wieder wird es in die Byrnes-Isidori-Normalform transformiert:

$$\mathbf{z} := \mathbf{t}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \xi_1 = x_1 \\ \xi_2 = x_2 + x_3 \\ \eta_1 = x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} z_2 \\ -z_1 - z_2 + u \\ -z_1 - \eta \end{pmatrix}, \quad y = z_1.$$

Um die Nulldynamik zu bestimmen, wird  $z_1 = z_2 = 0$  angenommen. Da  $\eta \neq \eta(u)$  gewählt wurde, muss das Regelungsgesetz für die Stellgröße  $u$  nicht weiter bestimmt werden. Mit  $z_1 = 0$  gilt

$$\dot{\eta} = -\eta \quad (\text{F.10})$$



und die Nulldynamik ist stabil. Da diese Stabilität asymptotischen Charakter aufweist, ist auch die interne Dynamik des rückgeführten Systems global stabil.

Bei der Forderung nach stabiler Nulldynamik handelt es sich nur um eine notwendige Voraussetzung für ein durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung gesteuertes oder geregeltes System. Stabile Nulldynamik nachzuweisen, bedeutet nicht automatisch Stabilität des geschlossenen Regelkreises.

Die Betrachtung der Nulldynamik ist für nichtlineare Systeme nicht trivial. Es existieren Algorithmen, die bei dieser Aufgabe unterstützen, siehe [Svaricek, 2006].

## F.2 Spezialfall *Eingangs-Zustands-Linearisierung*

Gilt für den Grad  $\delta$  eines Systems mit  $n$  Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  an der Stelle  $\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}}$

$$\delta = n,$$

so besitzt das System keine interne Dynamik. Die Methode der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung kann dann als *Eingangs-Zustands-Linearisierung* oder *exakte* Linearisierung bezeichnet werden.

In [Engell und Allgöwer, 1995] wird der Begriff der exakten Linearisierung der im letzten Absatz eingeführten Definition entsprechend verwendet. Die Quelle betont zusätzlich, dass auch im Falle von Modellfehlern im Entwurfsmodell keine lineare Strecke durch Eingangs-Zustands-Rückführung entsteht. So seien die meisten realen Strecken nicht exakt Eingangs-Zustands-linearisierbar. Dies gilt auch wegen des Umstandes, dass die Zustandsgrößen im Allgemeinen nur durch einen nichtlinearen Beobachter geschätzt werden können. Da im Nichtlinearen das Separationstheorem nicht gilt, ergibt sich durch Eingangs-Zustands-Rückführung lediglich asymptotisch eine lineare Strecke.

Ist ein System für seinen realen Ausgang nur mit einer verbleibenden internen Dynamik Eingangs-Zustands-linearisierbar, kann unter Umständen ein virtueller Ausgang gefunden werden, für den der relative Grad der Ordnung des Systems entspricht. Es existiert eine Bedingung für die Existenz eines Ausgangs, für den  $\delta = n$  gilt. Dieser Satz und dessen auf *Frobenius* zurückgehende Beweis ist zum Beispiel in [Kugi, 2013] dargestellt. Ein derartiger Ausgang wird als *flacher* Ausgang bezeichnet, siehe Anhang G.

## F.3 Diskussion des Verfahrens der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung

Die Methode ist transparent und kann direkt angewendet werden. Mit einer derart gewählten Rückführung ergibt sich ein lineares System. So können im im Folgenden Schritt die Methoden der linearen Regelung angewendet werden. Die Strecke wird an jedem Punkt im Zustandsraum neu linearisiert. Damit ist jedes betrachtete lineare Modell infinitesimal nahe am Arbeitspunkt exakt.

Mit dem Verfahren sind aber auch einige Probleme verbunden: Das rückgeführte System ist nicht zwangsläufig stabil. Zum einen geht mit dem Verfahren nicht Robustheit einher. Zum anderen verbleibt, wie dargestellt, gegebenenfalls eine interne Dynamik im

System. Diese wird durch den Ansatz nicht zwangsläufig stabilisiert. Auch das Erzwingen eines linearen Verhaltens kann die Systemdynamik weit von der freien Bewegung entfernen. Dann ist das Linearisieren mit unter Umständen vermeidbarem Energieaufwand und Aktuatorbeanspruchung verbunden. Dies kann abhängig von der Anwendung aber auch gewünscht sein. Wird zum Beispiel durch einen Operationsroboter ein Werkzeug durch das Auge eines Patienten geführt, besitzt die Umsetzung der vorgegebenen Bewegung einzige Priorität.

Auch muss die Matrix  $\mathbf{D}$  nicht an jedem Arbeitspunkt  $\mathbf{x}$  regulär sein. Damit ist der relative Grad nicht wohldefiniert und das System nicht an jedem Arbeitspunkt linearisierbar.

## G Differenzielle Flachheit

Flachheit oder differenzielle Flachheit ist eine Systemeigenschaft. Sie wurde in [Fliess, 1993] eingeführt. Viele Stellen der Literatur diskutieren sie, wie zum Beispiel der Übersichtsaufsatz [Rothfuß et al., 1997, Kugi, 2013].

Sie erweitert den Begriff der Steuerbarkeit auf nichtlineare Systeme. Für einen *flachen Ausgang* kann durch Flachheitsbetrachtung eine Steuerung entworfen werden. Die Steuerung kann durch Entwurf eines Folgereglers zur Regelung erweitert werden.

Es besteht ein Zusammenhang zum Entwurf eines Reglers durch Eingangs-Ausgangs-Linearisierung, die in Abschnitt F erklärt wird. Ein flaches System besitzt bezüglich des flachen Ausgangs keine interne Dynamik.

Ein System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \dots, \overset{(k)}{\mathbf{u}}), k < \infty \\ \text{Rang } \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} &= \dim \mathbf{u}\end{aligned}$$

mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$ , den Stellgrößen  $\mathbf{u}$  und den Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  heißt flach, sofern

- die Komponenten der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  linear unabhängig sind und
- sich die Zustandsgrößen  $\mathbf{x}$  und Stellgrößen  $\mathbf{u}$  durch die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  und eine endliche Zahl derer zeitlichen Ableitungen rein algebraisch ausdrücken lassen. Man spricht deswegen von einer endlichen *Parametrierung* des Systems durch einen flachen Ausgang.

Ein derartiger Ausgang  $\mathbf{y}$  des Systems wird als flacher Ausgang bezeichnet. Es muss sich dabei nicht um einen realen Ausgang des Systems handeln. Ist ein System flach, so existieren beliebig viele flache Ausgänge. So kann oft ein flacher Ausgang gefunden werden, der physikalisch interpretierbar ist und in Bezug zu der Regelungsaufgabe steht.

Ein flaches System ist steuerbar, beziehungsweise ein steuerbares lineares System ist flach.

Die Aufgaben, einen flachen Ausgang zu finden, eine geeignete Solltrajektorie zu bestimmen und einen flachheitsbasierten Folgeregler zu entwerfen, sind nicht für jedes System mit der gleichen Methodik zu lösen. Diese Aufgaben bewegen sich noch im Fokus der Forschung. Dennoch konnte die flachheitsbasierte Vorgehensweise bereits auf viele technische Aufgabenstellungen erfolgreich angewendet werden.

## H Lie-Ableitung

Die *Lie-Ableitung* ist ein Werkzeug der Analysis. Es handelt sich um die Ableitung eines Tensorfeldes entlang eines Vektorfeldes. Im Rahmen dieser Arbeit wird sie zur Vereinfachung der Notation genutzt.

Die Lie-Ableitung  $L_{\mathbf{a}}\mathbf{c}$  ist als

$$L_{\mathbf{a}}\mathbf{c}(\mathbf{x}) := \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a}$$

definiert [Slebodzinski, 1931]. Dabei sind  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{c}$  vektorwertige Funktionen in dem Vektor  $\mathbf{x}$ . Wiederholte Ableitungen, wie zum Beispiel  $L_{\mathbf{a}}^2\mathbf{c}$  werden als

$$L_{\mathbf{a}}^2\mathbf{c} := \frac{\partial \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a}$$

geschrieben.

## I Modellinversion mit Modelica

Dieser Abschnitt deutet an, wie *Modelica* zum Erzeugen eines inversen Fahrzeugmodells genutzt werden kann. Ein derartiges inverses Modell ist integraler Bestandteil des vorliegend entwickelten Reglers. Jedoch entwickelt diese Arbeit eine Vorgehensweise zur Erstellung des inversen Modells, die die Probleme, die mit der Modelica-inhärenten Vorgehensweise verbunden sind, überwindet. Daher wird in diesem Abschnitt genannte Vorgehensweise mit Modelica dargestellt.

Die objektorientierte Modellierungssprache Modelica [Elmqvist, 1978] ist zur Beschreibung physikalischer Modelle geeignet. Ein Modelica-Übersetzer überführt ein Modelica-Modell zunächst in ein mathematisches Modell, beschrieben durch Differential-, algebraische und diskrete Gleichungen, das anschließend mittels eines Lösungsalgorithmus gelöst werden kann [Tiller, 2001]. Ergebnisse dieser Lösung sind unter anderem die Verläufe der Zustandsgrößen des Modells über die Simulationszeit. Modelica eignet sich besonders zur Modellierung mechatronischer Systeme, die sich aus elektrischen, mechanischen, hydraulischen, pneumatischen, thermischen, fluidmechanischen und regelungstechnischen Teilkomponenten zusammensetzen [Otter und Schweiger, 2004].

Ein Vorteil von Modelica besteht darin, dass Modelle mit Gleichungen und nicht durch Zuweisungen beschrieben werden. Modelica ist somit eine deklarative Programmiersprache [Fritzson und Bunas, 2002].

Modelica-Modelle können in graphischen Modellierungsumgebungen, wie zum Beispiel *Dymola* erstellt werden [Brück et al., 2002]. Diese Werkzeuge unterstützen den Entwickler während der Modellierung, übersetzen das Modell zu simulierbaren, also ausführbaren Maschinencode und lassen das Simulationsergebnis betrachten.

Im Folgenden wird ein Vorwärtsmodell mit der Zustandsgröße  $x_1$ , der Eingangsgröße  $u$  und der Ausgangsgröße  $y$  als Modelica-Modell modelliert. Das Modell ist durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u, \\ y &= x^2\end{aligned}$$

beschrieben. Die Größe  $u$  wirkt nach

$$\dot{y} = 2xu \tag{I.1}$$

ohne zeitliche Verzögerung auf  $\dot{y}$ . Es gelte die Anfangsbedingung

$$x(0) = 1.$$

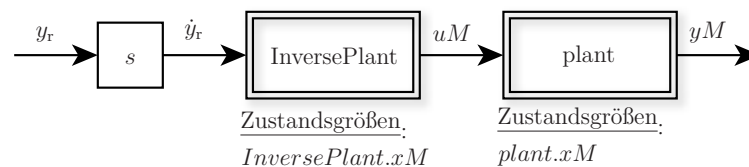
Das Modell *Plant* implementiert diese Zusammenhänge als Modelica-Modell: Der Beispiel-Programmcode befindet sich in Anhang I.1.

Das Modell *InversePlant* invertiert das Modell *Plant*. Dazu deklariert es  $uM$  und  $yM$  als Variablen des Modells, führt die Eingangsgröße  $yDotRef$  sowie die Ausgangsgröße  $uInv$  ein und setzt  $der(yM)$  mit  $yDotRef$  gleich: Der Beispiel-Programmcode befindet sich in Anhang I.2.

Für die Inversion wird das Wissen herangezogen, dass  $u$  direkt auf  $\dot{y}$  wirkt. Der Modelica-Compiler ermittelt dann analytisch die Ableitung  $\dot{y}$ , vergleiche Gleichung(I.1), und daraus  $u$ ,

$$u = \frac{\dot{y}}{2x}. \tag{I.2}$$

Die Modelle *Plant* und *InversePlant* können, in einem weiteren Modelica-Modell instanziiert und wie in Abbildung I.1 gezeigt, verkoppelt werden. Mit Vorgabe eines einfach nach der Zeit differenzierbaren  $yR$  kann dieses Gesamtmodell simuliert und somit das inverse Modell *InversePlant* zur Steuerung der Strecke *Plant* genutzt werden.



**Abbildung I.1:** Das Modelica-Modell *InversePlant* steuert *Plant*. Dabei müssen *InversePlant.xM* und *plant.xM* nicht identisch sein, *plant.xM* wird nicht zurückgeführt.

Das so erstellte *InversePlant* kann jedoch nicht direkt als inverses Modell im Sinne der Eingangs-Ausgangs-Linearisierung und für alle  $xM$  genutzt werden, da

1.  $InversePlant.xM$  nicht mit  $Plant.xM$  gleichgesetzt werden kann und da
2. Gleichung (I.2) für  $x = 0$  nicht ausgewertet und dies nicht ohne einen Abbruch der Simulation behandelt werden kann.

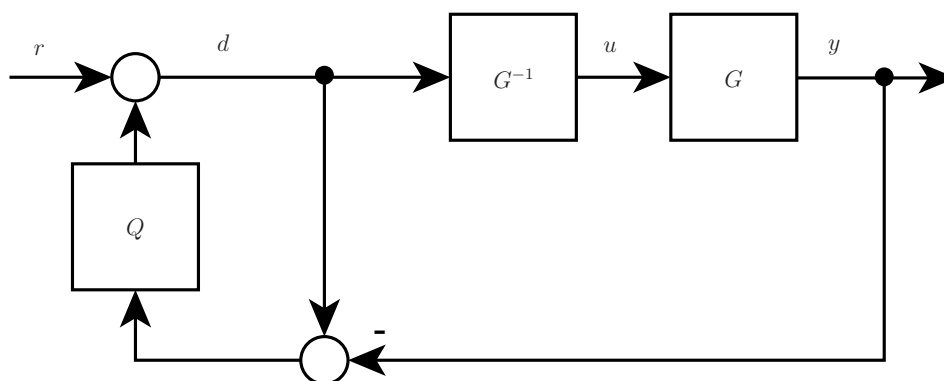
Vorliegende Arbeit implementiert den geschlossenen Regelkreis aus iFR und Fahrzeugmodellen in Modelica. Dabei begegnet sie der aufgezeigten Herausforderung bei der Modellinversion. Durch das Zurückgreifen auf ein im Rahmen vorliegender Arbeit entwickeltes Entwurfsmodell ist die Inversion dieses möglich, ohne dabei ein inverses Modell mit eigenen Zustandsgrößen entstehen zu lassen. Dadurch kann das inverse Modell auf Größen zurückgreifen, die von der Regelstrecke ermittelt wurden.

## I.1 Model Plant

```
1 model Plant
2   Real xM(start = 1);
3   input Real uM;
4   output Real yM;
5 equation
6   yM = xM ^ 2;
7   der(xM) = uM;
8 end Plant;
```

## I.2 Model InversePlants

```
1 model InversePlant
2   Real xM(start = 1);
3   Real uM;
4   Real yM;
5   input Real yDotRef;
6   output Real uInv;
7 equation
8   yM = xM ^ 2;
9   der(xM) = uM;
10  der(yM) = yDotRef;
11  uInv = u;
12 end InversePlant;
```



**Abbildung J.1:** Q-Filter, aus [Bajcinca und Bunte, 2005]. Ziel des Filters ist das Bestimmen eines Signals  $d$ , aus dem ein inverses Modell Stellgrößen  $u$  bestimmt, die den Systemausgang einer Strecke der Referenz  $r$  folgen lassen und die mögliche Folgefehler ausregeln.

## J Diskussion Q-Filter

Abbildung J.1 zeigt den in [Bajcinca und Bunte, 2005] vorgeschlagenen, sogenannten Q-Filter. Das Eingangssignal des inversen Modells  $d$  ergibt sich nach

$$\begin{aligned} d &= r + Q(d - y) \\ (1 - Q)d &= r + Q(r - r - y), \\ (1 - Q)d &= (1 - Q)r + Q(r - y), \\ d &= r + \underbrace{\frac{Q}{1 - Q}}_{=:K}(r - y) \end{aligned}$$

aus der Referenz  $r$  und dem Systemausgang  $y$  der Strecke mit der Übertragungsfunktion  $G$ .

So entspricht  $d$  mit dem Q-Filter einer Ausgangsrückführung mit Verstärkung  $K$  und einer Vorsteuerung des Referenzsignals  $r$ . Da  $K = \frac{Q}{1-Q}$  gilt, ist die Wahl der Verstärkung der Rückführung intransparent. Ebenso wird auch aus dessen Struktur nicht sein Konzept der Ausgangsrückführung mit Vorsteuerung ersichtlich.

## K Bildschirmfotos zu der Simulation aus Abschnitt 8

Die Abbildung K.1 zeigt die Visualisierung der Simulation des Fahrmanövers aus Abschnitt 8. Die Aufnahmen wurden mit dem Werkzeug *SimVis* gerendert, das zum Beispiel in [Bellmann, 2009] beschrieben wird.

Die Aufnahmen wurden zu den Zeitpunkten  $t = 6$  s (links, oben),  $t = 9$  s (rechts, oben),  $t = 10$  s (links, Mitte),  $t = 11$  s (rechts, Mitte),  $t = 12$  s (links, unten) und  $t = 13$  s (rechts, unten) gemacht. Die vier roten Pfeile zeigen die gestellten Bremsmomente an.

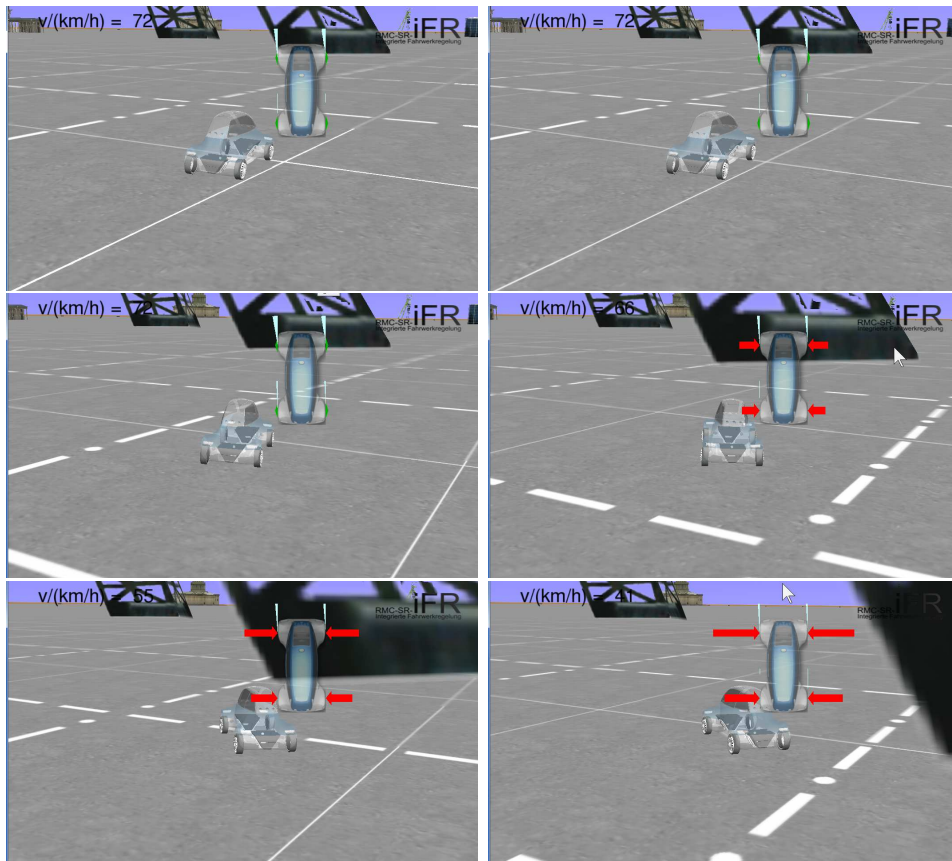


Abbildung K.1: Bildschirmfotos der SimVis-Visualisierung des Manövers *ISO 7975 - Bremsen in Kurve*.

## L Programmcode

Dieser Abschnitt enthält Modelica-Code der am DLR vom Autor entwickelten Implementierung der integrierten Fahrdynamikregelung.

### L.1 Entwurfsmodell als Funktion

Die Modelica-Funktion besitzt skalare Eingangsgrößen, um auch analytisch nach diesen differenziert werden zu können. Ausgangsgrößen sind die Fahrzeugbeschleunigung sowie die Reifenkräfte in den jeweiligen Reifenkoordinatensystemen. Der Reifenschlupf wird zu Diagnosezwecken ausgegeben.

```

1 function AGenScalarInputs
2   input
3     VehicleControls.VehicleDynamicsModels.DoubleTrackModel.
4     Models.BaseClasses.Data
5     data;
6   input ControllerData.ControllerDataBase controllerData;
7
8   input Modelica.SIunits.Angle delta1;
9   input Modelica.SIunits.Angle delta2;
10  input Modelica.SIunits.Angle delta3;
11  input Modelica.SIunits.Angle delta4;
12  input Modelica.SIunits.Force fZ1;

```



```

13  input Modelica.SIunits.Force fZ2;
14  input Modelica.SIunits.Force fZ3;
15  input Modelica.SIunits.Force fZ4;
16  input Real kSX1;
17  input Real kSX2;
18  input Real kSX3;
19  input Real kSX4;
20  input Real kSY1;
21  input Real kSY2;
22  input Real kSY3;
23  input Real kSY4;
24
25  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w1;
26  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w2;
27  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w3;
28  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w4;
29  input Real vGen1;
30  input Real vGen2;
31  input Real vGen3;
32
33  output Real aGen[3];
34  output Modelica.SIunits.Force wfXY[8] "Force in wheel COS";
35  output Real sXY[8] "Tire slip in wheel CPS";
36  protected
37  Modelica.SIunits.Angle delta[4];
38  Modelica.SIunits.Force fZ[4] "Wheel load";
39  Real kSX[4] "Additional longitudinal slips";
40  Real kSY[4] "Additional lateral slips";
41  Modelica.SIunits.AngularVelocity w[4] "Angular velocities
42      of the wheels";
43  Real vGen[3];
44
45  Modelica.SIunits.Force fMax[4];
46  Real fGen[3];
47  Modelica.SIunits.Angle slipAngle[4];
48  Modelica.SIunits.Velocity WvXY[8] "Contact point velocities
49      (vX, vY) in tires frames";
50  Modelica.SIunits.Velocity VvXY[8] "Contact point velocities
51      (vX, vY) in vehicle s frame";
52  Real eta[4];
53  Real kFMax[4];
54  Modelica.SIunits.Force vfXY[8] "Force in body COS";
55  // Real sAbs[4] "Absolute tire slip";
56  Modelica.SIunits.Velocity vAbs[4] "Absolute CP velocities";
57  Modelica.SIunits.Velocity vXTireRelative[4];
58  Real etaHat[4];
59  Real Bsmu[4] "B * s * mu";
60  Real sinArgument[4] "eta = sin(sinArgument)";
61  Real MInv[{{3,3}}] "Inverse generalized mass matrix";
62  Real eps;
63  Modelica.SIunits.Velocity vMin;
64  algorithm
65  delta := {delta1, delta2, delta3, delta4};

```

```

66   fZ :={fZ1,fZ2,fZ3,fZ4};
67   kSX :={kSX1,kSX2,kSX3,kSX4};
68   kSY :={kSY1,kSY2,kSY3,kSY4};
69   w :={w1,w2,w3,w4};
70   vGen :={vGen1,vGen2,vGen3};
71
72   eps :=controllerData.eps;
73   vMin :=controllerData.vMinSlip;
74   // Contact point velocities -----
75   VvXY :=transpose(data.G)*vGen;
76   for i in 1:4 loop
77     WvXY[i] :=cos(delta[i])*VvXY[i] + sin(delta[i])*VvXY[i + 4];
78     WvXY[i+4] := -sin(delta[i])*VvXY[i] + cos(delta[i])*VvXY[i + 4];
79   end for;
80
81   // Tire forces -----
82   for i in 1:4 loop
83     // Slips-----
84     vAbs[i] :=sqrt(WvXY[i]^2 + WvXY[i + 4]^2+eps^2);
85     vXTireRelative[i] :=(data.rRad[i]*w[i] - WvXY[i]);
86     if vAbs[i] > vMin then // vAbs[i] > vMin
87       sXY[i] :=vXTireRelative[i]/vAbs[i];
88       sXY[i+4] :=(-WvXY[i + 4])/vAbs[i];
89     else
90       sXY[i] :=vXTireRelative[i];
91       sXY[i+4] :=-WvXY[i + 4];
92     end if;
93     // fMax -----
94     fMax[i] :=fZ[i]*(1 + data.kFz[i]*(data.Fz0[i] - fZ[i])/data.Fz0[i]);
95     // fTire -----
96     wfXY[i] := kSX[i] * fMax[i] * sXY[i];
97     wfXY[i+4] := kSY[i] * fMax[i] * sXY[i+4];
98     // fVehicle -----
99     vfXY[i] :=cos(delta[i])*wfXY[i] + sin(delta[i])*wfXY[i + 4];
100    vfXY[i+4] :=-sin(delta[i])*wfXY[i] + cos(delta[i])*wfXY[i + 4];
101  end for;
102  // fGen
103  fGen :=data.G*vfXY + {-data.cWARho * vGen[1]^{2,0},0};
104  // aGen
105  MInv :=zeros(3, 3);
106  MInv[{{1,1}}] :=1/data.m;
107  MInv[{{2,2}}] :=1/data.m;
108  MInv[{{3,3}}] :=1/data.Jz;
109
110  aGen :=MInv*fGen;
111
112  if abs(w[1]) > 0 and false then
113    Modelica.Utilities.Streams.print(String(w[1]) + ", "
114      + String(vXTireRelative[1]));
115  end if;
116  end AGenScalarInputs;

```

## L.2 Bestimmen der Jacobi-Matrizen durch Differenzenquotienten

Die im Folgenden eingeführte Funktion bestimmt exemplarisch die Änderung der generalisierten Beschleunigung mit den Lenkwinkeln. Um eine gesamte Jacobi-Matrix zu errechnen, müssen derartige Funktionen für jede relevante Größe erstellt und ausgewertet werden.

```

1 function daddelta
2   input
3     VehicleControls.VehicleDynamicsModels.DoubleTrackModel.Models.
4     BaseClasses.Data
5
6   input ControllerData.ControllerDataBase controllerData;
7   input Modelica.SIunits.Angle delta[4] "Steering angles";
8   input Modelica.SIunits.Force fZ[4] "Wheel load";
9   input Real eps = 1e-13;
10  input Real epsDiff = 1e-5;
11  input Modelica.SIunits.Velocity vMin = 1;
12  input Modelica.SIunits.AngularVelocity w[4] "Angular velocities
13    of the wheels";
14  input Real vGen[3];
15  input Real kSX[4] "Additional longitudinal slips";
16  input Real kSY[4] "Additional lateral slips";
17
18  output Real daddelta[{{3,4}}];
19  output Real dfddelta[{{8,4}}];
20  output Real dsddelta[{{8,4}}];
21 protected
22   Modelica.SIunits.Angle deltaDelta[4];
23   Real aGenLeft[3];
24   Real aGenRight[3];
25   Real deltaAGen[3];
26   Real Delta;
27   Modelica.SIunits.Force wfXYLeft[8];
28   Modelica.SIunits.Force wfXYRight[8];
29   Modelica.SIunits.Force deltaFXY[8];
30   Real deltaSXY[8];
31   Real sXYRight[8];
32   Real sXYLeft[8];
33 algorithm
34   for i in 1:4 loop
35     deltaDelta :=zeros(4);
36     deltaDelta[i] :=-epsDiff;
37     (aGenLeft, wfXYLeft, sXYLeft) :=AGen(
38       fZ=fZ,
39       delta=delta + deltaDelta,
40       w=w,
41       kSX=kSX,
42       kSY=kSY,
43       data=data,
44       controllerData= controllerData,

```

```

45     vGen=vGen);
46     deltaDelta :=zeros(4);
47     deltaDelta[i] :=epsDiff;
48     (aGenRight, wfXYRight, sXYRight) :=AGen(
49         fZ=fZ,
50         delta=delta + deltaDelta,
51         w=w,
52         kSX=kSX,
53         kSY=kSY,
54         data=data,
55         controllerData= controllerData,
56         vGen=vGen);
57
58     deltaAGen :=aGenRight - aGenLeft;
59     deltaFXY :=wfXYRight - wfXYLeft;
60     deltaSXY := sXYRight - sXYLeft;
61     Delta :=2*epsDiff;
62     daddelta[:,i] :=deltaAGen / Delta;
63     dfddelta[:,i] := deltaFXY / Delta;
64     dsddelta[:,i] :=deltaSXY/Delta;
65     end for;
66 end daddelta;

```

### L.3 Schätzer des reifenkraftinduzierten Drehmomentes

Der Schätzer wird abgetastet ausgewertet. Er erhält über das Subsystem *busConnectionEquivalent* Signale vom inversen Modell.

```

1 model TauRoadEstimatorTauFDotContinuous
2     extends TauRoadEstimatorBase(
3         tauRoad(start=zeros(4)));
4
5     parameter Integer sampleFactor(min=1)=1
6         "Ts=sampleClock.sampleTime
7         *sampleFactor";
8     final parameter Modelica.SIunits.Time Ts = sampleClock.sampleTime*
9         sampleFactor "Sample time"
10        annotation(Hide=false);
11     parameter Real kCorrectTauRoad = 5;
12
13     // Derived quantities
14     Integer ticks
15         "Actual number of base samples starting from the last sample time
16         instant" annotation(Hide=true);
17     Boolean sampleTrigger "Triggers next sample time"
18         annotation(Hide=true);
19
20     Modelica.SIunits.Torque tauRoadUndelayed[4](start=zeros(4));
21     Modelica.SIunits.Torque tauAdditionalDelayed[4](start=zeros(4));
22     Modelica.SIunits.Torque tauFDotFiltered[4];
23     Real slopeTauRoad[4];
24     Modelica.SIunits.Torque negativeTauRoad[4] = - tauRoad;
25     Real blendingFactor[4];

```

```

26 Real slopeTauCurrent [4];
27 discrete Modelica.SIunits.Torque tauRoad0 [4];
28 discrete Modelica.SIunits.Torque tauRoadCorrected [4];
29 Boolean holdingBrake [4];
30 Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput fXYDot [8]
31   annotation (Placement(transformation(extent={{20,-80},{40,-60}})));
32 Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput tauFDot [4]
33   annotation (Placement(transformation(extent={{20,-60},{40,-40}})));
34 Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput tauRoadAdditional [4]
35   annotation (Placement(transformation(extent={{20,-40},{40,-20}})));
36 protected
37   outer Modelica_LinearSystems2.Controller.SampleClock sampleClock
38     annotation (Placement(transformation(extent={{-78,62},{-58,82}})));
39 public
40   Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput tauCurrent [4]
41     annotation (Placement(transformation(extent={{20,-18},{40,2}})));
42 public
43   Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput fBrake_normalized [4]
44     annotation (Placement(transformation(extent={{20,0},{40,20}})));
45 equation
46   for i in 1:4 loop
47     holdingBrake[i] = fBrake_normalized[i] >= 0.5;
48   end for;
49   if sampleClock.blockType == Modelica_LinearSystems2.Controller.Types.
50     BlockType.Continuous then
51     // no sampling in sampleClock
52     sampleTrigger = sample(Ts, Ts);
53     ticks = 0;
54   else
55     when sampleClock.sampleTrigger then
56       ticks = if pre(ticks) < sampleFactor then pre(ticks) + 1 else 1;
57     end when;
58     sampleTrigger = sampleClock.sampleTrigger and ticks >=
59       sampleFactor;
60   end if;
61 algorithm
62   when sampleTrigger then
63     tauRoad0 :=tauRoadUndelayed;
64     for i in 1:4 loop
65       if sign(tauRoadUndelayed[i] - tauRoadAdditional[i]) ==
66         sign(tauCurrent[i]) then
67         if abs(tauRoadUndelayed[i] - tauRoadAdditional[i]) >=
68           abs(tauCurrent[i]) then
69           tauRoadCorrected[i] :=tauCurrent[i];
70         else
71           tauRoadCorrected[i] :=tauRoadUndelayed[i] -
72             tauRoadAdditional[i];
73         end if;
74       else
75         tauRoadCorrected[i] :=tauRoadUndelayed[i] -
76           tauRoadAdditional[i];
77       end if;
78     end for;

```

```

79     reinit(tauRoadUndelayed, tauRoad0 - tauAdditionalDelayed);
80     reinit(tauAdditionalDelayed, zeros(4));
81 end when;
82 equation
83   for i in 1:4 loop
84     if abs(tauFDot[i]) >= controllerData.tauFDotMin then
85       tauFDotFiltered[i] = tauFDot[i] - sign(tauFDot[i]) *
86         controllerData.tauFDotMin;
87     else
88       tauFDotFiltered[i] = 0;
89     end if;
90   end for;
91   if time >= controllerData.tInitial then
92     for i in 1:4 loop
93       if tauCurrent[i] > 0 then
94         blendingFactor[i] = -min(0, (tauCurrent[i] -
95           (-tauRoadUndelayed[i])));
96       else
97         blendingFactor[i] = max(0, (tauCurrent[i] -
98           (-tauRoadUndelayed[i])));
99       end if;
100      slopeTauCurrent[i] = tanh(blendingFactor[i]) *
101        kCorrectTauRoad * (- tauCurrent[i] - tauRoadUndelayed[i]);
102
103      slopeTauRoad[i] = - tauFDotFiltered[i] + slopeTauCurrent[i];
104
105      if not holdingBrake[i] then
106        if busConnectionEquivalent.fZ[i] > 100 then
107          controllerData.TTauRoad * der(tauRoadUndelayed[i]) =
108            slopeTauRoad[i];
109        else
110          // 1/10 * der(tauRoadUndelayed[i]) = 0 -
111          tauRoadUndelayed[i];
112          10 * der(tauRoadUndelayed[i]) = -
113            tauRoadUndelayed[i];
114        end if;
115      else
116        0.1 * der(tauRoadUndelayed[i]) = - tauRoadUndelayed[i];
117      end if;
118    end for;
119  else
120    der(tauRoadUndelayed) = zeros(4);
121    slopeTauRoad = zeros(4);
122    slopeTauCurrent = zeros(4);
123    blendingFactor = zeros(4);
124  end if;
125  tauRoad = tauRoadUndelayed; // TTauRoad
126
127  // Also tauRoadAdditional must be delayed so it isn't
128  already reseted when the algorithm in this model is executed
129  controllerData.TTauRoad * der(tauAdditionalDelayed) =
130    tauRoadAdditional - tauAdditionalDelayed;
131  connect(fXYDot, localGlobalChassisControlBus.gCCBackBus.

```

```

132     fXYTireDot)
133     annotation (Line(
134         points={{30,-70},{0,-70},{0,-100}},
135         color={{0,0}},127),
136         smooth=Smooth.None), Text(
137         string="%second",
138         index=1,
139         extent={{6,3}},{{6,3}}));
140     connect(tauFDot, localGlobalChassisControlBus.gCCBackBus.
141         tauFDot) annotation (
142         Line(
143         points={{30,-50},{0,-50},{0,-100}},
144         color={{0,0}},127),
145         smooth=Smooth.None));
146     connect(tauRoadAdditional, localGlobalChassisControlBus.
147         gCCBackBus.tauRoadAdditional)
148     annotation (Line(
149         points={{30,-30},{0,-30},{0,-100}},
150         color={{0,0}},127),
151         smooth=Smooth.None), Text(
152         string="%second",
153         index=1,
154         extent={{6,3}},{{6,3}}));
155     connect(tauCurrent, localGlobalChassisControlBus.gCCBackBus.
156         tauDrive)
157     annotation (Line(
158         points={{30,-8},{0,-8},{0,-100}},
159         color={{0,0}},127),
160         smooth=Smooth.None), Text(
161         string="%second",
162         index=1,
163         extent={{6,3}},{{6,3}}));
164     connect(fBrake_normalized, localGlobalChassisControlBus.
165         equivalentStateBus.fBrake_normalized)
166     annotation (Line(
167         points={{30,10},{0,10},{0,-100}},
168         color={{0,0}},127),
169         smooth=Smooth.None), Text(
170         string="%second",
171         index=1,
172         extent={{6,3}},{{6,3}}));
173     annotation (Diagram(graphics));
174 end TauRoadEstimatorTauFDotContinous;

```

## L.4 Bildschirmfotos des Modelica-Modells

In diesem Abschnitt sind Bildschirmfotos eines lauffähigen Gesamtmodells und einzelner Komponenten des Reglers dargestellt. Als Modellierungswerkzeug wird dabei *Dymola* verwendet.



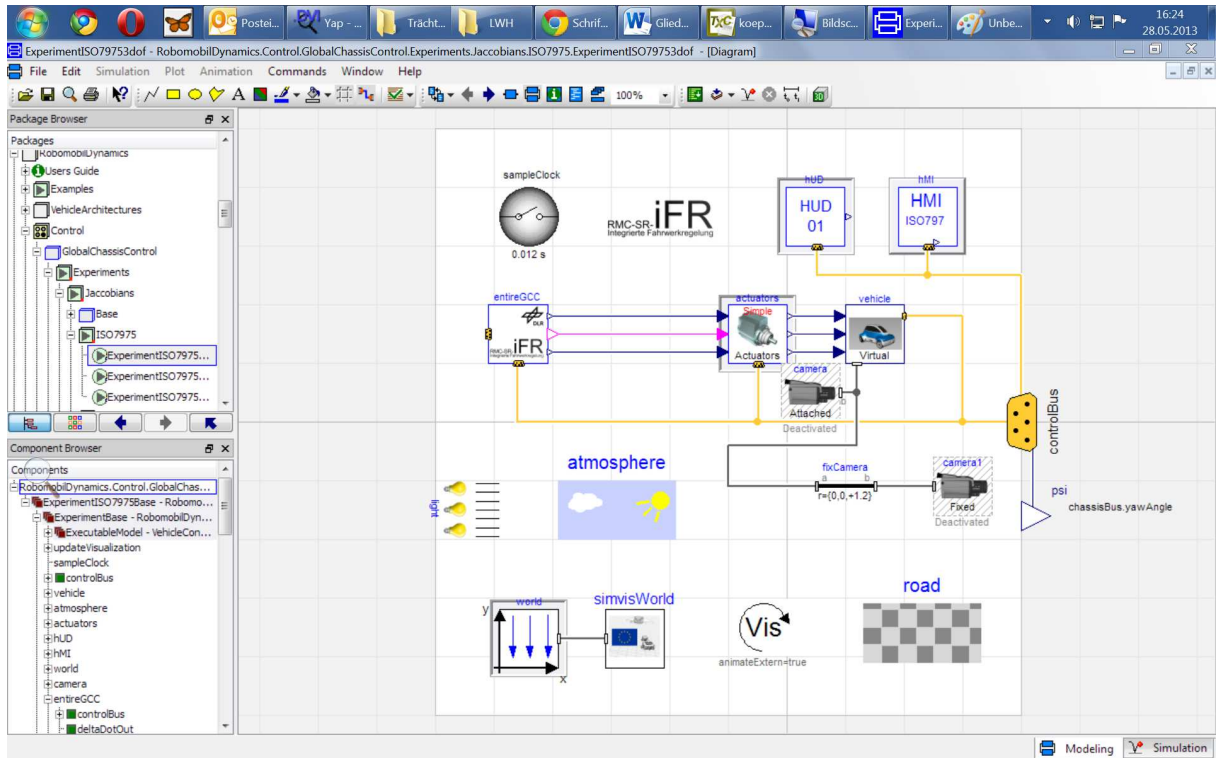


Abbildung L.1: Simulierbares Gesamtmodell mit Mehrkörperfahrzeugmodell, Regler und Aktuatormodell.

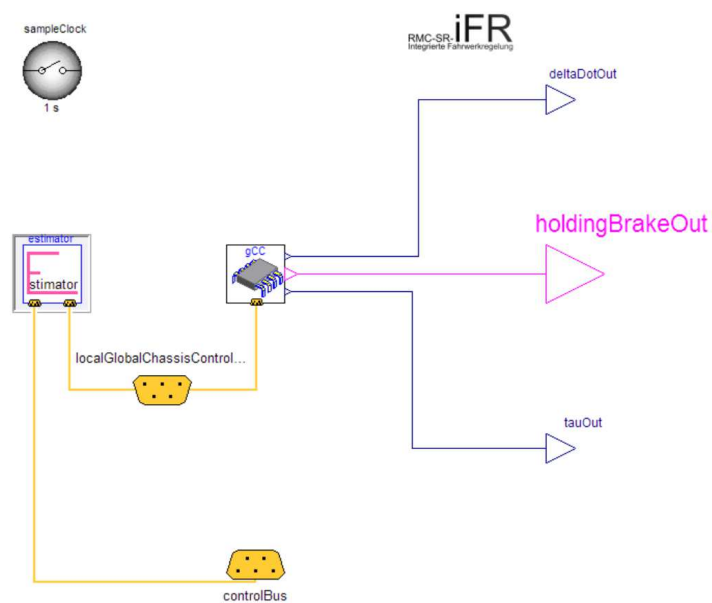


Abbildung L.2: Modell der integrierten Fahrdynamikregelung.

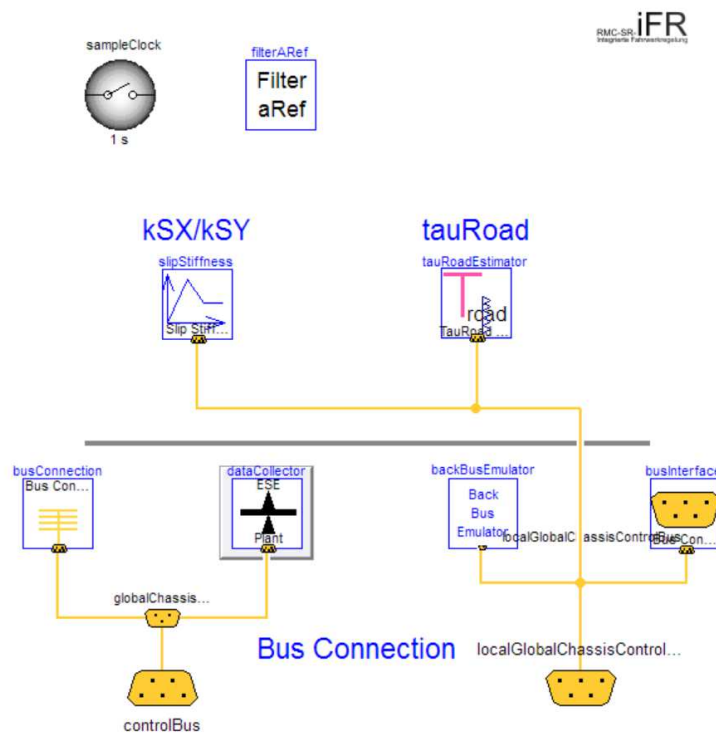


Abbildung L.3: Schätzer.

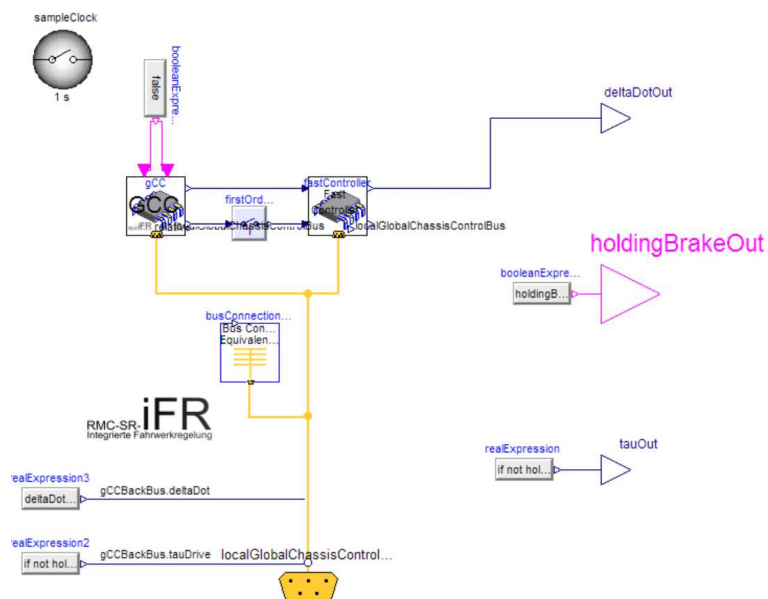


Abbildung L.4: Subsystem des Reglers. Es enthält den Kern der integrierten Fahrdynamikregelung und den schnellen Regler.

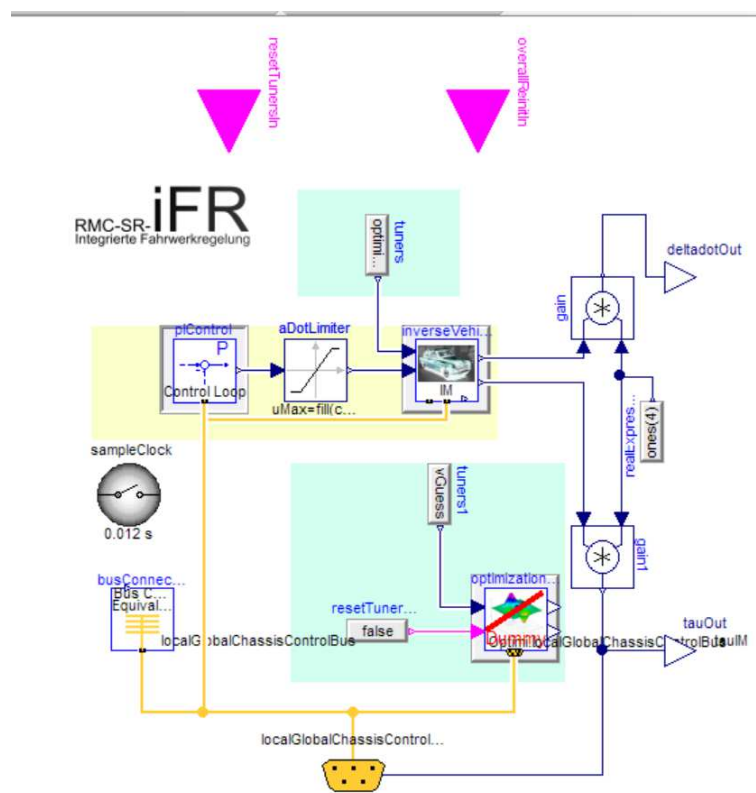


Abbildung L.5: Kern der integrierten Fahrdynamikregelung.

## **M Dieser Arbeit zugeordnete Publikationen**

1. **Automobiltechnologie Bayern:** [Krenn et al., 2013],
2. **Manuskript GMA-Fachausschuss:** [Köppern, 2010],
3. **Automatisierungstechnik:** [Krenn et al., 2013], Hinweis: Dieser Artikel erschienen unter meinem Namen, wurde aber nicht von mir geschrieben. Ich distanziere mich von dem Inhalt, obwohl die Veröffentlichung nicht gegen meinen erklärten Willen erfolgte,
4. **Manuskript AUTOREG 2013:** [Köppern, 2013],
5. **Patente:** [Köppern, 2012c, Köppern, 2011, Köppern, 2012, Köppern, 2012b, Köppern, 2012a].
6. **Forschung im Ingenieurwesen:** [Köppern, 2017]

## N Literatur

- [Allgöwer und Gilles, 1993] Allgöwer, F. und Gilles, E. D. (1993). Nichtlinearer Reglerentwurf auf der Grundlage exakter Linearisierungstechniken. In *Nichtlineare Regelung : Methoden, Werkzeuge, Anwendungen; Tagung Langen, 13. und 14. Mai 1993 / VDI-VDE-Gesellschaft Mess- und Automatisierungstechnik. Düsseldorf : VDI-Verl., 1993 (VDI-Berichte 1026), S. 209-234.*
- [Andreasson und Bünte, 2005] Andreasson, J. und Bünte, T. (2005). Global Chassis Control Based on Inverse Vehicle Dynamics Models. In *XIX IAVSD world congress.*
- [Andreasson et al., 2006] Andreasson, J., Knobel, C., und Bünte, T. (2006). On Road Vehicle Motion Control - striving towards synergy. In *8th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 2006).*
- [Antonov, 2008] Antonov, S. (2008). *Model-based Vehicle Dynamics Control.* Dissertation, Technische Universität Wien.
- [Bajcinca und Bünte, 2005] Bajcinca, N. und Bünte, T. (2005). A Novel Control Structure for Dynamic Inversion and Tracking Tasks. In *Proc. 16th IFAC World Congress, Prag.*
- [Bauer, 2013] Bauer, H. (2013). *Fahrsicherheitssysteme.* Springer-Verlag.
- [Bellmann, 2009] Bellmann, T. (2009). Interactive Simulations and advanced Visualization with Modelica. In *Proceedings of the 7th International Modelica Conference, Como, Italien.*
- [Bellmann et al., 2011] Bellmann, T., Heindl, J., und Richard Kuchar, M. H., Sharma, K., und Hirzinger, G. (2011). The DLR Robot Motion Simulator Part I : Design and Setup. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation.*
- [Bernhart, 2016] Bernhart, W. (2016). Autonomes Fahren Märkte, Treiber und Geschäftsmodelle. *ATZelektronik*, 11(2):36–41.
- [Bonnans et al., 2013] Bonnans, J.-F., Gilbert, J. C., Lemaréchal, C., und Sagastizábal, C. A. (2013). *Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects.* Springer Science+Business Media.
- [Brembeck et al., 2011] Brembeck, J., Ho, L. M., Schaub, A., Satzger, C., Tobolar, J., Bals, J., und Hirzinger, G. (2011). ROMO - The Robotic Electric Vehicle. In *22nd IAVSD International Symposium on Dynamics of Vehicle on Roads and Tracks, 11.-14. Aug. 2011, Manchester, Großbritannien.*
- [Brück et al., 2002] Brück, D., Elmquist, H., Mattsson, S. E., und Olsson, H. (2002). Dymola for Multi-engineering Modeling and Simulation. In *Proceedings of the 2nd International Modelica Conference.* Oberpfaffenhofen, Germany.

- [Bünthe und Andreasson, 2006a] Bünthe, T. und Andreasson, J. (2006a). Integrierte Fahrwerkregelung mit minimierter Kraftschlussausnutzung. *Proceedings Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*.
- [Bünthe und Andreasson, 2006b] Bünthe, T. und Andreasson, J. (2006b). Integrierte Fahrwerkregelung mit minimierter Kraftschlussausnutzung. In *VDI-Berichte Nr. 1931*.
- [Bünthe et al., 2014a] Bünthe, T., Ho, L. M., Satzger, C., und Brembeck, J. (2014a). Central Vehicle Dynamics Control of the Robotic Research Platform ROboMObil. *ATZelektronik worldwide*, 9(3):58–64.
- [Bünthe et al., 2014b] Bünthe, T., Ho, L. M., Satzger, C., und Brembeck, J. (2014b). Zentrale Fahrdynamikregelung der Robotischen Forschungsplattform RoboMobil. *ATZelektronik*, 9(3):72–79.
- [Burkert, 2017] Burkert, A. (2017). Las Vegas entfesselt die digitale Mobilität. *ATZ-Automobiltechnische Zeitschrift*, 119(3):8–13.
- [Butterworth u a., 1930] Butterworth, S. u a. (1930). On the theory of filter amplifiers. *Wireless Engineer*, 7(6):536–541.
- [Byrnes und Isidori, 1988] Byrnes, C. und Isidori, A. (1988). Local stabilization of minimum phase nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 11(1):9–17.
- [Byrnes und Isidori, 1991] Byrnes, C. und Isidori, A. (1991). Asymptotic stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(10):1122–1137.
- [Cacilo et al., 2015] Cacilo, A., Schmidt, S., Wittlinger, P., Herrmann, F., Bauer, W., Sawade, O., Doderer, H., Hartwig, M., und Scholz, A. (2015). Hochautomatisiertes Fahren auf Autobahnen - Industriepolitische Schlussfolgerungen. *Fraunhofer-Institut für Arbeitswirtschaft und Organisation (IAO), Stuttgart. Technischer Report*.
- [Camacho und Alba, 2013] Camacho, E. F. und Alba, C. B. (2013). *Model predictive control*. Springer Science+Business Media.
- [DIN ISO 7975, 1987] DIN ISO 7975 (1987). DIN ISO 7975:1987-01, Bremsen in der Kurve: Testverfahren im offenen Regelkreis. *Beuth Verlag, Berlin*.
- [DIN ISO 8855, 2013] DIN ISO 8855 (2013). DIN ISO 8855:2013-11, Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten - Begriffe (ISO 8855:2011). *Beuth Verlag, Berlin*.
- [Eberl, 2014] Eberl, T. X. (2014). *Charakterisierung und Gestaltung des Fahr-Erlebens der Längsführung von Elektrofahrzeugen*. Dissertation, Technische Universität München, Lehrstuhl für Produktentwicklung.
- [Elmqvist, 1978] Elmqvist, H. (1978). A structured model language for large continuous systems. *Ph. D. Thesis*.

- 
- [Engell und Allgöwer, 1995] Engell, S. und Allgöwer, F. (1995). *Entwurf nichtlinearer Regelungen*. Oldenbourg.
- [Euler, 1768] Euler, L. (1768). *Institutiones calculi integralis*, Petersburg 1768/69. <sup>^</sup>. aß 7. C. h. Gauß.
- [Findeisen und Allgöwer, 2002] Findeisen, R. und Allgöwer, F. (2002). An Introduction to Nonlinear Model Predictive Control. In *21st Benelux Meeting on Systems and Control*, Band 11, Seiten 1–23. Technische Universität Eindhoven, Niederlande.
- [Fleps-Dezasse und Tobolar, 2016] Fleps-Dezasse, M. und Tobolar, J. (2016). Identification of a nonlinear Full-Vehicle Model for semi-active Damper Controller Synthesis. In *Proceedings of the 24th Symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 2015)*, Band 1, Seiten 711–720. CRC Press 2016.
- [Fliess, 1993] Fliess, M. (1993). *Nonlinear control systems design 1992: selected papers from the 2nd IFAC symposium, Bordeaux, Frankreich, 1992*. IFAC symposia series. International Federation of Automatic Control by Pergamon Press.
- [Fraedrich und Lenz, 2014] Fraedrich, E. und Lenz, B. (2014). Autonomes Fahren - Mobilität und Auto in der Welt von morgen. Ausblick zur Akzeptanz des autonomen Fahrens im Projekt "Villa Ladenburg" der Daimler und Benz Stiftung. *Technikfolgenabschätzung - Theorie und Praxis*, 23(1):46–53.
- [Fritzson und Bunuş, 2002] Fritzson, P. und Bunuş, P. (2002). Modelica - a general object-oriented language for continuous and discrete-event system modeling and simulation. In *Simulation Symposium, 2002. Proceedings. 35th Annual*, Seiten 365–380. IEEE.
- [Gerdes, 2012] Gerdes, J. C. (2012). Integrating Chassis Control and Driver Assistance Systems using an Energy Framework. Technischer bericht, Department of Mechanical Engineering, Design Group, Stanford University.
- [Harrer und Pfeffer, 2013] Harrer, M. und Pfeffer, P. (2013). Lenkkinematik. In *Lenkungs-handbuch*, Seiten 51–76. Springer Vieweg.
- [Helbig und Marquardt, 1995] Helbig, A. und Marquardt, W. (1995). An Introduction to Model Predictive Control. Technischer bericht, Lehrstuhl für Prozesstechnik, RWTH Aachen.
- [Hoedt und Konigorski, 2011] Hoedt, J. und Konigorski, U. (2011). Integrated Electric Vehicle Control by Differential Parameterization. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, USA*.
- [Härkegård und Glad, 2005] Härkegård, O. und Glad, T. (2005). Resolving actuator redundancy - optimal control vs. control allocation. *Automatica*, 41(1):137–144.
- [Isidori, 1995] Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems*. Communications and Control Engineering. Springer-Verlag London.



- [Isidori, 2011] Isidori, A. (2011). The Zero Dynamics of a Nonlinear System: from the Origin to the Latest Progresses of a Long Successful Story. In *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, July 22-24, 2011, Yantai, China*.
- [Isidori, 2013] Isidori, A. (2013). *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. Communications and Control Engineering. Springer Verlag Berlin Heidelberg.
- [Johansen und Fossen, 2013] Johansen, T. A. und Fossen, T. I. (2013). Control allocation - A survey. *Automatica*, 49(5):1087–1103.
- [Johnson und Calis, 2000] Johnson, E. N. und Calis, A. J. (2000). Pseudo-Control Hedging - A New Methode for Adaptive Control. In *Advances in Navigation Guidance and Control Technology Workshop, Alabama, USA*.
- [Joos, 1990] Joos, H. (1990). MOPS-Multi Objective Programming System. In *Software documentation 1.0. Technischer Report TR R9-90*. DLR Institut für Dynamik der Flugsysteme Oberpfaffenhofen.
- [Kammeyer, 2013] Kammeyer, K. (2013). *Nachrichtenübertragung*. Informationstechnik. Vieweg+Teubner Verlag.
- [Kasac et al., 2008] Kasac, J., Deur, J., Novakovic, B., Hancock, M., und Assadian, F. (2008). Optimization of Global Chassis Control Variables. In *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control (IFAC), Seoul, Korea*.
- [Khalil, 2002] Khalil, H. (2002). *Nonlinear Systems*. Pearson Education. Prentice Hall.
- [Knobel, 2007] Knobel, C. (2007). *Optimal Control Allocation for Road Vehicle Dynamics*. Dissertation, Technische Universität München.
- [Knoll und Langwieder, 2006] Knoll, P. und Langwieder, K. (2006). Der Sicherheitseffekt von ESP in Realunfällen - Überlegungen zum volkswirtschaftlichen Nutzen von prädiktiven Fahrerassistenzsystemen. 2. *Tagung Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenz*, 4(5).
- [Köppern, 2008] Köppern, J. (2008). Robustheitsanalyse mittels  $\mu$ , IQC und Parameterraum, Diplomarbeit. Technischer bericht, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Technische Universität München.
- [Köppern, 2010] Köppern, J. (2010). Integrierte Fahrzeugregelung durch einen hybriden Ansatz aus inversem Modell und modellprädiktiver Optimierung. In *GMA-Fachausschuss 1.40, Theoretische Verfahren der Regelungstechnik, Salzburg, Österreich*.
- [Köppern, 2011] Köppern, J. (2011). Deutsche Patentanmeldung mit Veröffentlichungsnummer 10 2011 085 103.8 : *Verfahren zum Regeln der Fahrdynamik eines Kraftfahrzeugs*. Angemeldet am 24. Oktober 2011, Anmelder: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Erfinder: Johannes Köppern.

- 
- [Köppern, 2012] Köppern, J. (2012). Deutsche Patentanmeldung mit Anmeldenummer 10 2012 212 083.1: *Verfahren für ein Kraftfahrzeug zum Regeln einer Reifenlängskraft und Vorrichtung zur Durchführung eines Verfahrens zum Regeln einer Reifenlängskraft*. Angemeldet am 11. Juli 2012, Anmelder: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Erfinder: Johannes Köppern.
- [Köppern, 2013] Köppern, J. (2013). Integrierte Fahrwerkregelung - Konzept und Anwendung. In *VDI-Bericht 2196 anlässlich der 6. VDI-/VDE-Fachtagung AUTOREG 2013, Baden-Baden*.
- [Köppern, 2017] Köppern, J. (2017). Fahrzeugsteuerung mittels Modellinversion. *Forschung im Ingenieurwesen*, 81(1):33–40.
- [Kouzoupis et al., 2015] Kouzoupis, D., Ferreau, H. J., Peyrl, H., und Diehl, M. (2015). First-order methods in embedded nonlinear model predictive control. In *Control Conference (ECC), 2015 European*, Seiten 2617–2622. IEEE.
- [Köppern, 2012a] Köppern, J. (2012a). Deutsche Patentanmeldung mit Anmeldenummer 10 2012 213 247.3: *Verfahren zum Regeln der Fahrdynamik eines Fahrzeugs*. Angemeldet am 27. Juli 2012, Anmelder: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Erfinder: Johannes Köppern.
- [Köppern, 2012b] Köppern, J. (2012b). Deutsche Patentanmeldung mit Anmeldenummer 10 2012 213 257.0: *Verfahren für ein Fahrzeug zur Stabilisierung eines Rads*. Angemeldet am 27. Juli 2012, Anmelder: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Erfinder: Johannes Köppern.
- [Köppern, 2012c] Köppern, J. (2012c). Deutsche Patentanmeldung mit Anmeldenummer 10 2012 213 259.7: *Verfahren zum Einstellen von Lenkwinkeln*. Angemeldet am 27. Juli 2012, Anmelder: Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Erfinder: Johannes Köppern.
- [Kreisselmeier, 1999] Kreisselmeier, G. (1999). Struktur mit zwei Freiheitsgraden. *at-Automatisierungstechnik*, 47(6):266–269.
- [Krenn et al., 2013] Krenn, R., Köppern, J., Bünthe, T., Brembeck, J., Gibbesch, A., und Bals, J. (2013). Modellbasierte Regelungsansätze für überaktuierte planetare Rover und robotische Elektromobile. *at-Automatisierungstechnik Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik*, 61(3):183–194.
- [Krüger et al., 2010] Krüger, J., Alfred, P., und Knobel, C. (2010). Control Allocation für Straßenfahrzeuge - ein systemunabhängiger Ansatz eines integrierten Fahrdynamikreglers. In *19. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentchnik*.
- [Kugi, 2013] Kugi, A. (2013). Regelungssysteme. Technischer bericht, Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, Gruppe für komplexe dynamische Systeme.

- [Laine, 2007] Laine, L. (2007). *Reconfigurable Motion Control Systems for Over-Actuated Road Vehicles*. Dissertation, Chalmers University of Technology.
- [Langwieder et al., 2004] Langwieder, K., Gwehenberger, J., und Hummel, T. (2004). Sicherheitsgewinn durch ESP, Internationale Erfahrung aus Realunfällen. In *1. Tagung Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenzsysteme*.
- [Lee und Cooley, 1997] Lee, J. und Cooley, B. (1997). Recent advances in model predictive control and other related areas. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Chemical Process Control, Tahoe City, USA, AIChE Symposium Series No. 316, Volume 93*. American Institute of Chemical Engineers, 1971-c2002.
- [Makarow et al., 2017] Makarow, A., Keller, M., Rösmann, C., Bertram, T., Schoppel, G., und Glowatzky, I. (2017). Model predictive trajectory set control for a proportional directional control valve. *2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA), Mauna Lani, USA*, Seiten 1229–1234.
- [Matthaei et al., 2015] Matthaei, R., Reschka, A., Rieken, J., Dierkes, F., Ulbrich, S., Winkle, T., und Maurer, M. (2015). Autonomes Fahren. In *Handbuch Fahrerassistenzsysteme*, Seiten 1139–1165. ATZ/MTZ-Fachbuch. Springer Vieweg, Wiesbaden.
- [Moseberg, 2016] Moseberg, J.-E. (2016). *Regelung der Horizontalbewegung eines überaktuierten Fahrzeugs unter Berücksichtigung von Realisierungsanforderungen*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.
- [Moseberg und Roppenecker, 2013] Moseberg, J.-E. und Roppenecker, G. (2013). Analytische Radkraftermittlung für die Horizontaldynamik eines Fahrzeugs mit Einzelradaktorik. In *VDI-Bericht 2196 anlässlich der 6. VDI-/VDE-Fachtagung AUTOREG 2013, Baden-Baden*.
- [Nam et al., 2012] Nam, K., Fujimoto, H., und Hori, Y. (2012). Lateral Stability Control of In-Wheel-Motor-Driven Electric Vehicles Based on Sideslip Angle Estimation Using Lateral Tire Force Sensors. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(5):1972–1985.
- [Orend, 2006] Orend, R. (2006). *Integrierte Fahrdynamikregelung mit Einzelradaktorik*. Dissertation, Technische Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg.
- [Otter et al., 1998] Otter, M., Mattsson, S. E., und Elmqvist, H. (1998). Multi-Domain Modeling with Modelica, Handbook of Dynamic System Modeling. *Control Engineering Practice*.
- [Otter und Schweiger, 2004] Otter, M. und Schweiger, C. (2004). Modellierung mechatronischer Systeme mit Modelica. *VDI-Berichte*, 1842:39–50.
- [Pacejka, 2002] Pacejka, H. B. (2002). *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann.

- 
- [Papageorgiou et al., 2012] Papageorgiou, M., Leibold, M., und Buss, M. (2012). *Optimierung: Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. Springer Berlin Heidelberg.
- [Rauch et al., 2012] Rauch, S., Aeberhard, M., Ardelt, M., und Kämpchen, N. (2012). Autonomes Fahren auf der Autobahn - eine Potentialstudie für zukünftige Fahrerassistenzsysteme. *5. Tagung Fahrerassistenz. München, Deutschland*, 494.
- [Reinold und Trächtler, 2013] Reinold, P. und Trächtler, A. (2013). Closed-loop Control with Optimal Tire-force Distribution for the Horizontal Dynamics of an Electric Vehicle with Single-wheel Chassis Actuators. In *2013 American Control Conference (ACC), Washington, USA*.
- [Rösmann et al., 2015] Rösmann, C., Hoffmann, F., und Bertram, T. (2015). Timed-elastic-bands for time-optimal point-to-point nonlinear model predictive control. In *2015 European Control Conference (ECC), Linz, 2015*, Seiten 3352–3357. IEEE.
- [Rossetter und Gerdes, 2002] Rossetter, E. J. und Gerdes, J. C. (2002). Performance Guarantees for Hazard Based Lateral Vehicle Control. In *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Dynamic Systems and Control. New Orleans, USA*.
- [Rothfuß et al., 1997] Rothfuß, R., Rudolph, J., und Zcitz, M. (1997). Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme. *at - Automatisierungstechnik*.
- [Schuh, 2011] Schuh, K. (2011). Der Sicherheitsgurt-Lebensretter Nummer 1. *Schriftenreihe Verkehrssicherheit 15, DVR*.
- [Sferco et al., 2001] Sferco, R., Page, Y., Le Coz, J.-Y., und Fay, P. (2001). Potential effectiveness of electronic stability programs (ESP) - What European field studies tell us. In *Proceeding of 17 th ESV Conference. Amsterdam, Niederlande*.
- [Shannon, 1949] Shannon, C. E. (1949). Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1):10–21.
- [Slebodzinski, 1931] Slebodzinski, W. (1931). Sur les equations de Hamilton. *Bulletin de l'Academie royale de Belgique*, 5(17):864–870.
- [Slotine und Li, 1991] Slotine, J.-J. E. und Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.
- [Statistisches Bundesamt, 2013] Statistisches Bundesamt (2013). Unfallentwicklung auf deutschen Strassen 2012. *Begleitmaterial zur Pressekonferenz am 10. Juli 2013 in Berlin*.
- [Statistisches Bundesamt, 2016] Statistisches Bundesamt (2016). Unfallentwicklung auf deutschen Straßen 2015. In *Begleitmaterial zur Pressekonferenz am 12. Juli 2016 in Berlin*.

- [Statistisches Bundesamt, 2017] Statistisches Bundesamt (2017). Zeitreihen, 2016. In *Verkehrsunfälle*.
- [Svaricek, 1995] Svaricek, F. (1995). *Zuverlässige numerische Analyse linearer Regelungssysteme*. Vieweg+Teubner Verlag.
- [Svaricek, 2006] Svaricek, F. (2006). Nulldynamik linearer und nichtlinearer Systeme: Definitionen, Eigenschaften und Anwendungen. *at - Automatisierungstechnik*, 54(7):310–322.
- [Svaricek, 2012] Svaricek, F. (2012). Digitale Regelung. Technischer bericht, Institut für Steuer- und Regelungstechnik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr, München.
- [Tiller, 2001] Tiller, M. (2001). Introduction to Physical Modeling with Modelica. *Kluwer Academic Publishers*, Springer US.
- [Tondel und Johansen, 2005] Tondel, P. und Johansen, T. A. (2005). Control allocation for yaw stabilization in automotive vehicles using multiparametric nonlinear programming. In *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005*, Seiten 453–458.
- [Trächtler, 2005] Trächtler, A. (2005). Integrierte Fahrdynamikregelung mit ESP, aktiver Lenkung und aktivem Fahrwerk (Integrated Vehicle Dynamics Control Using Active Brake, Steering, and Suspension Systems). *at - Automatisierungstechnik/Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik*, 53(1/2005):11–19.
- [Vidyasagar, 2002] Vidyasagar, M. (2002). *Nonlinear Systems Analysis: Second Edition*. Classics in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics, SIAM.
- [Vorndran, 2010] Vorndran, I. (2010). Unfallentwicklung auf deutschen Strassen 2009. *Wirtschaft und Statistik*, 7.
- [Wallentowitz und Freialdenhoven, 2011] Wallentowitz, H. und Freialdenhoven, A. (2011). Zunehmende Elektrifizierung des Antriebsstranges. In *Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstranges. Technologien, Märkte und Implikationen*, Seiten 38–89. Vieweg+Teubner Verlag.
- [Wohlhart, 1998] Wohlhart, K. (1998). *Dynamik: Grundlagen und Beispiele*. uni-script. Vieweg+Teubner Verlag.
- [Yu et al., 2013] Yu, H., Liang, W., Kuang, M., und McGee, R. (2013). Vehicle steerability and stability control via independent wheel torque control. US Patent 8,521,349.
- [Ziegler et al., 2014] Ziegler, J., Bender, P., Lategahn, H., Schreiber, M., Strauss, T., Stiller, C., und Dang, T. (2014). Kartengestütztes automatisiertes Fahren auf der Bertha-Benz-Route von Mannheim nach Pforzheim. In *9. Workshop Fahrerassistenzsysteme. Walting, Deutschland*, Band 496.