

## Abduktionen in Argumentationsprozessen

Abduktionen können in schulischen Argumentationsprozessen unterschiedliche Formen annehmen. Während Abduktionen in schulischen Beweisprozessen eher durch deduktive Schlussweisen geprägt werden, treten abduktive Schlüsse in entdeckenden Lernumgebungen eher als hypothetisches Schließen auf. Diese Unterschiede werden in unserem Beitrag anhand von theoretischen und empirischen Befunden aufgezeigt und damit ein Plädoyer für genauere Analysen unterrichtlicher Argumentationsprozesse formuliert.

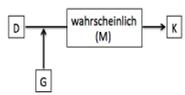
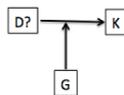
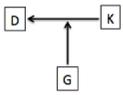
### Abduktion vs. Deduktion in Beweis- und Argumentationsprozessen

Eine Möglichkeit, Abduktionen von Deduktionen zu unterscheiden, besteht darin zu rekonstruieren, wie in einem Argument eine Ausgangsaussage über eine allgemeine Regel mit der Schlussfolgerung verbunden ist. In dem häufig rezipierten Artikel von Charles Saunders Peirce, der 1878 in *Popular Science Monthly* (S.472; CP 2.623, 1960) publiziert wurde, versteht Peirce die Abduktion als einen Schluss, in dem eine erklärende „Hypothese“ gebildet wird. Peirce betrachtet die Abduktion als umgekehrte Deduktion. Statt wie bei einer Deduktion, in der von einer Aussage über eine allgemeine, anerkannte Regel ein Schluss gefolgert wird, erklärt man nach Peirce bei einer Abduktion ein Ergebnis über eine Regel und schließt auf einen hypothetischen Fall.

Diese Deutung einer Abduktion findet sich etwa bei Pease und Aberdein (2011), welche diese mit Hilfe des funktionalen Argumentationsmodells von Stephen Toulmin (1958) rekonstruieren. Mit Toulmin lassen sich drei wesentliche Bestandteile einer Argumentation unterscheiden: die *Konklusion* (K), d.h. die Behauptung oder auch das „Ergebnis“, das begründet werden soll; die *Daten* (D) bzw. „den Fall“, d.h. die unbezweifelten Aussagen, durch welche die Konklusion begründet wird, den *Garanten* (G), d.h. die Regel durch die der Schluss von den Daten auf die Konklusion begründet wird (Knipping 2003, S.37). Hinzu kommt die sogenannte *Stützung* (S), welche die Gültigkeit des Garanten zusätzlich stützt. Weitere Elemente Toulmins Modells wie die *Modaloperatoren* (M) (mithilfe derer zum Ausdruck gebracht wird, wie sicher eine Behauptung ist, z.B. wahrscheinlich, vielleicht, Cramer 2018, S.150) nutzen Pease und Aberdein (2011) für die Rekonstruktion von Abduktionen.

Das oben beschriebene Peircesche Verständnis von Abduktion wird von Pease und Aberdein (2011) mit Toulmin wie in Tab. 1 rekonstruiert. Ein vorgefundenes Resultat wird als Datum betrachtet, das mit Hilfe eines Garanten in Form einer erklärenden Hypothese, einen möglichen Fall (hier die

Konklusion) wahrscheinlich macht. Dabei wird eine „Vorwärtsströmung“ der Argumentation angenommen. Kontexte einer solchen Argumentation sind in der Regel wissenschaftshistorischer oder –philosophischer Natur.

Peirce	Pease & Aberdein (2011)		Pedemonte (2002)		Knipping (2003)	
Regel	G		G		G	
Ergebnis	D		K		K	
Fall	K		D?		D	
<i>Funktion der Abduktion</i>	Hypothesen erzeugen		Rückwärts argumentieren		Rückwärts argumentieren	
<i>Struktur der Abduktion (Strömung)</i>	Vorwärtsströmung (Pfeile zeigen von links nach rechts)		Vorwärtsströmung (Pfeile zeigen von links nach rechts)		Rückwärtsströmung (Pfeile zeigen von rechts nach links)	

**Tab. 1:** Rekonstruktionen von Abduktionen mit Hilfe des Toulmin Modells

Demgegenüber stehen mathematikdidaktische Rekonstruktionen von Abduktionen aus schulischen oder schulnahen Kontexten, in denen von „rückwärtigem Argumentieren“ gesprochen wird (Pedemonte 2002; Knipping 2003). Ein Beispiel dafür wird im Vortrag anschaulich illustriert, hier lediglich angedeutet. In diesen Abduktionen aus schulischen Kontexten stehen in der Regel Lernprozesse im Vordergrund, die auf bekanntes Wissen zurückverweisen und mit der Erwartung von zu entwickelnden Deduktionen verbunden sind. „Rückwärts“ wird geschlossen, um sichere und bekannte Daten und Regeln zu finden, damit von diesen ausgehend schließlich wieder deduktiv auf die angestrebte und gegebene Konklusion geschlossen werden kann. Deduktive Schlussformen überformen in diesen Prozessen die Abduktionen.

Pedemonte (2002) beschreibt rückwärts argumentierende Abduktionen, mit Blick auf die deduktiven Schlüsse, die in dem von ihr beobachteten Unterricht erwartet werden. Pedemonte modelliert diese Abduktionen dennoch als eine Vorwärtsströmung, denn sobald die erklärenden Daten und Garanten gefunden sind, wird ihre Umkehrung zur Deduktion angestrebt. Knipping (2003) dagegen beschreibt solche Abduktionen in unterrichtlichen Beweisprozessen als rückwärtige Strömungen in Anbetracht der gesamten Argumentationsstruktur dieser Prozesse, in welchen Deduktionen die Vorwärtsbewegung kennzeichnen.

Das folgende Beispiel von Axel und Dave aus einem schulischen Kontext illustriert jedoch Abduktionen, in denen nicht die deduktiven Schlussformen die Argumentationsprozesse dominieren, sondern stattdessen ein eher

Hypothesen generierender Charakter bestimmend ist (Papadaki 2017), wie ihn Peirce und Pease und Aberdein (2011) beschreiben.

### „Axel und Dave“

Axel und Dave sind zwei Zehntklässler, deren Klasse an einem Unterrichtsexperiment in Geometrie teilgenommen hat. Das Design der eingesetzten Lernumgebung und die Aufgaben zielen darauf ab, die Schülerinnen und Schüler dazu zu bringen, Vermutungen aufzustellen, diese mit ihren Mitschülern zu diskutieren und zu begründen. Die Aufgaben werden zunächst zu zweit bearbeitet, später in einem Klassengespräch besprochen (Papadaki 2017). Alle Aufgaben wurden in einer Dynamische Geometriesoftware – Umgebung entworfen, in der in einem 3D-Koordinatensystem ein Körper „versteckt“ ist. Mit drei Schieberegler können die Schülerinnen und Schüler die Höhe, Neigung und Drehung des Körpers manipulieren. Außerdem wird die Schnittfläche des Körpers mit einer Ebene als 2D-Darstellung angezeigt. Den Lernenden wird folgende Aufgabe gestellt: „Könnt ihr anhand der „Spuren“, die ihr bis hierhin gesammelt habt, den unsichtbaren Körper identifizieren?“ Mit dem Wort „Spuren“ sind die Eigenschaften und Merkmale der verschiedenen Schnittflächen gemeint, die durch die Veränderung der drei Schieberegler sichtbar werden.

Bei der Bearbeitung dieser Aufgabe lassen sich Argumentationen rekonstruieren, die durch abduktive Elemente und wenige deduktive Schlüsse geprägt sind. Dies bedeutet, dass die Schüler sich eher an hypothetischem Denken orientieren und noch wenig auf deduktive Schlüsse hin ausgerichtet sind. Ausgehend von unseren Analysen scheinen die Argumentationsprozesse der Lernenden dabei durch zwei wesentliche Faktoren beeinflusst: 1) durch das Design der Aufgaben und die Lernumgebung und 2) durch die Rolle der Lehrperson in den Argumentationsprozessen.

In Situationen wie bei Axel und Dave führen die Schülerinnen und Schüler primär abduktive Argumentationen aus, wobei deduktive Elemente lediglich in der Phase des Übergangs von einer Behauptung zu einer Konklusion auftreten. Abduktionen treten hier nicht mit dem Ziel der Herleitung eines bestimmten Ergebnisses auf, sondern mit dem Ziel der Generierung von Vermutungen. Die Untersuchung einer unbekannt Situation, die Suche nach einer Konklusion ist hier maßgeblich. Die Lernumgebung ist so strukturiert, dass die Lehrperson die Lernprozesse wenig bis gar nicht gestaltet. Die Rolle der Lehrperson ist die einer Vermittlerin, die moderiert und nicht führt. In solchen Fällen verlaufen Abduktionen in einer Vorwärtsströmung, von Daten zu möglichen Konklusionen. Diese Abduktionen enthalten in der Regel auch Modaloperatoren, die den epistemischen Wert (Duval 2007) jeder

Aussage kennzeichnen. Die zeitliche Strömung der Aussagen in primär abduktiven Strukturen entspricht einer entdeckenden Funktion. Konklusionen treten sowohl chronologisch (in der Argumentation) als auch strukturell in der Argumentationsstruktur eher am Ende auf. In primär abduktiven Strukturen ist es daher sinnvoll, Abduktionen schematisch durch eine Vorwärtsströmung aufzuzeichnen.

## Fazit

In unserem Beitrag zeigen wir auf, wie Pease und Aberdeins (2011) Rekonstruktion von Abduktionen die Betrachtung von unterrichtlichen Argumentationsprozessen erweitern kann. Dadurch wird die entdeckende Funktion von Abduktionen deutlich, die insbesondere auch in eher offenen Lernumgebungen in schulischen Lernprozessen auftreten kann. Demgegenüber stehen Abduktionen in schulischen Beweisprozessen, welche durch angestrebte deduktive Schlüsse dominiert werden. Weitere Forschung ist erstrebenswert, die das komplexe Gefüge von unterschiedlichen Argumentationsformen und deren Wechselwirkungen, wie auch Funktionen in schulischen Lernprozessen untersucht. Unsere bisherigen Rekonstruktionen leisten diesbezüglich erste empirische Beiträge.

## Literatur

- Cramer, J.C. (2018). *Mathematisches Argumentieren als Diskurs: Eine theoretische und empirische Betrachtung von diskursiven Hindernissen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Duval, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes of proof. In P. Boero (Hrsg.), *Theorems in schools: From history, epistemology, and cognition to classroom practice* (S. 137–161). Rotterdam: Sense Publishers.
- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis: Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Hildesheim: Franzbecker Verlag.
- Papadaki, C. (2017). Visualisierung in dynamischer Geometrie – Aufgabenbasiertes Lernen aus unsichtbaren Objekten. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 749–752). Münster: WTM-Verlag.
- Pease, A., & Aberdein, A. (2011). Five theories of reasoning: Interconnections and applications to mathematics. *Logic and Logical Philosophy*, 20(1-2), 7–57.
- Pedemonte, B. (2002). *Etude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. Thèse de doctorat. Grenoble I: Université Joseph Fourier.
- Peirce, C. S. (1878). Deduction, induction, and hypothesis. *Popular Science Monthly*, 13 (August), 470-482. (Compiled in Peirce, C. S., 1960, 2.619-2.644)
- Peirce, C. S. (1960). *Collected papers*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*. Cambridge: Cambridge University Press.