

Mathematikschulbücher im Vergleich – Entwicklung und Erprobung eines Instruments zur quantitativen Analyse von Mathematikschulbüchern unter didaktischen Gesichtspunkten

Vor dem Hintergrund sich wandelnder Lehrpläne und unterschiedlicher Schwerpunktsetzungen in der Mathematikdidaktik ist davon auszugehen, dass sich auch Mathematikschulbücher deutlich voneinander unterscheiden. Solche Unterschiede sind sowohl im zeitlichen Verlauf als auch im Vergleich einzelner Lehrwerke beziehungsweise Verlage zu erwarten. Im Rahmen eines Dissertationsprojektes wurde ein Analyseinstrument entwickelt, das Unterschiede zwischen Mathematikschulbüchern messbar macht. Im Mittelpunkt stehen dabei keine stoffdidaktischen Unterschiede, sondern grundsätzliche fachdidaktische Überlegungen, wie etwa der Einsatz von Abbildungen, der Umgang mit Erklärungen oder Veränderungen bei sachbezogenen Aufgaben.

Das Analyseinstrument

Erfasst werden drei Schulbuchelemente: *Aufgaben*, *Erklärungen* und *Abbildungen*. In Kombination induktiver und deduktiver Methoden wurden zentrale Merkmale, wie Typ oder Funktion, dieser Schulbuchelemente herausgearbeitet und durch Merkmalsausprägungen weiter konkretisiert (vgl. Postupa 2014). Berücksichtigung fanden dabei neben Arbeiten aus der Schulbuchforschung auch Ergebnisse zu den untersuchten Schulbuchelementen. Die Besonderheit des Analyseinstruments liegt einerseits in der Anzahl der erfassten Merkmale und Merkmalsausprägungen (insgesamt 32 Merkmale und rund 140 Merkmalsausprägungen). Andererseits erlaubt der so entwickelte Kriterienkatalog nicht nur die Analyse isolierter Einzelmerkmale, sondern auch die von Merkmalskombinationen. Im Folgenden wird anhand exemplarischer Fragestellungen die Breite möglicher Anwendungen des Analyseinstruments gezeigt. Als Datenbasis dienen 14 bayerische Mathematikschulbücher für die siebte Jahrgangsstufe der Volks-/ Hauptschule aus den Jahren 1935 bis 2011 (insgesamt 21.000 Datensätze).

Angabe von Häufigkeiten

Zunächst können mit Hilfe des Analyseinstruments Aussagen zur Auftretenshäufigkeit der untersuchten Merkmalsausprägungen getroffen werden. Damit lassen sich subjektive Einschätzungen objektivieren und die Relevanz einzelner Merkmalsausprägungen einschätzen. Interessiert man sich zum

Beispiel für den Anteil *eingekleideter Sachaufgaben* (vgl. Radatz & Schipper 2011, 130), also sachbezogener Aufgaben, die durch die Formulierung des mathematischen Modells bereits vorgegeben, findet man in Formel 7 (Sailer et al. 2004) 179 Aufgaben, was einem Anteil von 46 % an allen sachbezogenen Aufgaben entspricht. Im Schulbuch Gamma 7 (Hayen et al. 1978) sind es 60 %. Ein Blick auf die *Abbildungen* im Schulbuch Formel 7 ergibt, dass 13 % der *Veranschaulichung*, also der Darstellung mathematischer Zusammenhänge, dienen. Im Mittel aller analysierten Schulbücher sind es 11 %.

Vergleiche

Die ausschließliche Angabe absoluter und relativer Häufigkeiten ist oftmals jedoch wenig aussagekräftig. So zeigt die Analyse von Formel 7 (Sailer et al. 2004) bezogen auf den *Typ von Erklärungen* nur, dass 58 % der im Schulbuch auftretenden *Erklärungen* beispielgebunden sind, 33 % Merkgeregeln präsentieren und 9 % ausführlichere Beschreibungen darstellen. Um genauere Informationen zu erhalten, etwa inwieweit diese Verteilung typisch für die 2000er ist, ermöglicht das Analyseinstrument auch Vergleiche verschiedenster Art. Da weder das zeitgleich erschienene Schulbuch Mathe aktiv 7 (Bauhoff et al. 2005) noch die nachfolgende Auflage von Formel 7 (Sailer et al. 2011) einen signifikanten Unterschied zu dem untersuchten Schulbuch aufweisen, lässt sich vermuten, dass diese Verteilung „typisch“ ist (Hypothesengenerierung). Durch die Analyse weiterer Schulbücher dieses Erscheinungszeitraums und weiterer Jahrgangsstufenbände ließe sich das Analyseinstrument auch hypothesenprüfend einsetzen, was jedoch nicht mehr Ziel der vorliegenden Arbeit ist. Eine weitere Form des Vergleichs stellt die Frage nach zeitlichen Veränderungen dar.

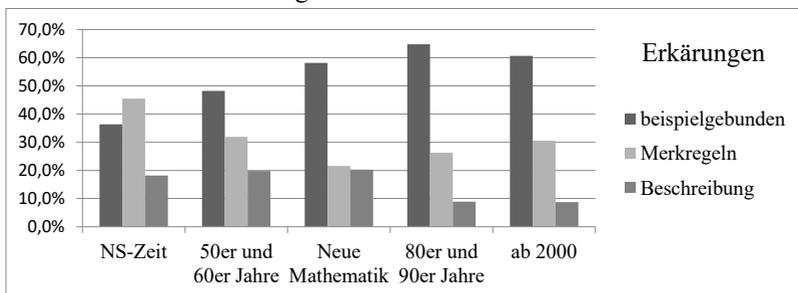


Abb. 1: Anteile der *Typen von Erklärungen* in verschiedenen Epochen

Das Diagramm zeigt etwa die Veränderung der *Typen von Erklärungen* seit der NS-Zeit. Aufgrund der vorliegenden Datenbasis lässt sich vermuten, dass *beispielgebundene* Erklärungen ab der Zeit der Neuen Mathematik mit

mindestens 59 % den wichtigsten *Typ von Erklärungen* darstellen. *Beschreibungen* spielen dagegen ab den 80er Jahren mit weniger als 10 % der *Erklärungen* eine deutlich geringere Rolle.

Kontingenzanalysen

Weiterhin ermöglicht es das Analyseinstrument, den Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen und deren Ausprägungen näher zu untersuchen. So lässt sich beispielsweise nachweisen, ob bei unterschiedlichen *Inhaltsbereichen*, wie Geometrie oder Zahlen und Rechnen, verschiedene *Typen von Erklärungen* zum Einsatz kommen.

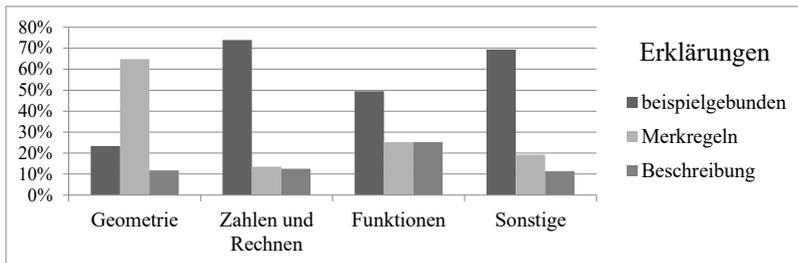


Abb. 2: Anteile der *Typen von Erklärungen* in verschiedenen Inhaltsbereichen

Aus den untersuchten Schulbüchern lässt sich die Hypothese ableiten, dass in der Geometrie vor allem *Merkgeregeln* zum Einsatz kommen, wohingegen im Bereich Zahlen und Rechnen *beispielgebundene Erklärungen* überwiegen. Mit Cramers V von .35 liegt hier ein mittlerer Zusammenhang zwischen den beiden Merkmalen *Inhaltsbereich* und *Typ der Erklärung* vor.

Weiterführende Fragestellungen

In den bisher gezeigten Beispielen erfolgte die Analyse der Daten stets in Anlehnung an die Struktur des Kriterienkatalogs. Das Analyseinstrument ist jedoch auch geeignet, Fragestellungen zu untersuchen, welche sich nicht direkt auf die erhobenen Merkmale beziehen. Dies sei exemplarisch für die Schulbücher der Neuen Mathematik in den späten 60er und 70er Jahren gezeigt. Umstritten ist, inwiefern die Neue Mathematik eine „Revolution“ (Radatz & Schipper, 1983, 27) oder eine „Weiterführung traditionellen Gedankenguts“ (ebd.) darstellt und wie sich dies auf die Mathematikschulbücher auswirkt. Um diese Frage mit dem Analyseinstrument näher zu untersuchen, werden die Forderungen an ein (damals) modernes Mathematikschulbuch mit den Merkmalen des Kriterienkatalogs umschrieben. So lassen sich etwa die Forderungen „viele Beispiele“ (Hayen 1987, 113) und kein „Schülerlesebuch“ (ebd., 115) mit dem Merkmal *Typ von Erklärungen* erheben.

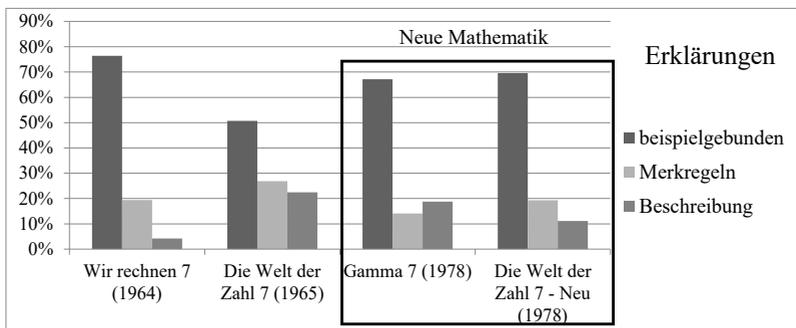


Abb. 3: Anteile der *Typen von Erklärungen* in Schulbüchern der Neuen Mathematik und in Vorgängerbüchern

Zwischen den beiden Schulbüchern der Neuen Mathematik lässt sich kein signifikanter Unterschied nachweisen. Aus dem Vergleich mit den jeweils vorhergehenden Schulbüchern des gleichen Verlags/Lehrwerks lässt sich vermuten, dass die Forderung nach vielen Beispielen vor allem im Schulbuch *Die Welt der Zahl 7 - Neu* (Oehl & Palzkill 1978) umgesetzt wurde. Im Schulbuch *Gamma 7* nimmt der Anteil der *beispielgebundenen* Erklärungen entgegen der Forderung ab. Auch die Forderung, dass es sich nicht um ein Schülerlesebuch mit ausführlichen *Beschreibungen* handeln soll, wird vom Schulbuch *Gamma 7* scheinbar nur wenig berücksichtigt, da dieser *Typ von Erklärung* ansteigt.

Literatur

- Bauhoff, E., Wynands, A. (Hrsg.) (2005). *Mathe aktiv 7*. Mathematisches Unterrichtswerk für Hauptschulen. Braunschweig: Schroedel.
- Hayen, J. (1987). *Planung und Realisierung eines mathematischen Unterrichtswerkes als Entwicklung eines komplexen Systems*. Oldenburg: Klett.
- Hayen, J., Vollrath, H., Weidig, I. (Hrsg.) (1978). *Gamma 7*. Mathematik für Hauptschulen in Bayern. Stuttgart: Klett.
- Oehl, W., Palzkill, L. (1978). *Die Welt der Zahl – Neu 7*. Ausgabe Bayern. u.a. Hannover: Schroedel.
- Postupa, J. (2014). Analyse von (historischen) Rechenbüchern unter außermathematischen Aspekten. In J. Roth; J. Ames, (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S.927-930)*. Münster: WTM-Verlag.
- Radatz, H., Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.
- Sailer, W., Vollath, E., Weidner, S. (Hrsg.) (2004). *Formel 7*. Mathematik. Bamberg: C. C. Buchner.
- Sailer, W., Vollath, E., Weidner, S. (Hrsg.) (2011). *Formel 7*. Mathematik. Bamberg: C. C. Buchner.