Charlotte RECHTSTEINER, Ludwigsburg

Flexible Rechenkompetenzen bei Studierenden

In der mathematikdidaktischen Community herrscht Einigkeit über die Wichtigkeit der Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen in der Grundschule (u. a. Anghileri, 2001). Daher ist diese Forderung auch in den Bildungsstandards seit 2004 fest verankert (KMK, 2004). In den vergangenen 20 Jahren wurden zahlreiche Studien mit Blick auf die Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen von Kindern durchgeführt (u.a. Rathgeb-Schnierer, 2010; Torbeyns et al, 2009). Das Professionswissen von (angehenden) Lehrkräften in diesem Bereich wurde bisher jedoch nicht in den Blick genommen.

Theoretischer Hintergrund

Baumert & Kunter (2011a) beschreiben in ihrem Kompetenzmodell vier Aspekte professioneller Kompetenz: Überzeugungen, motivationale Orientierungen, Selbstregulation und Professionswissen. Das Professionswissen ist wiederum in fünf Bereiche aufgegliedert. Wird nun flexibles Rechnen in den Blick genommen, so kann dieses in zwei Kompetenzbereichen verortet werden: an der *Schnittstelle von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen*. Da das Fachwissen die Unterstützungsmöglichkeiten von Lehrkräften (Ball, 1990; Ma, 1999) sowie die curriculare Abstimmung der Aufgaben und das fachdidaktische Wissen die kognitive Struktur der Lerngelegenheiten (Baumert & Kunter, 2011b) beeinflussen, sind beide Facetten zentral. Neben den Wissensfacetten spielen auch die *Überzeugungen* der (angehenden) Lehrkräfte eine wichtige Rolle: Die Erfahrungen, die Schülerinnen und Schüler in ihrem Mathematikunterricht machen, prägen ihre Einstellungen hierzu und damit ihr Bild von Mathematik wesentlich (Grigutsch, Raatz & Törner, 1998). Es werden diejenigen Denk- und Handlungsmuster genutzt, die sich in ihren bisherigen Erfahrungen als hilfreich erwiesen haben.

Betrachtet man die aufgeführten Aspekte, so ist es für die Gestaltung des Studiums wesentlich zu wissen, über welche Kompetenzen Studierende zu Beginn und am Ende ihres Studiums im Bereich flexiblen Rechnens verfügen. Aus den oben genannten Darstellungen lässt sich folgende Frage ableiten: Inwieweit zeigen Studierende zu Beginn bzw. am Ende ihres Studiums flexible Rechenkompetenzen?

Design

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde ein CRF-2×2 Versuchsplan (Kirk, 2013) verwendet (Abb. 1).

a_1 b_1	a_1 b_2	a_2 b_1	a_2 b_2
S_1	S_2	S_3	S_4

A = Studienfach
a_1 = Grundbildung
a_2 = Mathematik als Fach
B = Zeitpunkt
b_1 = Studienbeginn
b_2 = Studienende
S_1, …, S_4 = Stichproben

Abb. 1: Darstellung des durchgeführten CRF-2×2-Versuchsplans

Mit einer Poweranalyse vom Typ II – N als Funktion von Power (1-β), Δ und α – wurde die Stichprobengröße für den CRF-2×2 Versuchsplan ermittelt: Die gewünschte Power (1-β) ist 0.99, mittlere Effekte (Δ = 0.50) werden als bedeutsam eingestuft, das Signifikanzniveau sei α = .05. Demzufolge benötigt man eine Gesamtstichprobe von ca. N^*= 76 Lernenden (n_1^**= 38 Studierende unter a1, n_2^*= 38 unter a2) (Mueller, LaVange, Ramey, & Ramey, 1992).

Im Sommersemester 2018 wurden insgesamt 152 Studierende befragt, 77 zu Studienbeginn (21 Fach- und 56 Grundbildung) und 75 Studierende zu Studienende (15 Fach und 60 GB). Diese Stichprobe ergab sich auf Grund der tatsächlichen Studierendenzahlen in den jeweiligen Veranstaltungen.

Der Fragebogen enthielt zehn Items: sieben Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 mit spezifischen Aufgabenmerkmalen sowie drei Subtraktionsaufgaben ohne spezifische Merkmale, die das Lösen mit Hilfe des schriftlichen Algorithmus nahelegen. Anschließend wurden die Rechenwege mit 0 bis 3 Punkten pro Item (0 P. fehlerhaft, 1 P. Standardweg, 2 P. Abweichung vom Standardweg, 3 P. aufgabenadäquates Lösen) kodiert, so dass sich ein Minimalwert für das richtige Lösen aller Aufgaben von 7 Punkten und ein Maximalwert von 21 Punkten ergaben. Für die Analyse wurden nur die sieben Aufgaben mit spezifischen Merkmalen herangezogen. Hierfür wurde ein Mapping der Punkteverteilung auf eine Werteskala von 1 bis 6 durchgeführt, wobei mit 1 eine Punktzahl von 19 bis 21 abgebildet wird.

Für die Analyse der Daten wurde folgende Vorgehensweise gewählt: (1) Ersetzen fehlender Werte mit Hilfe multipler Imputation (Van Buuren, 2012). (2) Rechnen einer zweifaktoriellen Varianzanalyse entsprechend des CRF-2×2 Versuchsplans (Winer, Brown, & Michels, 1991). (3) Rechnen von *a posteriori t*-Tests.

Ergebnisse

Abb. 2 veranschaulicht die deskriptive Auswertung. Sie zeigt, dass Studierende am Ende ihres Studiums verglichen mit Studierenden zu Beginn des Studiums beim Rechnen flexibler agieren. Das gilt sowohl für Studierende mit Mathematik als Fach als auch mit Mathematik als Grundbildung.

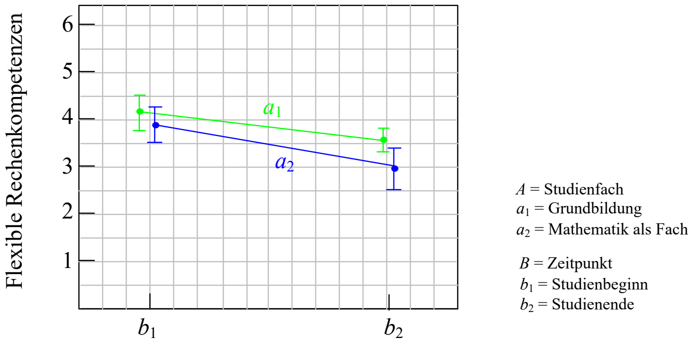

Abb. 2: Studienbeginn und Studienende

Für die statistischen Analysen wurden drei statistische Hypothesen formuliert, die auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ mit Hilfe einer zweifaktoriellen ANOVA getestet wurden. Die Haupteffekte A und B sind signifikant auf einem α-Level von .05 ($F_{1,148} = 4.38$, $p < .04$; $F_{2,148} = 14.40$, $p < .01$). Die entsprechenden Nullhypothesen wurden zugunsten der jeweiligen Alternativhypothese verworfen: Studierende mit Fach Mathematik zeigen flexiblere Rechenkompetenzen als Studierende mit Grundbildung. Studienabgänger erbringen flexiblere Rechenkompetenzen als Studienanfänger. Die Interaktion der Effekte $A \times B$ war nicht signifikant ($F_{1,148} = 1.07$, $p < .31$).

In den t-Tests zeigten sich signifikante Unterschiede im Studienfach Mathematik zwischen Studienbeginn und Studienende ($p < .025$), ebenso wie in der Grundbildung ($p < .003$). Hingegen erwiesen sich die Unterschiede zwischen Fach und Grundbildung zu Studienbeginn ($p < .383$) und Studienende ($p < .059$) jeweils als nicht signifikant.

Diskussion und Ausblick

Die Ergebnisse machen deutlich, dass Studierende am Ende des Studiums flexibler rechnen als zu Beginn. Gleichzeitig zeigt sich auch, dass diese Veränderungen unabhängig davon sind, ob Mathematik als Fach oder in der Grundbildung studiert wird. Betrachtet man die Mittelwerte auf der sechsstufigen Skala, wird deutlich, dass die Fachstudierenden zu Studienbeginn bei einem durchschnittlichen Wert von 3,95 und am Ende des Studiums bei 3,0 liegen. Bei den Studierenden der Grundbildung zeigt sich ein ähnliches Bild. Sie liegen zu Studienbeginn bei 4,16 und zu Studienende bei 3,61. Trotz signifikanter Unterschiede wird deutlich, dass diese Werte keineswegs als adäquat für angehende Grundschullehrkräfte angesehen werden können. In Anbetracht der oben dargestellten Theorie zum Einfluss des Professionswissens und der Überzeugungen von Lehrkräften wird der Handlungsbedarf bezogen auf die Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen von Studierenden während der universitären Lehrerbildung deutlich. Hierbei sind, neben bisher überwiegend theoretischen Auseinandersetzungen, künftig auch Vorgehensweisen denkbar, die eher eigene Erfahrungen ermöglichen: bspw. eine größere Fokussierung auf Zahl-, Term- und Aufgabenbeziehungen und deren Betrachtung auf der Metaebene in Veranstaltungen wie der Arithmetik und Algebra sowie ein Seminar, in dem Studierende flexibles Rechnen bei Kindern anregen und dabei mit ihnen über deren Denken sprechen können.

Anmerkung: Die Studie wird durch die PH Ludwigsburg gefördert.

Literatur

Anghileri, J. (2001). Intuitive Approaches, Mental Strategies and Standard Algorithms. In J. Anghileri (Hg.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching: Innovative approaches for the primary classroom* (S. 79-94). Suffolk: St Edmundsbury Press

Ball, D. L. The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449–466.

Baumert, J. & Kunter, M. (2011a). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster [u.a.]: Waxmann

Baumert, J. & Kunter, M. (2011b). Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster [u.a.]: Waxmann

Beschlüsse der Kultusministerkonferenz (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München Neuwied: Luchterhand.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. Journal für Mathematikdidaktik 19 (1), 3–45.

Kirk, R. E. (2012). *Experimental design* (4th Edition). Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Mueller, K. E., LaVange, L. E., Ramey, S. L., & Ramey, C. T. (1992). *Power calculations for general linear multivariate models including repeated measures applications. Journal of the American Statistical Association*, 87(420), 1209–1226.

Rathgeb-Schnierer, E. (2010). Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern des 2. Schuljahrs. *Journal für Mathematik-Didaktik,* 31(2), 257–283.

Torbeyns, J, De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics* 71, 1–17.

Van Buuren, S. (2012). *Flexible imputation of missing data*. Boca Raton, Fl: CRC Press.

Winer, B. J., Brown, D. R., & Michels, K. M. (1991). *Statistical principles in experimental design*. Boston, MA: McGraw-Hill.