

Kristina REISS, München

PISA – Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich

Bildungsmonitoring und Bildungsstandards

„Sind deutsche Schüler doof?“ titelte provokant Der Spiegel am 10. Dezember 2001 als Antwort auf die unerwartet schwachen Ergebnisse in der internationalen Schulleistungstudie PISA, dem Programme for International Student Assessment, damals erstmalig durchgeführt von der OECD. Schülerinnen und Schüler in Deutschland waren in ihren Kompetenzen unter dem Durchschnitt von 28 teilnehmenden OECD-Staaten geblieben. Eine weitere schlechte Botschaft war, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei PISA 2000 deutlich in Abhängigkeit von sozialem Status der Eltern und Migrationshintergrund variierten. Darüber hinaus zeigte PISA – mit Hilfe einer repräsentativen Stichprobe von 15-jährigen Schülerinnen und Schülern – große Unterschiede zwischen den Bundesländern. Zwischen dem leistungsstärksten und dem leistungsschwächsten Bundesland betrug der Unterschied zwei Drittel einer Standardabweichung. Die Autorinnen und Autoren der ersten Studie gaben als grobe Orientierung für den Unterschied zwei Schuljahre an (Baumert et al., 2001).

Es ist kein Wunder, dass gerade das letztgenannte Ergebnis die Kultusministerkonferenz (KMK) besonders beschäftigte. In der Konsequenz definierte sie einheitliche Bildungsstandards für die Bundesrepublik Deutschland – nicht nur – in der Mathematik für die Grundschule nach der vierten Klasse, den Hauptschulabschluss, den mittleren Schulabschluss nach der zehnten Klasse und die allgemeine Hochschulreife. Als zentrales Konstrukt wurden Kompetenzen herausgearbeitet, in Anlehnung an Weinert (2001) „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“. Damit sind Kompetenzen inhaltlicher Art und mit konkreten Handlungen verbunden. In der Mathematik sind es im Wesentlichen die Inhalte Daten und Zufall, Funktionaler Zusammenhang, Raum und Form, Messen sowie Algorithmen und Zahl, die unter dem Begriff „Leitideen“ zusammengefasst werden. Hinzu kommen auf der Prozessebene allgemeine mathematische Kompetenzen, nämlich Kommunizieren, der Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, das Verwenden von Darstellungen, Modellieren, Problemlösen und

Argumentieren (KMK, 2012). In wohl allen Bundesländern hat diese Struktur mittlerweile Eingang in die Lehrpläne gefunden.

Im Rahmen des IQB-Bildungstrends wird das Erfüllen der Bildungsstandards auf Ebene der Bundesländer regelmäßig überprüft, im Fach Mathematik zuletzt 2018 für die Sekundarstufe I (Stanat et al., 2019). Aber auch PISA ist zu einem regelmäßigen Begleitinstrument des Bildungsmonitorings in Deutschland geworden. Im Abstand von drei Jahren werden die Kompetenzen in Mathematik genauso wie in den Naturwissenschaften und dem Lesen erhoben. PISA misst dabei die Grundbildung von 15-Jährigen und fokussiert nicht auf lehrplankonformes Schulwissen. Die internationale Beteiligung ist groß, an PISA 2018 nahmen 37 OECD-Staaten und 42 so genannte Partnerstaaten teil, aus denen ca. 600.000 Schülerinnen und Schüler kamen. Allein in Deutschland waren es knapp 5.500 Schülerinnen und Schüler aus mehr als 200 Schulen, die ihre Kompetenzen zeigten. In jedem Zyklus wird eine Hauptdomäne ausgewiesen, die nicht nur mit mehr Aufgaben getestet wird, sondern auf die auch Fragebögen für Schülerinnen und Schüler, ihre Eltern, Lehrkräfte und Schulleitungen abgestimmt sind. Fragen zu schulischen und häuslichen Kontext- und Hintergrundmerkmalen beziehen sich entsprechend mit jedem neuen PISA-Zyklus auf eine andere der drei Domänen. Es geht bei PISA also insbesondere nicht nur um Wissen in Mathematik, Lesen und Naturwissenschaften. Vielmehr erlauben es die Ergebnisse, Bildungschancen durch die Darstellung von Disparitäten bzgl. Geschlecht, Zuwanderungshintergrund, sozioökonomischem Status oder Schulart zu beschreiben. Die Studie ist somit geeignet Schwächen, Stärken, Herausforderungen und Probleme des Bildungssystems zu identifizieren und auch Hinweise auf Handlungsoptionen zu geben. Die internationale Ausrichtung und hohe Beteiligung unterschiedlicher Staaten ermöglicht zusätzlich die Einordnung der Ergebnisse in einen international vergleichenden Kontext.

Mathematische Kompetenz

In PISA wird unter mathematischer Kompetenz die Fähigkeit verstanden, mathematische Konzepte zur Beschreibung von Phänomenen einzusetzen, die für Fünfzehnjährige relevant sind. PISA versucht damit abzubilden, ob Jugendliche die notwendigen Mathematikkenntnisse haben, um entsprechenden Herausforderungen im persönlichen, beruflichen und gesellschaftlichen Leben gewachsen zu sein. Im Fokus steht gerade nicht die schematische Anwendung von Formeln und Regeln, sondern die Lösung realer Probleme auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus mit Mitteln der Mathematik, mathematischen Methoden und Arbeitsweisen. Die folgende Abbildung zeigt ein Beispiel (vgl. OECD, 2013).



ÖLTEPPICH

Ein Öltanker ist auf See gegen einen Felsen gefahren und hat dabei ein Loch in seine Öltanks gerissen. Der Tanker war ungefähr 65 km vom Land entfernt. Nach einigen Tagen hatte sich das Öl ausgebreitet, wie es auf der Karte unten dargestellt ist.

Nutze den Maßstab der Karte und schätze die Fläche des Ölteppichs in Quadratkilometern (km²).

Antwort: km²

Nicht Rechnen steht hier im Vordergrund, sondern Überlegungen, wie man die Fläche annähern kann und welche Zahlen für diese Annäherung in etwa plausibel sind. In der folgenden Aufgabe steht eine reale Anwendung in einem beruflichen im Vordergrund (vgl. OECD, 2013)

Krankenschwestern müssen die Tropfrate D in Tropfen pro Minute für Infusionen berechnen.

Sie verwenden dazu die Formel $D = \frac{dv}{60n}$, wobei gilt:

d ist der Tropffaktor gemessen in Tropfen pro Milliliter (ml)

v ist das Volumen der Infusion in ml

n ist die Anzahl Stunden, die die Infusion angeschlossen bleiben muss.



Krankenschwestern müssen auch das Volumen v der Infusion anhand der Tropfrate D berechnen.

Eine Infusion mit einer Tropfrate von 50 Tropfen pro Minute muss einem Patienten 3 Stunden lang verabreicht werden. Die Tropfrate dieser Infusion beträgt 25 Tropfen pro Milliliter.

Wie groß ist das Volumen der Infusion in ml?

Fachlich geht es um im engeren Sinn um das Umwandeln einer Gleichung und das Einsetzen von Werten, in einem weiteren Sinn um Veränderungen und Zusammenhänge. Die Schwierigkeiten der Teilaufgaben werden auf empirischer Grundlage mit Hilfe von Stufen in einem sechsstufigen Kompetenzmodell beschrieben (vgl. Sälzer et al., 2013). Kompetenzen unter Stufe II bedeuten ein sehr schmales Wissen, das nicht ausreichend ist, um alltägliche Anforderungen zu begegnen. Kompetenzen auf den Stufen V und VI stehen für ein sehr gutes mathematisches Wissen, das insbesondere anschlussfähig an die weitere schulische Bildung ist.

- I: Arbeiten in vertrautem Kontext und nach direkter Instruktion, alle relevanten Informationen sind verfügbar. Routineverfahren können angewendet werden.
- II: Anwendungen einfacher Algorithmen, einfache und direkte Interpretation von Ergebnissen.
- III: Nutzung einfacher Problemlösestrategien, Informationen aus mehreren Quellen werden entnommen und verwendet. Darstellungen nutzen, einfache Schlüsse ziehen
- IV: Mit Modellen arbeiten, über Mathematik kommunizieren. Darstellungen geeignet nutzen.
- V: Strategien zur Lösung komplexer Probleme erarbeiten, Modelle vergleichen, argumentieren.
- VI: Ungewohnte Problemsituationen erfolgreich erarbeiten, mathematisches Verständnis zeigen, flexible Darstellungen nutzen. Lösungswege beschreiben und vergleichend begründen.

In der letzten Erhebung PISA 2018, die im Dezember 2019 veröffentlicht wurde, liegt Deutschland im Vergleich der OECD-Staaten mit 500 Punkten (bei einer Standardabweichung von 95 Punkten) signifikant über dem OECD-Durchschnitt von 489 Punkten (bei einer Standardabweichung von 91 Punkten). In der Spitzengruppe der OECD-Staaten findet man Japan (527 Punkte), Korea (526 Punkte), Estland (523 Punkte) und die Niederlande (519 Punkte). Ähnlich wie Deutschland positionieren sich beispielsweise Frankreich und Island (jeweils 495 Punkte), die auch mit dieser Punktzahl noch signifikant über dem OECD-Durchschnitt liegen. Bessere Ergebnisse werden in einigen Partnerstaaten erzielt, so etwa in Singapur (569 Punkte). Die Spanne ist erheblich und reicht hinunter bis zu 325 Punkten: Schlusslichter sind Mexiko (409 Punkte) und Kolumbien (391 Punkte) bei den OECD-Staaten, sowie die Dominikanische Republik (325 Punkte) bei den Partnerstaaten (Reinhold, Reiss, Diedrich, Hofer & Heinze, 2019).

Im Grunde sind das keine schlechten Nachrichten. Man kann das Ergebnis insbesondere so interpretieren, dass es den Lehrkräften auch bei einer heterogener werdenden Schülerschaft gelungen ist, einen Platz über dem OECD-Durchschnitt zu halten. Nicht ganz so gut sind die Nachrichten allerdings, wenn man weiter differenziert. So zeigen in Deutschland 21.1% der Fünfzehnjährigen ein Kompetenzniveau auf Stufe I oder darunter und dieser Wert unterscheidet sich nicht signifikant vom OECD-Durchschnitt, der bei 24.0% liegt. Deutlich geringere Anteile gibt es hier beispielsweise in Estland (10.2%) oder Japan (11.5%). Betrachtet man die leistungsstarken Schülerinnen und Schüler, dann sieht es auf den ersten Blick besser aus, denn in

Deutschland liegen 13.3% der Fünfzehnjährigen auf den Kompetenzstufen V oder VI, ein Wert, der signifikant über dem OECD-Durchschnitt von 10.9% ist. Signifikant höhere Anteile als in Deutschland gibt es in der Republik Korea, in Japan, Tschechien, Niederlande (jeweils über 17%). Allerdings lag Deutschland bei PISA 2012 auch auf diesem Niveau, damals waren es 17,5% leistungsstarke Schülerinnen und Schüler. Der Rückgang zwischen 2012 und 2018 ist also deutlich. Er drückt sich – wenig erstaunlich – auch in fallenden Punktzahlen an den Gymnasien aus (Reinhold, Reiss, Diedrich, Hofer & Heinze, 2019). Seit PISA 2003 werden die Mittelwerte mathematischer Kompetenz an Gymnasien fast kontinuierlich geringer.

Betrachtet man den Durchschnitt aller OECD-Staaten, so weisen Jungen mit 492 Punkten auf der Skala mathematischer Kompetenz einen signifikant höheren Wert auf als Mädchen mit 487 Punkten. Signifikante Unterschiede zugunsten der Jungen zeigen sich in 21 der 37 OECD-Staaten, darunter auch in Deutschland mit einer Differenz von sieben Punkten, nämlich 496 bei den Mädchen und 503 bei den Jungen (OECD, 2019). Diese Differenz hat im Vergleich zu PISA 2012, als Mathematik das letzte Mal Hauptdomäne war, leicht abgenommen und betrug damals zehn Punkte. Österreich, Mexiko, und Japan zählen übrigens zu den sieben Staaten, in denen die Differenz zwischen Mädchen und Jungen in der Erhebung PISA 2018 mehr als zehn Punkte beträgt.

Zum Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und mathematischer Kompetenz gibt es keine neuen Daten aus PISA 2018, da in diesem Jahr Lesen die Hauptdomäne war. Das Maß dafür, der sogenannte soziale Gradient, war bei PISA 2012 hoch, signifikant über dem Durchschnitt der OECD-Staaten und betrug 40 Punkte (Müller & Ehmke, 2013). Konkret bedeutet dieser Wert, dass bei einer um eine Standardabweichung höherem Sozialstatus die mathematische Kompetenz sich um 40 Punkte erhöhen würde (OECD-Durchschnitt: 32). In PISA 2018 sind diese Werte für das Lesen mit 40 Punkten für Deutschland und 31 Punkten im OECD-Durchschnitt so gut wie unverändert (Weis, Müller, Mang, Heine, Mahler & Reiss, 2019). Signifikant unter dem OECD-Durchschnitt liegen in Europa die skandinavischen Staaten (zwischen 25 und 31), aber auch Italien (28) und die Niederlande (32) zeigen kleinere Werte als Deutschland.

PISA: Der internationale Vergleich von (mathematischen) Kompetenzen

PISA ist nicht unumstritten und so stellen sich immer wieder Fragen dazu. Die wichtigsten sind vermutlich, ob es die „Erfolgskontrolle“ des Bildungssystems und zusätzlich noch den internationalen Vergleich braucht. Ist es tatsächlich sinnvoll, Staaten in Bezug auf Schulleistungen in eine

Reihenfolge zu bringen, auch wenn sich schulische und gesellschaftliche Bedingungen deutlich voneinander unterscheiden?

Eine Antwort auf die erste Frage kann man im Grunde schlicht normativ geben: Ja, Bildungssysteme brauchen eine „Erfolgskontrolle“. Bildungssysteme haben einen gesellschaftlichen Auftrag und müssen zeigen, dass sie dem Auftrag gerecht werden. In Bezug auf die zweite Frage, den internationalen Vergleich, muss man vermutlich etwas weiter ausholen. Ganz sicher geht es nicht darum, welchen Platz Deutschland in einer Rangreihenfolge einnimmt. Es ist aber wichtig zu wissen, ob unser Bildungssystem etwa im Vergleich mit anderen europäischen Staaten seinen Aufgaben gerecht wird. Hier hilft die Einordnung in Blöcke von Staaten, die ähnliche Kompetenzwerte zeigen, und der darüber hinaus der Blick auf signifikante Unterschiede.

Darüber hinaus geht es aber auch um die Bedingungen von Unterricht. So zeigte PISA 2012 nicht nur, dass Schülerinnen und Schüler in Deutschland weniger Freude und Interesse an der Mathematik zeigten als ihre Peers im OECD-Durchschnitt. Die Studie ergab zusätzlich bedeutsame Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen zugunsten der Jungen. Umgekehrt war es bei der Angst vor Mathematik, die in Deutschland erfreulicherweise nicht sehr ausgeprägt war, dann aber wieder eher Mädchen als Jungen betraf (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013). Ergebnisse wie dieses lassen Handlungsbedarf erkennen und können auch als Ausgangspunkt für weitergehende Forschung gesehen werden. Der internationale Vergleich kann entsprechend interessante Einsichten in die Spezifika von Schule in einem bestimmten Staat geben.

Im Fokus: Das Framework für PISA 2021

PISA ist nicht nur eine Studie der OECD, sondern trägt auch mit ihren Frameworks der verschiedenen Domänen dazu bei, wie Bildung in diesem Rahmen gesehen und der Blick auf Bildung weiterentwickelt wird. Ein Beispiel dafür sind die 21st Century Skills (OECD, 2008), mit denen Grundlagen der Bildung in diesem Jahrhundert durch die OECD definiert wurden. Konkret geht es dabei um Lernen und Innovation (und dazu gehört kritisches Denken und Problemlösen, Kommunikation und Kollaboration, Kreativität und Innovation), eine digitale Grundbildung (und das ist der Umgang mit Medien, Technologien, Informationen und Daten) sowie Aspekte des beruflichen und privaten Lebens (darunter fallen Flexibilität und Anpassungsfähigkeit, Initiative und Selbstständigkeit, soziale und interkulturelle Interaktion, Produktivität und Verantwortlichkeit).

Diese Skills haben auch im Framework für die Mathematik in PISA 2021 ihren Platz gefunden. Wie jedes Mal, wenn eine Domäne zur Hauptdomäne

wird, gibt es auch 2021 ein überarbeitetes Framework, an das innovative Aufgabenstellungen angepasst werden. Die neue Version betont mathematische Argumentationen, nimmt explizit Bezug auf den technologischen Wandel und die damit verbundenen Anforderungen an das Denken. Die Definition von mathematischer Kompetenz ist ebenfalls angepasst worden (vgl. PISA 2021 Rahmenkonzeption): „Mathemattikkompetenz ist die Fähigkeit einer Person zum mathematischen Argumentieren sowie Mathematik in einer Vielzahl von Alltagskontexten einzusetzen, in denen Problemstellungen mathematisch formuliert, bearbeitet und interpretiert werden. Dies beinhaltet mathematische Konzepte, Fakten und Methoden um Phänomene zu beschreiben, zu erklären und vorauszusagen. Mathemattikkompetenz hilft Personen zu erkennen, welche Rolle Mathematik in der Welt spielt, um fundierte Urteile abzugeben sowie gut begründete Entscheidungen zu treffen, so wie sie von konstruktiven, engagierten und reflektierten Bürgerinnen und Bürger des 21. Jahrhunderts benötigt werden.“

Verbunden mit dem neuen Framework sind entsprechende mathematische Themen und dazu gehörige Aufgabenstellungen, die etwa Wachstumsprozesse, geometrische Approximationen, Computersimulationen und Aufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit einbeziehen. Insbesondere sind die Aufgaben an die computerunterstützte Erhebung angepasst und nutzen die damit verbundenen Möglichkeiten. Framework und Aufgabenbeispiele sind publiziert: <https://pisa.e-wd.org>.

Kontinuität und Innovation als Charakteristika von PISA

Bildung stellt eine wichtige und vermutlich *die* wichtigste Ressource einer Gesellschaft dar. Sie ist die Grundlage dafür, dass Menschen mit beruflichen und privaten Anforderungen zurechtkommen und eine angemessene gesellschaftliche Teilhabe möglich ist. Insofern ist es auch sinnvoll zu wissen, ob diese Grundlage gerade bei Jugendlichen gegeben ist, die vor einem Wechsel in weiterführende Schulen oder eine Ausbildung sind. Allerdings ist Bildung nicht statisch zu sehen, sondern ändert sich genauso wie sich etwa gesellschaftliche Bedingungen ändern. PISA spiegelt das durch die regelmäßigen Erhebungen auch im zeitlichen Verlauf wider. Damit die Ergebnisse ihre Aussagekraft behalten, ist Kontinuität ein wichtiger Faktor, der durch gleichbleibende Aufgaben und Fragestellungen erreicht wird. Genauso aber braucht es innovative Formate, um den Wandel abzubilden. PISA bewegt sich zwischen diesen beiden Polen und ist so ein sinnvolles und geeignetes Instrument des nationalen und internationalen Bildungsmonitoring.

Literatur

- Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J., & Weiß, M. (Hrsg.) (2002). *PISA 2000 – Die Länder der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich*. Opladen: Leske & Budrich.
- KMK (2012) = Kultusministerkonferenz (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. München: Luchterhand.
- Müller, K. & Ehmke, T. (2013). Soziale Herkunft als Bedingung der Kompetenzentwicklung. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 245-275). Münster: Waxmann.
- OECD (2008) = Organisation for Economic Co-operation and Development. *Education at a glance 2008 – OECD indicators*. Paris: OECD.
- OECD (2013) = Organisation for Economic Co-operation and Development. *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do (Volume I)*. Paris: OECD.
- OECD (2019) = Organisation for Economic Co-operation and Development. *PISA 2018 Results: What Students Know and Can Do (Volume I)*. Paris: OECD.
- Reinhold, F., Reiss, K., Diedrich, J., Hofer, S., & Heinze, A. (2019). Mathematische Kompetenz in PISA 2018 – aktueller Stand und Entwicklung. In K. Reiss, M. Weis, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018. Grundbildung im internationalen Vergleich* (S. 187-209). Münster: Waxmann.
- Sälzer, C., Reiss, K., Schiepe-Tiska, A., & Prenzel, M. (2013). Zwischen Grundlagenwissen und Anwendungsbezug: Mathematische Kompetenz im internationalen Vergleich. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 47–97). Münster: Waxmann.
- Schiepe-Tiska, A. & Schmitdner, S. (2013). Mathematikbezogene emotionale und motivationale Orientierungen, Einstellungen und Verhaltensweisen von Jugendlichen in PISA 2012. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme, & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 99-122). Münster: Waxmann.
- Stanat, P., Schipolowski, S., Mahler, N., Weirich, S., & Henschel, S. (Hrsg.) (2019). *IQB-Bildungstrend 2018. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich*. Münster: Waxmann.
- Weinert, F.E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In Weinert, F.E. (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.
- Weis, M., Müller, K., Mang, J., Heine, J.-H., Mahler, N. & Reiss, K. (2019). Soziale Herkunft, Zuwanderungshintergrund und Lesekompetenz. In K. Reiss, M. Weis, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2018. Grundbildung im internationalen Vergleich* (S. 129-162). Münster: Waxmann.