

Mögliche Qualitätskriterien für einen problemorientierten Mathematikunterricht

1. Einleitung

Die vieldiskutierte Frage, was guter (Mathematik-)Unterricht sei, wird hier noch ein Stück konkretisiert; es geht um die Frage: *Was kennzeichnet guten problemorientierten Mathematikunterricht (POM)?*

Wir gehen davon aus, dass guter POM zunächst erst einmal *guter Unterricht* (vgl. Helmke, 2012; Meyer, 2009) sein muss, wobei nicht alle Kriterien guten Unterrichts (u. a. Klare Strukturierung; Hoher Anteil echter Lernzeit; Intelligentes Üben; Classroom Management; Transparente Leistungserwartung) für einzelne Stunden relevant sind. Im hierarchischen Modell der Qualität von Fachunterricht nach Brunner (2018, S. 278) bewegen wir uns daher auf den Ebenen 3 und insbesondere 4.

Es bedarf spezieller Kriterien für guten POM, da dieser Lehrkräfte vor besondere Schwierigkeiten stellt (Chapman, 2015, 2016) und spezielles Wissen voraussetzt, das von Chapman (2015) MPSKT – mathematical problem-solving knowledge for teaching – getauft wurde. Sie fasst dieses Konstrukt in drei Komponenten (mit Unterkategorien):

- (1) Problem Solving Content Knowledge (knowledge of problems, of problem solving, and of problem posing);
- (2) Pedagogical Problem Solving Knowledge (knowledge of students as problem solvers, instructional practices for problem solving); and
- (3) Affective Factors and Beliefs. (Chapman, 2015, S. 31 f.)

In diesem Beitrag werden – normative und deskriptive – Kriterien für guten POM diskutiert. Abschließend werden die Überlegungen auf eine Problemlösestunde angewandt. Einschränkend muss der **zeitliche Rahmen** erwähnt werden: Wir beziehen uns auf die *Analyseeinheit einer POM-Stunde*, auch wenn Problemlösen als prozessbezogene Kompetenz langfristig angelegt ist. Kriterien für zeitlich ausgedehntere Analyseeinheiten wie z. B. ein Schuljahr werden vermutlich einen anderen Zuschnitt erhalten.

2. Mögliche Kriterien für guten POM

Die im Folgenden diskutierten Kriterien sind auch allgemein für guten (Fach-)Unterricht wichtig, besitzen im POM aber spezielle Ausprägungen. Das vorgeschlagene Raster ist zweidimensional, wobei in allen Phasen der Stundenplanung, -durchführung und des Problemlösens (Dimension 1, römische Zahlen) die ausgewählten Kriterien (Dimension 2, arabische Zahlen) verschieden ausgeprägt sein können.

POM-Stunden können nur in Bezug auf die **intendierten Lehr-Lern-Ziele** beurteilt werden; für die Schule halten wir zwei Möglichkeiten für relevant: Problemlösen (a) als *Lernziel*, wenn es durch Heurismentrainings, Reflexion von Problemlösefähigkeiten o. ä. um die Entwicklung der Problemlösekompetenz geht; und (b) als *Methode*, wenn z. B. mithilfe von Problemen neue math. Sätze gefunden, math. Gegenstände (vertieft) vermittelt oder Motivation erzeugt werden soll. Zusätzlich werden Stunden auf die konkret operationalisierten (Teil-)Lernziele hin analysiert (vgl. Wittmann, 1981).

Dimension 1: Phasen der Stundenplanung und des Problemlösens

Wir unterscheiden in dieser Dimension die folgenden fünf Phasen (vgl. Heinrich, Pawlitzki & Schuck, 2013; Pólya, 1949; Rott, 2017), wobei sich hier sowohl *Bedingungen* für guten POM (I) als auch (beobachtbare) *Merkmale* von gutem POM (II – V) überschneiden:

(I) Vorbereitung und Planung der POM-Stunde (i. d. R. nicht beobachtbar), wozu insbesondere die (Problem-)Aufgabenauswahl bzw. die Qualität des gewählten Problems beiträgt: Passt es zu den Zielen (ermöglicht es Entdeckungen)? Ist es kognitiv aktivierend? Ermöglicht es verschiedene (heuristische) Zugänge und Lösungswege sowie innere Differenzierung?

(II) Präsentation und (eigenständiges/geleitetes?) Verstehen des Problems.

(III) Problembearbeitung, wozu sowohl das Planen als auch die eigentliche Bearbeitung, d. h. das Suchen und Finden der Lösung(en) gehören.

(IV) Kontrolle der Ergebnisse und Reflexion der Bearbeitungsprozesse.

(V) Ausblick und Fortsetzungsmöglichkeiten (inkl. Problem Posing), die wir bewusst von der Reflexion der Stundenergebnisse unterscheiden.

Dimension 2: Ausgewählte Kriterien

Die folgenden Kriterien lassen sich jeweils in allen Phasen der 1. Dimension denken, z. B. sind Heurismen sowohl bei der Aufgabenauswahl (theoretisch mögliche H.) als auch bei der Problembearbeitung und der Reflexion (empirisch gezeigte H.) relevant. Bei der Analyse von POM-Stunden müssen aber nicht alle 5×5 möglichen Kombinationen berücksichtigt werden.

(1) Wie stark ist die Lenkung durch die Lehrkraft (Rott, 2017)? Wird eher heuristisch oder inhaltsbezogen geholfen (Zech, 1998)? Welche Möglichkeiten haben die Lernenden, eigene Gedanken bei der Lösungssuche und Lösungsfindung einzubringen und zu verfolgen?

(2) Zentral beim Problemlösen ist der Einsatz von und der Umgang mit Problemlösestrategien bzw. Heurismen wie die Suche nach Spezial- und Extremfällen, systematisches Probieren oder Rückwärtsarbeiten (Holzäpfel et al.,

2018, Kap. 7). Können die Lernenden in den POM-Phasen heuristisch arbeiten? Werden verschiedene Strategien zugelassen und reflektiert?

(3) Unter kognitiver Aktivierung versteht man das In-Gang-Setzen aktiver Denkprozesse, die aktive geistige Auseinandersetzung mit dem Lernstoff, wobei es durchaus „anstrengend“ werden darf (Heymann, 2015; Leuders & Holzäpfel, 2011). Inwiefern gelingt dies in Phasen der Stunde?

(4) Inwiefern wird in Phasen der Stunde auf (strategische) Fehler eingegangen (Geering, 1995; Rott et al., 2015)? Welche Rolle spielen metakognitive Aktivitäten, d. h. Planung, Monitoring und Reflexion, bei der Lehrkraft und bei den Schüler*innen (Cohors-Fresenborg et al., 2014)?

(5) Wichtig sind affektive Faktoren und Beliefs (Schoenfeld, 1992): Wenn Lernende oft die Erfahrung machen, dass Aufgaben entweder nach wenigen Minuten gelöst sind oder einem eine wichtige Rechenregel fehlt, werden sie wahrscheinlich auch bei Problemen die Bearbeitung nach kurzer Zeit einstellen, selbst wenn sie dazu in der Lage wären, das Problem zu lösen. Wie wird in der POM-Stunde mit solchen und weiteren Beliefs umgegangen? Werden entsprechende Erfahrungen thematisiert und hinterfragt?

3. POM-Kriterien am Beispiel einer Stunde

In gebotener Kürze skizzieren wir die Anwendung der Kriterien auf die konkrete Stunde in Jg. 6 zum Sieben-Tore-Problem (s. Nowińska et al., *in diesem Band*; Rott, 2015); es folgen zuerst Überlegungen zu Dimension 1:

(I) Die Lehrerin plant die Stunde mit *Problemlösen als Lernziel* (mit vermutetem Fokus auf Rückwärtsarbeiten); wobei im Rahmen der Studie, in der das Stundenvideo entstanden ist, zuerst das Problem ausgewählt und im Anschluss die Stunde geplant wurde (vgl. Rott, 2015).

(II) Die *Präsentation* erfolgt auf einem Aufgabenzettel; eine Schülerin liest vor. Das Problemverständnis wird bewusst nicht thematisiert, Fragen zur Aufgabe beantwortet die Lehrerin nicht. Die Lernenden sollen in Einzelarbeit selbst Verantwortung für das Verständnis übernehmen.

(III) Während der *Bearbeitung* sorgt die Lehrerin für diszipliniertes Arbeiten, macht sich ein Bild über die Prozesse der Lernenden, arbeitet mit einem klaren *Zeitmanagement* und vermeidet bewertende Äußerungen.

(IV) In der Phase *Kontrolle und Reflexion* wechseln sich Schüler- und Lehrerbeiträge ab. Zuerst reagiert die Lehrerin jeweils auf Schülerbeiträge und betont dabei Relevantes. Später findet zwar weiterhin ein Dialog statt, es stehen aber Zusammenfassungen durch die Lehrerin im Zentrum. Verwendete Heuristiken werden bewusstgemacht und reflektiert, aber der korrekte Lösungsansatz wird nicht erklärt. Alternative Ansätze werden vorgestellt, aber

nicht explizit verglichen. Auf Schwierigkeiten und Fehler geht die Lehrerin nicht konkret ein, ein Auseinandersetzen mit Schwierigkeiten geschieht eher global in Bezug auf den gesamten Bearbeitungsprozess.

(V) Ein *Ausblick* und das *Finden von Fortsetzungsmöglichkeiten* im Sinne von Problem Posing ist nicht zu beobachten. Die Arbeit soll in der Folgestunde fortgesetzt werden, um zu einem runden Abschluss zu kommen.

Es folgen – z. T. schon oben berichtete – Überlegungen zu Dimension 2:

(1) In Bezug auf die *Lenkung* hält sich die Lehrerin in den Phasen II und III der Stunde bewusst zurück (vgl. Rott, 2017), es scheint viel Wert auf Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler gelegt zu werden. Gegen Ende der Stunde werden verschiedene Ansätze und Ideen gewürdigt.

(2) *Heurismen* scheinen schon bei der Vorbereitung (Phase I, a priori-Analyse des Problems) eine Rolle zu spielen; in den Phasen II und III können die Lernenden Strategien eigenständig ausprobieren; und in Phase IV werden diese Strategien vorgestellt. Zur Festigung der Strategie Rückwärtsarbeiten müsste sie aber in weiteren Stunden thematisiert werden.

(3) Die Schülerinnen und Schüler werden *kognitiv aktiviert*, indem sie u. a. ein anspruchsvolles Problem eigenständig verstehen und Lösungsansätze entwickeln müssen. Ihre Ansätze erklären sie sich gegenseitig; in Phase IV sollen sie Präsentationen im Plenum kritisch reflektieren.

(4) Die in Schülerpräsentationen vorkommenden *Fehler* und Schwierigkeiten werden zwar angesprochen, aber nicht expliziert; insb. werden auch keine Fehlerursachen und Möglichkeiten, sie zu überwinden, thematisiert. Die Bedeutung von Kontrollen hat die letzte Präsentation verdeutlicht.

(5) *Affektive Faktoren* spielen insofern eine Rolle, als dass die Besonderheit der Stunde, das ungewohnte, nicht-routinierte Bearbeiten einer Aufgabe bewusst thematisiert und reflektiert wird (L: „Ich würde jetzt gerne erst mal von Euch wissen (.), wie das so für Euch war, diese Aufgabe zu rechnen. Für wen war das schwierig?“).

Als **Fazit** lässt sich festhalten, dass das Ziel der Stunde, Erfahrungen im Problemlösen zu sammeln, zu guten Teilen erreicht wird. Die Lernenden müssen das Problem alleine verstehen und arbeiten hierbei und bei der Lösungssuche heuristisch. Die Einstellungen der Schüler werden reflektiert, der Strategieinsatz wird z. T. reflektiert. Die konkrete Strategie des Rückwärtsarbeitens hätte allerdings ebenso wie die korrekte Lösung des Problems inklusive einer Begründung expliziter thematisiert werden können.

Die Literaturangaben zu diesem Beitrag erhalten Sie bei den Autoren: f.heinrich@tu-braunschweig.de und benjamin.rott@uni-koeln.de