

Serendipität in einer Internationalen Vorbereitungsklasse

„Serendipität bezeichnet die **zufällige Entdeckung** von etwas Unerwartetem auf der Grundlage **intensiver Arbeit** an einem Thema.“

Der vermeintliche Gegensatz der zufälligen Entdeckung und der intensiven Arbeit soll an unterrichtspraktischen Überlegungen für ein Internationale Vorbereitungsklasse (kurz: IVK) aufgelöst werden. Das Ziel dieses Beitrages ist daher zweigeteilt: Um die Serendipitätserfahrungen des Lehrenden in dem speziellen Kontext des Mathematikunterrichts in IVKs zu entfalten sollen daher zunächst die intensive unterrichtspraktische Arbeit in einer IVK vorgestellt werden, bevor frei nach dem Motto

“I believe that the insights into mathematical learning in contexts where communication between all participants cannot be taken for granted has much to offer” (Adler, 2004),

Einblicke und Überraschendes aus dem alltäglichen Unterrichtsgeschehen anekdotisch präsentiert werden.

Der unterrichtliche Kontext einer IVK

Neben der offensichtlichen sprachlichen Komponente sind verschiedene andere Komponenten zu beobachten, die den Mathematikunterricht in einer IVK von dem in einer Regelklasse unterscheiden (Sauerwein, 2018): emotionale, mathematische, psychologische, kulturelle, institutionelle, mediale, instrumentelle und persönliche Komponenten. Von diesen soll im Weiteren hauptsächlich auf die institutionelle und die kulturelle Komponente fokussiert und einzelne Konsequenzen für den Unterricht vorgestellt werden: In den meisten Fällen kennen die Schülerinnen und Schüler der IVK einen restriktiven, repetitorischen und autoritären Unterricht.

Noch viel stärker als dies bei deutschen Schülern der Fall ist, sehen die Schüler der IVK Mathematik als ein starres Wissenskonstrukt an, welches keinen Raum für Kreativität, Diskurs oder eigene Ideen zulässt. Mathematikunterricht besteht erfahrungsgemäß aus dem Abarbeiten von Aufgaben nach einem vorgegebenen Schema, in dem es nur ein richtig oder falsch gibt: eine extreme Variante der *Regeldetri des Mathematikunterrichts* (Jahnke, 2012), die sich für Begriffsentwicklungen oder eigene Fragen, bei deren Beantwortung der Mathematikunterricht helfen könnte, nicht interessiert. Diese mathematische Unterrichtskultur ist für viele Schüler der IVK die einzig erlebte und mündet schließlich in einer institutionell und kulturell verschuldeten Passivität.

Während der mehrjährigen Lehrtätigkeit in der IVK konnte der Autor zwei typische Verhaltensweisen der Schüler beobachten: Einerseits zeigen die Schüler eine große Neugierde und Wissendurst, die nur schwierig zu stillen sind; jegliche Information wird wie ein Schwamm aufgesaugt. In einer solchen Phase neigen die Schüler zu einem gewissen Übermut und Ungeduld, in der sie teilweise gebremst werden müssen. Andererseits ist eine sehr erwartungsvolle und gleichzeitig passive Arbeitshaltung bei Schülern der IVK zu finden, die vermutlich aus der vorherigen Schullaufbahn mit besagtem rein-rezeptivem Selbstverständnis resultiert. An dieser Stelle ist im gewissen Sinne „aufklärerische“ Aufbauarbeit zu leisten, die unserer Erfahrung nach vor allem über die Beziehungsebene stattfinden kann.

Für Schüler der IVK ist der Übergang in den Regelunterricht eine große Herausforderung. Im geschützten Rahmen der IVK konnten Sie aufblühen und aktiv werden, während der Regelunterricht sie aufgrund neuer, zusätzlicher, möglicherweise frustrierender Anforderungen teilweise wieder in diese Passivität zurückdrängt. Der herausfordernde Übergang einzelner Schüler in Regelklassen könnte den (Kurz-)Schluss nahelegen, dass die vielfältige Unterschiedlichkeit innerhalb der IVK schlicht ein zu überwindendes Problem sei. Für den Mathematikunterricht der IVK ist aber die Individualisierung der einzelnen Lernprozesse gerade konstituierendes Merkmal: Die zuvor benannten Komponenten sind also nicht wegzudenken, sondern beeinflussen den Unterrichtsalltag vielfältig auf offensichtliche und subtile Art und Weise. Dieser Artikel möchte daher auch aufzeigen, dass der Unterricht in einer IVK auch vielfältige Freiheiten und Möglichkeiten bietet und diese exemplarisch vorstellen. In jedem Fall ist es dem Autor ein Anliegen die Schüler der IVK „als Individuen“ und „nicht nur als abstrakte Repräsentation einer Jahrgangsstufe“ ernst zu nehmen im besten Sinne der Formulierung, wie Jahnke (2016) deutlich klar macht.

Schlaglichter der Unterrichtspraxis

Das lebendige Umfeld der IVK hält vielerlei Überraschungen bereit, die in diesem Rahmen nur angedeutet werden können. Es werden daher drei kurze Anekdoten präsentiert, in denen eigene mathematische Anliegen der Schüler deutlich werden:

- *Akitu und das Sieb des Eratosthenes:* Zur Heranführung an das Themenfeld der Bruchrechnung hat sich Akitu anfangs mit Teilbarkeit und Primzahlen in einem Schulbuch beschäftigt. Da der Begriff der Primzahl für ihn noch nicht greifbar war, wurde mit ihm das Sieb des Eratosthenes in der sechsspaltigen Anordnung nach Winter (2015) betrachtet. Schnell fiel ihm auf, dass die zweite, vierte und sechste Spalte Vielfachen der Zahl 2

enthalten und dementsprechend die dort zu findenden Zahlen nicht prim sein können (An dieser Stelle wurde ihm erst klar, was eine gerade Zahl *wirklich* ist). Neben der 9 konnte er auch die anderen Vielfachen der 3 schnell ausschließen. Die Vielfachen der 5 waren für ihn nicht zugänglich, da er keine Teilbarkeitsregeln explizieren konnte. Nach einer Weile stellte er Muster fest, die ihn an die Bewegungen eines *Springers*¹ erinnerten. Mithilfe von Schachfiguren konnte er schrittweise die Vielfachen von 5, 7 und 13 abschreiten und ausstreichen; er entwickelte Regeln für diese spezielle Darstellung des Sieb d. E.: Da $13 = 2 \cdot 6 + 1$ gilt, bewegt sich der Springer immer zwei Zeilen nach unten und eine Spalte nach rechts. Hierbei entstehen Positionen, die über den Rand des Feldes hinausweisen und nach einer genaueren Beschreibung verlangen. Die Frage „In welcher Zeile bzw. Spalte sich die Zahl 91 befindet“ beantwortend nummerierte er die Zeilen (von links nach rechts) und die Spalten (von oben nach unten) durch mit der Besonderheit, dass die erste Zeile den Index 0 trug. So konnte er ähnlich wie für die Zahl 13 schnell den genauen Platz benennen.² Bei der Untersuchung größerer Zahlen wurde deutlich, dass Akitu keine systematische Rechenstrategie zur Division kannte. Im Gespräch mit dem Lehrer konnte er schnell die schriftliche Division lernen und war sehr stolz auf seine zahlreichen richtig gelösten Divisionsaufgaben; die Erkenntnisse am Sieb d. E. waren für ihn hingegen völlig natürlich.

- *Kevin und spezielle Werte vom Sinus*: Ein häufig anzutreffendes Phänomen ist die vollständige Abwesenheit von Taschenrechnern im Mathematikunterricht in den Heimatländern der Schüler der IVK. Meistens wird diese fehlende Nutzung dann in der deutschen Schulzeit schnell nachgeholt. Kevin jedoch weigerte sich beharrlich Taschenrechner zu benutzen, da er in einer seinem Heimatland immer alles ohne Taschenrechner berechnet hatte. Die Trigonometrie stellte für ihn daher eine besondere Herausforderung heraus. Während er mit Unterstützung des Lehrers die Sinus-Werte für 30° , 45° und 60° noch ausrechnen konnte, scheiterte er mehrfach für die Berechnung von $\sin 15^\circ$. Die Unmöglichkeit der Berechnung durch einen algebraischen Term sowie die vom Taschenrechner angezeigte Näherungslösung waren für ihn sehr frustrierend. Der Hinweis, dass er damit auf ein sehr wichtiges Problem innerhalb der Mathematik gestoßen ist, konnte ihn versöhnlicher stimmen.
- *Ahmed und die exponentielle Gerade*: Zum Ende des Schuljahres haben sich einige Schüler selbstständig das einführende Kapitel zu

¹ Im Klassenraum der IVK liegen verschiedene Brettspiele (u.a. Schach) für den Zeitvertreib in der Pause.

² Einzig wenn die betreffende Zahl durch 6 teilbar ist, passt diese Herangehensweise nicht; dies hat er ebenfalls erkannt, wollte aber das Sieb d. E. nicht neu zeichnen.

Exponentialfunktionen erarbeitet. Eine Aufgabe behandelte die Funktionsvorschrift, dass ein Computer mit Anfangswert von 1000€ pro Jahr die Hälfte an Wert verliert. Als Ahmed einen Graphen dieser Funktionsvorschrift zeichnete, erhielt er eine Gerade, da er die y-Achse unbewusst logarithmisch skalierte. Er stutzte und konnte es nicht glauben: Der Graph entsprach nicht der üblichen Form einer Exponentialfunktion, sondern dem Erscheinungsbild einer linearen Funktion. Zur Kontrastierung sollte Ahmed alternativ davon ausgehen, dass der Computer jedes Jahr 250€ an Wert verliere: Er zeichnete wieder den Graphen einer linearen Funktion. Dieser kognitive Konflikt wurde mit viel Engagement schließlich von Ahmed selbst in der nächsten Stunde gelöst; der Hinweis, dass diese eine übliche Methode ist, um viele Phänomene einfacher darzustellen, erfüllte ihn mit Stolz ob seiner eigenen Leistung.

Diese überraschenden Momente traten jeweils in einzelnen Unterrichtsgesprächen mit dem jeweiligen Lehrer zutage. Die Serendipitätserfahrungen sind insbesondere auf Seiten der Lehrkraft zu verorten, obgleich der Impuls jeweils vom Schüler kam. Dass Serendipitäten (für Schüler und Lehrer gleichermaßen) auch in kleineren Gruppen innerhalb der IVK möglich sind, wird detailliert und systematisch in einem Entwicklungsforschungsprojekt am Gegenstand der *Figurierten Zahlen* in Sauerwein (2018) dargestellt.

Literatur

- Adler, J. (2004). Widening the lens – changing the focus: Researching and describing language practices in multilingual classrooms in South Africa. In H. Fujita et al. (Hrsg.), *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education: 2000 Makuhari Japan*. Dordrecht: Springer, S. 92-94.
- Jahnke, T. (2012). Die Regeldetri des Mathematikunterrichts. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012*(1), Münster: WTM, S. 413-416.
- Jahnke, T. (2016). Ein nüchterner Blick auf die Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts. *Der Mathematikunterricht* 61(1), S. 114-118.
- Sauerwein, M. (i.V.). *Figurierte Zahlen als produktiver Weg in die Mathematik - kulturell, fachlich und praxisorientiert. Ein Entwicklungsforschungsprojekt*. Rheinische-Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn. Dissertation.
- Winter, H. (2015). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht - Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*. 3. Auflage, Wiesbaden: Springer Spektrum.