

Anita SCHILCHER, Regensburg

Sprache und Mathematik – Ein mathematikdidaktisches Forschungsthema beleuchtet aus der Sicht der Deutschdidaktik

„Dieser konstante Wert hat unendliche viele Nachkommastellen und ist, anders als die bislang betrachteten unendlichen Dezimalbrüche, nicht periodisch.“

„Errichtet man eine Senkrechte...“

„Es sei gegeben...“

Diese drei, aus mathematischen Schulbüchern entnommenen (Teil-)Sätze enthalten spezifische sprachliche Ausdrucksmöglichkeiten, die häufig in mathematikdidaktischen Kontexten vorkommen: Im ersten Satz findet sich ein komplexer, spezifizierender Einschub, der Attribute ersten und zweiten Grades, ein Partizip in Adjektivposition, und eine mit „bislang“ vorangestellte attributive Erweiterung enthält. Der zweite Satz enthält eine Verberststellung, die für Rezipienten weit schwerer zu verarbeiten ist als der „normale“ Wenn-Dann-Satz, da Verberststellung in der Regel einen Frage- oder Ausrufesatz einleitet. Ein kaum noch verwendetes Modus wie der Konjunktiv I im dritten Satz signalisiert dem Rezipienten, dass es sich hier um ein gedankliches Experiment handelt. Diese drei Beispiele zeigen, dass grammatische Kategorien für mathematische Kontexte bestimmte Funktionen übernehmen: Verdichtung von Informationen, Dekontextualisierung und damit generelle Gültigkeit von Aussagen sowie Abstraktion von konkreten Gegebenheiten. Versuche, mathematische Sprache zu vereinfachen, können zwar in manchen Kontexten und Fällen lohnenswert sein, um das Verstehen zu erleichtern, allerdings muss stets bedacht werden, dass die sprachliche Komplexität durchaus in Beziehung steht zur Komplexität von Sachverhalten: „It is simply more difficult to explain the process by which cells replicate, or the theory of evolution, or the various factors contributing to global warming than it is to negotiate the purchase of onions or respond to an addition problem; therefore, the language required must be more complicated.“ (Snow & Uccelli, 2009). Sprache wird damit zum Werkzeug des Denkens und erfüllt in Lehr-/Lernkontexten nicht nur eine kommunikative, sondern vor allem auch eine kognitive Funktion.

Mathematik und Bildungssprache

Im deutschsprachigen Raum hat Gogolin dafür den Begriff der ‚Bildungssprache‘ in den letzten Jahren neu geprägt (Gogolin, 2009) und damit nach PISA einen Diskurs etabliert, an dem die derzeitige empirische Forschung zu Bildungssprache anknüpft. Vollmer & Thürmann (2010) definieren Bildungssprache als „Ausdruck jener sprachlichen bzw. kommunikativen

Anforderungen in fachlichen Lernkontexten, hinter denen sich komplexe Herausforderungen in der Verwendung von Sprache als kognitivem Werkzeug verbergen.“ Sprachliche Kompetenzen stellen gerade auch für den Mathematikunterricht eine wichtige Ressource dar, da Sprache im Unterricht sowohl Lerngegenstand als auch Lernmedium, Lernvoraussetzung und -manchmal auch Lernhindernis ist (Ossner, 2006; Prediger, 2013). Fachlicher Kompetenzerwerb erfordert damit literale Fähigkeiten, er erfordert einen Ausbau der literalen Fähigkeiten, er evoziert aber auch die Entwicklung literaler Fähigkeiten (Schmölzer-Eibinger, 2013). Kognitive Entwicklung und sprachliches Lernen sind also zwei aufs engste miteinander verzahnte Prozesse (Vygotkij, 2005; Schleppegrell, 2010; Morek & Heller, 2012).

Dass die Beherrschung der ‚Bildungssprache‘ ein wesentlicher Faktor für den schulischen Erfolg ist, ist als Erkenntnis nicht neu und gerade der Mathematikunterricht erfordert besonders ausgeprägte bildungssprachliche Kompetenzen, wie die oben zitierten Beispiele belegen. Einflussreich gewordene, aus der Soziologie stammende Begriffe wie die vom restringierten und elaborierten Code (Bernstein, 1971) oder die vom kulturellen Kapital (Bourdieu, 1982) prägen den erziehungswissenschaftlichen Diskurs um dieses Phänomen seit Jahrzehnten. Auch linguistische Erkenntnisse wie die von Koch und Oesterreicher (1985) zur Unterscheidung von konzeptioneller Mündlichkeit und Schriftlichkeit oder die zum ‚Sprachregister‘ (für einen bestimmten Kommunikationsbereich charakteristische Rede- und Schreibweise, in der auch die soziale Beziehung abgebildet wird) von Halliday (1978) sowie die zu BICS (*basic interpersonal communication skills*) und CALP (*cognitive academic language proficiency*) von Cummins (1991) weisen darauf hin, dass für unterschiedliche pragmatische Handlungskontexte unterschiedliche sprachliche Anforderungen bestehen. Konsens ist, dass sich sprachliche Anforderungen zum einen durch die sprachliche Komplexität an sich erhöhen, zum anderen durch die zunehmende Kontextreduktion (im Gegensatz zu einer Einbettung in alltägliche Kontexte). Schleppegrell (2004) weist darüber hinaus darauf hin, dass nicht nur das sprachliche Register, also Merkmale auf der Ebene von Lexik und Syntax, entscheidend für die Beschreibung von Bildungssprache ist, sondern auch Merkmale auf der Ebene der ‚Genres‘ (d.h. auf Ebene der Textsorten), also der makrostrukturellen Ebene der Sprachverwendung. Morek und Heller (2012) fassen basierend auf den Beschreibungen von Schleppegrell, Reich und Goglin zusammen, welche Aspekte Bildungssprache als Register kennzeichnen. Dazu unterscheiden sie drei Ebenen: Auf lexikalisch-semantischer Ebene ist es die hohe lexikalische Dichte, mit deren Hilfe differenziert und spezifiziert wird. Typische sprachliche Mittel sind hier etwa Präfixverben (abziehen, errichten), nominale Zusammensetzungen (Winkelmesser), normierte Fachbegriffe

(rechtwinklig) und ausgebaute Nominalphrasen. Auf syntaktischer Ebene sind es Kohäsionsmarkierungen wie Konjunktionen, Satzgefüge, umfangreiche Attribute, Funktionsverbgefüge, der Konjunktiv als Modus, um konditionale Zusammenhänge zum Ausdruck zu bringen und unpersönliche Konstruktionen, die genutzt werden, um Kohärenz herzustellen. Auf diskursiver Ebene sind es vor allem die fachspezifischen Textsorten, die regeln, wie Wissen organisiert und beschrieben wird.

Dass Bildungssprache die erfolgreiche Teilnahme am Bildungssystem erst ermöglicht, ist eine wesentliche Erkenntnis der bisherigen Forschungen. Eine Studie zur Wortschatzentwicklung von Hart und Risley (1995) zeigt, dass beim Erwerb von (Bildungs-)Sprache die Ausgangsbedingungen sehr unterschiedlich sind. Bereits im Alter von drei Jahren haben Kinder aus akademischen und bildungsnahen Familien 30 Millionen Wörter mehr gehört als gleichaltrige Kinder aus bildungsfernen Familien mit niedrigem sozio-ökonomischen Hintergrund.

Wie Kleinschmidt-Schinke (2017) in einer qualitativen Studie zeigen kann, passen Lehrkräfte ihre im Unterricht verwendete Sprache intuitiv den Verständnismöglichkeiten ihrer Schüler/-innen an, um Bildungssprache zu vermitteln. Zwischen Alltagssprache, Bildungssprache und schulmathematischer Fachsprache gibt es fließende Übergänge, so dass in der Oberstufe vor allem letztere Sprachverwendung zur Anwendung kommt (Prediger, 2019).

Sprache und Mathematik – eine Fragestellung mit mathematikdidaktischer Tradition

Seit über 20 Jahren untersuchen Gallin und Ruf (1993) bereits Möglichkeiten der interdisziplinären Verbindung der Unterrichtsfächer Deutsch und Mathematik in der Praxis. Im Zentrum steht dabei die Idee, dass Lernende individuell durch eigenständiges Lernen Fachkompetenz aufbauen. Wesentliches Instrument dieses eigenständigen Lernens ist dabei der Gebrauch der Schriftsprache. Ausgehend von sogenannten ‚Kernideen‘ führen die Schüler/-innen sogenannte Reisetagebücher, in denen sie ihre individuellen Lernwege dokumentieren. Durch die Übertragung der mathematischen Fachsprache in die eigene Alltagssprache gelingt es den Schüler/-innen, sich ein individuelles (auch sprachliches) Bild von einem Problem zu machen und erst in einem zweiten Schritt wieder in die mathematische Fachsprache zu überführen. Während Gallin und Ruf (1993) die Verbindung zwischen den Unterrichtsfächern Deutsch und Mathematik in Praxismodellen erproben, untersuchen Maier und Schweiger (1999) die mathematische Fachsprache erstmals unter sprachwissenschaftlichen Gesichtspunkten. Sie stellen einerseits die Besonderheit der mathematischen Fachsprache auf dem Hintergrund

sprachwissenschaftlich orientierter Überlegungen dar, andererseits versuchen sie, die Rolle der Sprache beim Lehren und Lernen von Mathematik zu beschreiben. Dabei geht es vor allem um Sprache als Mittel zur Darstellung von Begriffen und Theorien und um ihre Rolle bei der Lösung von Aufgaben und Problemen. Die Autoren gehen des Weiteren der Frage nach, inwieweit Mathematikunterricht zur Förderung sprachlicher Kompetenz beitragen kann und stellen verschiedene Formen der Sprachförderung vor. Das Buch zählt auch heute noch zu den meist zitierten Referenzen auf dem Gebiet der mathematischen Sprache. Leisen, Leiter eines Staatlichen Studienseminars für das Lehramt an Gymnasien, weitet den Diskurs, den Maier und Schweiger (1999) für die Mathematik angestoßen haben, auf alle Fächer aus. Er versteht gezielte Sprachbildung als Aufgabe aller Fächer, denn Fachlernen und Sprachlernen entwickeln sich nur gemeinsam. In seinem Handbuch ‚Sprachförderung im Fach‘ (Leisen, 2010) wird eine erste Übersicht über diesbezügliche Grundlagen geboten und begründet, warum sprachsensibler Fachunterricht der wirkungsvollste Weg zur Sprachförderung von sprachschwachen Lernern und Lernern mit Migrationshintergrund ist. Zudem weist Leisen auf die Bedeutung theoretischer Grundlagen für die Praxis der Sprachförderung hin und zeigt, welche Steuerungsmöglichkeiten sich daraus für den Lehr-Lern-Prozess ergeben. Gallin und Ruf (1993), Maier und Schweiger (1999) sowie Leisen (2010) nähern sich dem Phänomen ‚Sprache im Fach‘ sowohl praxisorientiert als auch linguistisch.

TIMSS und PISA als (Mit-)Auslöser für ein neues Forschungsfeld

Die Ergebnisse der regelmäßig durchgeführten Schulleistungsstudien IGLU, TIMSS und PISA weisen wiederholt auf einen starken Zusammenhang zwischen der Leseleistung und der Mathematikleistung hin. So ergibt sich in PISA 2003 in der deutschen Teilstichprobe (bei statistischer Kontrolle der kognitiven Grundfähigkeiten) eine Partialkorrelation von $r = .63$ zwischen der Lese- und Mathematikleistung (Leutner, Klieme, Meyer & Wirth 2004). Für den Grundschulbereich liefern IGLU bzw. TIMSS (Bos et al., 2012) Belege für den Zusammenhang der Kompetenzbereiche Lesen und Mathematik.

Wie Linneweber-Lammerskitten (2013) zeigt, hat die PISA-Studie mit ihrem Konzept der *mathematical literacy* sicherlich dazu beigetragen, dass im Zuge der Etablierung von Bildungsstandards Sprachkompetenz verstärkt zu einem integralen Bestandteil mathematischer Kompetenz wurde (vgl. beispielsweise die Betonung des Kommunizierens und des Argumentierens).

Gerade in den letzten Jahren hat das Thema „Sprache und Mathematikunterricht“ an verschiedenen Standorten eine große Dynamik entwickelt. Allein

auf den letzten sechs Jahrestagungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) 2014–2019 wurden insgesamt rund 140 Vorträge zu diesem Rahmenthema gehalten. Der prozentuale Anteil der sprachbezogenen Beiträge stieg dabei von 5,8% auf 9,1%. Einige zentrale Ergebnisse seien im Folgenden kurz zusammengefasst:

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Alle GDM-Beiträge	249	221	239	234	236	255	289	342	298	379	340	400	309
Beiträge zu Sprache und Mathematik	6	9	11	10	11	9	13	20	22	27	24	19	28
Anteil (%) an allen Beiträgen	2,4	4,1	4,6	4,3	4,7	3,5	4,5	5,8	7,4	7,1	7,1	4,8	9,1

Zusammenhänge zwischen sprachlichen und mathematischen Fähigkeiten in der empirischen Forschung

Eine erste empirische Beschäftigung mit dem Thema ‚Sprache und Mathematik‘ auf breiter Basis wird von Prediger vorgenommen. Ihre zahlreichen Beiträge gehören mittlerweile zu den auf diesem Gebiet am häufigsten zitierten (z.B. Meyer & Prediger, 2012; Prediger, 2013; Prediger, Renk, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2013; Prediger, Wilhelm, Büchter, Gürsoy & Benholz, 2015). Im Projekt MuM (Mathematiklernen unter den Bedingungen der Mehrsprachigkeit) führt sie verschiedene Studien zu den sprachlichen und sozialen Einflüssen auf das mathematische Lernen durch. Sie weist neben der kommunikativen Funktion von Sprache auch auf deren kognitive Funktion hin und zeigt, dass gerade in der Verflechtung sprachlicher und fachlicher Aspekte der Schlüssel liegt, damit Lernende ihr Wissen strukturieren, anpassen und erweitern können und damit konzeptuelles Verständnis entwickeln. Die Fähigkeit, zwischen verschiedenen Registern (sie nennt im Wesentlichen Alltagssprachliche, Bildungssprachliche und Fachsprachliche Register) wechseln zu können, ist dabei ein wichtiges Element mathematischer Kompetenzentwicklung. Auf der anderen Seite weist Prediger in qualitativen Analysen nach, dass die Beschränktheit des sprachlichen Repertoires eine Hürde in der Weiterentwicklung wesentlicher mathematischer Beziehungen darstellt (Prediger, 2013). Predigers quantitative Analysen im Rahmen der Abschlussprüfungen für den mittleren Schulabschluss zeigen, dass die Sprachkompetenz unter allen betrachteten sozialen und sprachlichen Faktoren den größten Beitrag zur statistischen Erklärung von Unterschieden in der Mathematikleistung leistet (Prediger et al., 2015).

Eine längsschnittliche Studie zur Entwicklung der mathematischen Kompetenz in Abhängigkeit von sprachlichen Leistungen und Leseleistungen, kognitiven Grundfähigkeiten sowie dem sozioökonomischen Status, liefert erstmals das Projekt SOKKE (Sozialisation und Akkulturation von Grundschulkindern mit Migrationshintergrund, vgl. z.B. Heinze, Herwartz-Emden & Reiss, 2007). Dabei zeigte sich, dass der Einfluss des Sprachstandes gerade bei denjenigen Mathematikaufgaben von großer Bedeutung ist, bei denen es um konzeptionell-inhaltliches Verstehen geht. Hierbei war der Einfluss des Sprachstandes entscheidender als die kognitiven Grundfähigkeiten, wobei nur diese beiden (im Gegensatz zu den anderen Faktoren) Unterschiede in der mathematischen Leistungsfähigkeit voraussagen konnten (Ufer, Reiss & Mehringer, 2013).

Die Studien von Wessel und Wilhelm (2016) sowie Bochnik und Ufer (2017) können zeigen, dass bei Kontrolle der kognitiven Grundfertigkeiten die allgemeine Sprachkompetenz stärkster Prädiktor für die mathematischen Leistungen ist. Dabei gibt es wider Erwarten kaum Unterschiede zwischen schwachen einsprachigen Lernern und Kindern mit Zuwanderungshintergrund (Zerlik, Vogel & Seidel, 2014). Kinder mit anderen Erstsprachen greifen auf Deutsch zurück, auch wenn sie ihre eigene Sprache verwenden dürfen, da sie kaum eine bildungssprachliche Sozialisation in ihrer Herkunftssprache erhalten (Meyer, 2014).

Prediger (2018) weist jedoch darauf hin, dass durch das Vorbild der Lehrkraft die Nutzung der Erstsprache elizitiert werden kann, was eine positive Wirkung auf Entwicklung mathematischer Fähigkeiten bei gemischtsprachlicher Nutzung (im speziellen Fall des Türkischen) zur Folge hat.

Im Hinblick auf die didaktischen Konsequenzen dieser Ergebnisse lassen sich vier größere didaktische Forschungsfelder ausmachen, unter denen sich die zahlreichen Forschungsprojekte eingliedern lassen (vgl. zu einer differenzierteren Darstellung auch Schilcher, Röhl & Krauss 2017):

Was kennzeichnet einen gelingenden sprachsensiblen Mathematikunterricht?

Die hohen Zusammenhänge zwischen sprachlichen Voraussetzungen und mathematischen Leistungen evozieren unmittelbar die Frage, wie ein gelingender sprachsensibler Mathematikunterricht aussehen soll. Dabei wird die „defensive Strategie“ mit sprachbarriere-reduzierten Lernsettings, die den Verstehensleistungen der Lernenden angepasst sind, der „offensiven Strategie“ gegenübergestellt, die die Vermittlung von spezifischen Strategien für die Erweiterung fachspezifischer sprachlicher Fähigkeiten in den Mittelpunkt stellt (Bescherer & Papadopoulou, 2017; Prediger, 2018). Eine

Kombination beider Strategien wird insgesamt als günstig erachtet. Erath, Prediger und Weinert (2019) zeigen, dass als „offensive Strategie“ die Rolle der sprachlichen Erklärqualität von Lehrkräften von zentraler Bedeutung ist. Die konzeptuelle Aktivierung, operationalisiert als Anteil des Erklärens und Argumentierens an der *Time-on-Task*, ist dabei der entscheidendste Einflussfaktor für die Entwicklung der Mathematikleistung, gefolgt von der kommunikativen und diskursiven Aktivierung.

Lesen im Mathematikunterricht

Eine einfache Möglichkeit für eine „defensive Strategie“ stellt die Überprüfung der Oberflächen-Textschwierigkeit durch ein Analysetool wie beispielsweise RATTE (Regensburger Analysetool für Texte, link?) dar. Mithilfe dieses einfachen computerbasierten Verfahrens können Textschwierigkeiten schriftlicher Texte einfach, schnell und kostenfrei ermittelt werden. Über die Oberflächenebene hinaus führt die Erhöhung der Textkohärenz, etwa durch die Erhöhung der Thema-Rhema-Struktur, durch kausale oder schlussfolgernde Konnektoren oder durch Rekurrenz statt Pro-Formen, zu einem besseren Aufbau von Situationsmodellen (Stephany, 2017).

Leiss, Plath und Schwippert (2019) zeigen, dass die linguistische Komplexität die Bildung eines Situationsmodells (im Rahmen des Modellierungskreislaufs) und damit die Lösungswahrscheinlichkeit mehr beeinflusst als die Komplexität der Situation. Lesestrategien sind deshalb von zentraler Bedeutung für das Verstehen. Als besonders effektive Strategie hat sich dabei das Anfertigen von Notizen erwiesen (Plath, 2017). Der Strategieerwerb entwickelt sich jedoch nicht spontan, sondern muss separat entwickelt werden.

Schreibprozesse im Mathematikunterricht

Eine eher offensive Strategie ist die Auseinandersetzung mit mathematischen Aufgaben durch das Schreiben. Schreiben bietet sowohl in seiner kommunikativen wie epistemischen Funktion Lernchancen für den Mathematikunterricht (Stephany, Linnemann & Becker-Mrotzek, 2013). Als Werkzeug des Lernens (vgl. z.B. Tynjälä, Mason & Lonka, 2001; Klein & Boscolo, 2016) führt es – gerade beim Verfassen erklärender oder argumentativer Texte – zu einem höheren Abstraktionsgrad der erlernten Konzepte (Newell, 1984; Langer & Applebee, 1987). Besonders bedeutsam ist dabei, dass Schreiben als „Knowledge transforming strategy“ hilft, vorhandenes Wissen zu reorganisieren, um komplexe Problemlöseprozesse zu bewältigen.

Auch Hagen, Leiss, Neumann und Schwippert (2015) untersuchen, inwieweit und welche Art von Sprachförderung hilft, mathematische Modellierungskompetenzen aufzubauen. Hierfür gehen sie in dem interdisziplinären

Forschungsprojekt FaSaF (Fach-an-Sprache-an-Fach) der Frage nach, inwiefern integrierte bzw. separierte *Sprachförderkonzepte* die Mathematikleistung von Schüler/-innen verbessern können. Es zeigt sich, dass es in dem 15-wöchigen Training zu deutlichen Verbesserungen der der praktischen Kenntnis von sprachlichen Formulierungen und argumentativen Prozeduren kommt und dass von der Kombination aus Fach- und Sprachlernen sowohl sprachschwache als auch sprachstarke Schüler/-innen profitieren.

Diskursanalysen zum Erklären im Mathematikunterricht

„Erklären können“ stellt gerade im Mathematikunterricht eine höchst relevante und entscheidende diskursive Kompetenz für den Prozess des gemeinsamen Erkenntnisgewinns dar. Erath, Prediger, Quasthoff und Heller (2018) können zeigen, dass „Erklären“ im Mathematikunterricht sogar die häufigste diskursive Handlung darstellt. Allerdings gibt es große Unterschiede in Umfang und Art der Partizipation der Schüler/-innen. Sie können zeigen, dass es nicht allen Schüler/-innen gelingt, konzeptuelles Wissen aufzubauen, vor allem dann nicht, wenn sie noch nicht über spezifische Diskurspraktiken verfügen. Erath et al. sprechen deshalb von epistemischen Partizipationsprofilen. Insgesamt – so die Schlussfolgerung – sollte die Praxis des Erklärens ein expliziteres Lernziel im Mathematikunterricht sein, um ungleich verteilte diskursive Voraussetzungen auszugleichen.

Dies gilt auch für allgemeinere diskursive Kompetenzen auf Seiten der Lehrkraft. Wie die Untersuchung von Schulte (2020) zeigt, besteht ein Zusammenhang zwischen dem sprachdidaktischen Wissen von Lehrkräften und dem Anteil der divergenten Fragen in ihrem Mathematikunterricht. Sprachdidaktisch kompetentere Lehrkräfte gestalten damit einen kognitiv anregenderen Mathematikunterricht, der den Kindern mehr Redeanteile einräumt und zu anspruchsvolleren Beiträgen führt. Anzustreben wäre eine Sensibilisierung von Lehrkräften für ihr eigenes diskursives Verhalten. Dies gilt auch für die stimmliche und sprecherische Umsetzung, da diese maßgeblich die Wahrnehmung der Lehrkraft durch die Schüler/-innen und damit die wahrgenommene Qualität von Erklärungen beeinflusst (Gunga, i.V.).

Insgesamt zeigt sich, dass „Sprache im Mathematikunterricht“ ein weites Feld darstellt, dessen interdisziplinäre Erforschung großes Potential für die Optimierung des Mathematikunterrichts hat.

Literatur

Die Literatur kann unter folgendem Link abgerufen werden:

<https://www.uni-regensburg.de/index.php?eID=dumpFile&t=f&f=16736&token=d558f67d6f29215ab1f3efc1ce0dafda93fa5805>