

Deutung dezimaler Beziehungen – Deutungs- und Interaktionsprozesse im inklusiven Mathematikunterricht

Kooperation und fachliche Gemeinsamkeit sind aus inklusiv-pädagogischer und epistemologischer Perspektive wesentliche Ziele eines inklusiven Mathematikunterrichts. Zur Ermöglichung eines *gemeinsamen* Lernens sind möglichst vielfältige Lernsituationen zu initiieren, in denen die Schülerinnen und Schüler sich gemeinsam, aber auf verschiedenen Niveaus und ausge-

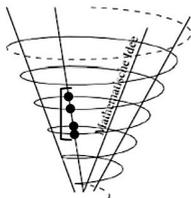


Abb. 1: Austausch über einen gemeinsamen Kern auf verschiedenen Niveaus

gehend von ihren individuellen Kompetenzen über einen gemeinsamen strukturellen Kern austauschen können (vgl. Abb. 1). Darüber hinaus ist Kooperation aus epistemologischer Perspektive eng mit der individuellen Konstruktion neuen Wissens verbunden. So entsteht mathematisches Wissen im Kontext sozialer Konstruktions- und individueller Deutungsprozesse (Steinbring 2005), sodass kooperatives Lernen für individuelle Lernprozesse von Bedeutung zu sein scheint.

Daher ist es wichtig, gezielt Interaktion und mathematischen Diskurs zwischen den Lernenden initiieren. Durch geeignete Aufgaben soll es allen Schülerinnen und Schülern ermöglicht werden, am inklusiven Mathematikunterricht teilzuhaben und fachlich von diesem zu profitieren. Insbesondere angesichts der großen Heterogenität in inklusiven Lerngruppen besteht die Hoffnung, dass beim fachlichen Austausch diese Vielfalt zu einer Aushandlung unterschiedlicher Deutungen und Ideen zum Lerngegenstand führt und dadurch zu einem erweiterten individuellen Verständnis der Schülerinnen und Schüler (Häsel-Weide & Nührenbörger 2017; Schöttler 2019).

Trotz der günstigen Rahmenbedingungen durch fachlichen Austausch gemeinsames Lernen anzuregen, liegen kaum empirische Erkenntnisse darüber vor, inwiefern der gemeinsame fachliche Austausch tatsächlich zu produktiven Lernprozessen auf unterschiedlichen Niveaus führen kann und wie die Lernenden gemeinsame Ideen aushandeln. In dem Zusammenhang wird im Forschungsprojekt untersucht, welche Deutungs- und Interaktionsprozesse beim fachlichen Austausch im inklusiven Mathematikunterricht emergieren (Schöttler 2019). Dazu werden gemäß der Mathematikdidaktik als Design-Science (Nührenbörger et al. 2016) Lernumgebungen entwickelt und erforscht, in denen Schülerinnen und Schüler in inklusiven Lerngruppen ihr Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems vertiefen können. Die Lern-

umgebungen wurden so konzipiert, dass Lernende mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf innerhalb vielfältiger Kooperationsphasen sich auf verschiedenen Niveaus über den strukturellen Kern austauschen können. Die emergierenden Deutungs- und Interaktionsprozesse werden mit Mitteln der interpretativen Unterrichtsforschung analysiert.

Deutungs- und Interaktionsprozesse beim fachlichen Austausch

In der Lernumgebung „Zahlen in der Stellenwerttafel“ sollen die Lernenden durch den Einsatz von Nicht-Standardzerlegungen sowie dem Wechsel zwischen verschiedenen Repräsentationen einer Zahl dezimale Beziehungen zwischen Stellenwerten von natürlichen Zahlen und von Dezimalbrüchen deuten, um ihr individuelles Verständnis zum Aufbau von Dezimalzahlen zu vertiefen. Die Lernumgebung ist so gestaltet, dass durch eine natürliche Differenzierung die Lernenden in unterschiedlichen Zahlbereichen arbeiten, sie sich dennoch über den gemeinsamen strukturellen Kern austauschen können. Nachdem die Lernenden zunächst in einer individuellen Phase mithilfe der gegebenen Zahlenkarten ,1‘, ,3‘, ,6‘, ,15‘ und ,38‘ verschiedene Zahlen in unterschiedlichen Repräsentationsformen dargestellt haben, sollen sie in der Austauschphase ihre Zahlen miteinander vergleichen sowie eine weiterführende Aufgabe bearbeiten. Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf haben die Chance, erste Erfahrungen mit Dezimalbrüchen zu sammeln, während ihre Partnerinnen und Partner reflektive Einsichten in den Bereich der natürlichen Zahlen gewinnen können.

T	H	Z	E	z	h	t	Zerlegung	Zahl
	6	3	1				$600 + 30 + 1$	631
		15		1		6	$150 + \frac{1}{10} + \frac{6}{1000}$	150,106
	1		6			38	$100 + 6 + \frac{38}{100}$	106,038

T	H	Z	E	z	h	t	Zerlegung	Zahl
	1	6	3				$100 + 60 + 3$	163
3		38	1				$3000 + 380 + 1$	3381

Abb. 2: Rekonstruierte Stellenwerttafeln von Nele (oben) und Lea (unten)

Im Fokus der Analysen der Deutungs- und Interaktionsprozesse stehen die Fragen, auf welche Aspekte des Dezimalsystems die Lernenden in ihren Deutungen zurückgreifen, was sie in der Interaktion lernen können und wie die Ideen ausgehandelt werden. Diese Fragen werden im Folgenden anhand eines Fallbeispiels diskutiert. Hierbei handeln die beiden Lernenden Lea und Nele Übergänge sowie zugrundeliegende dezimale Beziehungen zwischen Stellenwerten im Bereich der natürlichen Zahlen und der Dezimalbrüche aus.

- Lea **Müsste da nicht die Zahl direkt hinter das Komma? Ich habe hier achtunddreißig Zehner geschrieben.** (*zeigt auf ihre Stellenwerttafel*) **Das sind dreihundertachtzig, weil achtunddreißig mal zehn. Und dann geht die drei in Spalte nach links.** (*zeigt auf die Hunderte-Spalte*) **Das gilt doch bestimmt auch für deine Zahlen.**
- Nele **Ja, wenn man zehn Zehner zusammenfasst, erhält man einen Hunderter. Da machen dreißig Zehner drei Hunderter.**
- Lea **Ich habe das richtig gemacht, ich weiß.** (*lacht*)
- Nele **Und bei mir? (...)** Wenn man ein Ganzes in zehn Teile teilt, erhält man Zehntel. So. Hundertstel sind kleiner als Zehntel. Wenn man zehn Hundertstel zusammennimmt, erhält man nicht Tausendstel, sondern ein Zehntel. Ja, und wenn man achtunddreißig Hundertstel hat und zehn Hundertstel einen Zehntel ergeben, dann sind dreißig Hundertstel drei Zehntel. Bleiben noch acht Hundertstel übrig. Dann habe ich drei Zehntel und acht Hundertstel. Das gibt **Komma-drei-acht.** (*streich 106,038 durch und schreibt 106,38*)

Ausgelöst wird die Bedeutungs-aushandlung von Lea, die zuvor noch nicht mit Dezimalbrüchen gearbeitet hat, und einen Fehler bei Nele erkennt. Nele hat in der Hundertstel-Spalte 38 und in der Zahl-Spalte 106,038 notiert. Lea hinterfragt Neles Notation und äußert implizit 106,38 als korrektes Ergebnis.

Im Aushandlungsprozess greifen Lea und Nele auf zentrale Aspekte des Bündelungs- und Stellenwertprinzips sowie auf Grundvorstellungen von Brüchen zurück. Dabei nutzen sie den analogen Aufbau des Dezimalsystems, um zunächst im Bereich der natürlichen Zahlen dezimale Strukturen zu erklären und diese im Anschluss auf Dezimalbrüche zu übertragen.

Lea nutzt in ihrer Erklärung das Stellenwertprinzip und ein eigenes Beispiel im Bereich der natürlichen Zahlen, erläutert den Umbündelungsprozess mithilfe der multiplikativen Eigenschaft und bestimmt den Wert der Nicht-Standardzerlegung über eine Multiplikation des Zahlenwerts mit dem Stellenwert. Anschließend möchte sie durch eine Analogiebildung die dezimalen Beziehungen auf Dezimalbrüche übertragen. Nele überträgt ausgehend von dezimalen Beziehungen im Bereich der natürlichen Zahlen diese Strukturen sowie das Stellenwert- und Bündelungsprinzip auf Dezimalbrüche und deutet Beziehungen zwischen gebrochenen Einheiten über das stellengerechte Zerlegen von Dezimalen sowie äquivalente Darstellungen von Stellenwerten. Zudem aktiviert Nele die Grundvorstellung von Brüchen als Anteil.

In der gemeinsamen Interaktion besteht für Nele die Chance, dezimale Beziehungen zwischen Stellenwerten im Bereich der natürlichen Zahlen zu verdeutlichen, durch eine Analogiebildung das Stellenwert- und Bündelungsprinzip auf Dezimalbrüche zu übertragen und so potentiell neues Wissen zu gebrochenen Stellenwerten zu generieren. Lea hat durch ihr kritisches Nachfragen, der Partizipation an Neles Deutung und durch ihre eigene Deutung die Möglichkeit, erste verständnisbasierte Einsichten in den Bereich der

Dezimalbrüche zu erhalten und die Fortsetzbarkeit des Bündelungs- und Stellenwertprinzips sowie zugrundeliegende Beziehungen zwischen natürlichen Zahlen und Dezimalbrüchen zu erkennen.

Insgesamt zeigt sich, dass sich Lea und Nele trotz ihrer heterogenen Kompetenzen über den strukturellen Kern austauschen und zu gemeinsamen Erkenntnissen gelangen. Dabei kommunizieren beide anregend über Mathematik und können neues Wissen generieren sowie von- und miteinander lernen.

Aus partizipatorischer Perspektive fällt auf, dass sich beide Schülerinnen durch eigenverantwortliche Beiträge aktiv und ex aequo einbringen. In dem Zusammenhang sprechen sich beide Schülerinnen direkt an, greifen die Beiträge der Anderen auf und führen diese fort, sodass eine gemeinsam entwickelte Idee generiert wird. Damit lässt sich der Aushandlungsprozess als eine bilaterale Konstruktion (Schöttler 2019) bezeichnen.

Im Vergleich zu anderen Szenen wird deutlich, dass in heterogenen Paaren Ideen auf unterschiedliche Weise ausgehandelt werden. Hierbei kann ein Spannungsfeld (vgl. Abb. 3) erkannt werden zwischen Paaren, die in der Interaktion gleichberechtigt Ideen einbringen und gemeinsam reziprok aushandeln sowie zwischen Paaren, bei denen ein unilateraler Austausch erfolgt und die Lernenden ungleiche Rollen übernehmen (Schöttler 2019). Dabei scheint ein reziproker Austausch eher eine fachliche Gemeinsamkeit zu ermöglichen sowie günstigere Lernbedingungen zu bieten als ein unilateraler Austausch.

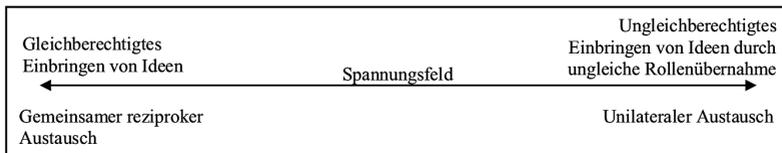


Abb. 3: Spannungsfeld bei der Entwicklung von Ideen im Aushandlungsprozess

Literatur

- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2017). Grundzüge des inklusiven Mathematikunterrichts. Mit allen Kindern rechnen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Eds.), *Gemeinsam Mathematik lernen - mit allen Kindern rechnen* (pp. 8-21). Frankfurt a.M.: Grundschulverband e.V.
- Nührenbörger, M., Rösken-Winter, B., Fung, C., Schwarzkopf, R., Wittmann, E. C., Akinwunmi, K., Lensing, F., Schacht, F. (2016). Design Science and Its Importance in the German Mathematics Educational Discussion. *ICME-13 Topical Surveys*.
- Schöttler, C. (2019). *Deutung dezimaler Beziehungen - Epistemologische und partizipatorische Analysen von dyadischen Interaktionen im inklusiven Mathematikunterricht. Dissertation*. Paderborn.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction - An Epistemological Perspective*. Berlin: Springer.