

Hans-Stefan SILLER, Würzburg, Regina BRUDER, Darmstadt,
Torsten LINNEMANN, Basel, Eva SATTLBERGER, Wien,
Jan STEINFELD, Wien & Tina HASCHER, Bern

Kompetenzstufenzuordnungen – mögliches Entscheidungskriterium zur Mathematikaufgaben-Auswahl bei einer standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung

1. Einleitung

Bereits seit dem Modellversuch SINUS 1998, also deutlich vor PISA und der Kompetenzorientierung, wird ein reflektierter Umgang mit Aufgaben im Mathematikunterricht gefordert und auch im Mathematikunterricht umgesetzt. Drüke-Noe & Siller (2018, S. 3) betonen, eine „Aufgabe kann höchstens mit Blick auf ein bestimmtes Ziel, das mit ihrer Bearbeitung erreicht oder überprüft werden soll“, kritisch betrachtet werden. Die Entscheidung, ob und wie eine Aufgabe zum Einsatz kommt, hängt – wie von Siller et al. (2017) dargelegt – letztlich ausschließlich von ihrem Zweck ab. Dies gilt in analoger Weise für den Einsatz von Aufgaben für den Höheren Schulabschluss. Die (zentralen) Abschlussprüfungen zugrundeliegende Konzeption legt neben formalen auch inhaltliche Rahmenbedingungen fest. Die Ausgestaltung dieser inhaltlichen Vorgaben schlägt sich im Unterrichtsfach Mathematik konsequenterweise in Aufgaben nieder. Die gewünschte Zielsetzung von Prüfungsteilen bzw. Prüfungen erfordert sowohl eine Erstellung, Auswahl und Verwendung unterschiedlicher Aufgabentypen und -formate als auch entsprechende Variationen von Aufgaben. Hierbei ist es von Bedeutung, ob digitale Werkzeuge zum Einsatz kommen oder die Aufgaben weitestgehend „technologiefrei“ bearbeitet werden, ob die Aufgaben einen eher problemlösenden Charakter haben oder ob Wert auf den Umgang mit Kalkülen bzw. operativen Fertig- und Fähigkeiten gelegt wird.

2. Kompetenzstufenmodellierung für zentrale schriftliche Abschlussprüfungen

Der bewusste Umgang mit Perspektiven zum Einsatz von Aufgaben wird bereits in Siller et al. (2017) dargelegt, und die AutorInnen halten fest, dass schulische Prüfungen stets nur einen Ausschnitt aus den erworbenen Kompetenzen erfassen bzw. messen können (Siller et al., 2017). Damit besteht ein Bedarf an verlässlichen Kriterien, welche Aufgaben den gewählten Prüfungsbereich adäquat abdecken. Dies kann durch Verwendung von Kompetenzstufenmodellen, auch im Rahmen von zentralen schriftlichen Reifeprüfungen (vgl. Siller et al., 2015), erfolgen. Das Messen bezieht sich hierbei – zunächst – nicht auf die (prozentuale) Lösungshäufigkeit der Aufgabe(n),

viel mehr muss zur Aufgabenauswahl die zu messende Kompetenzfacette in den Fokus rücken.

Um eine solche Bewertung von Aufgaben auch im Rahmen einer zentralen schriftlichen kompetenzorientierten Reifeprüfung Mathematik zu ermöglichen, wurde ein Kompetenzstufenmodell, das sog. O-M-A-Modell, entwickelt. Entscheidendes Kriterium in diesem Modell ist die Komplexität zur Einordnung der Aufgaben in Kompetenzstufen. Zudem wird im Modell – im Gegensatz zu Turner (2015, S. 93) – eine bewusste Entscheidung gegen „generische Ebenen“ getroffen, was mit Bezug auf den tätigkeitsorientierten Ansatz im Sinne von Lompscher (1985) begründet wird.

3. Theoretische Fundierung: Operieren-Modellieren-Argumentieren

Der Einsatz bzw. die Berücksichtigung von Kompetenzstufen hat sich im schulischen Alltag etabliert. So greifen Curricula als auch Lehrmittel das Stufenprinzip auf (vgl. z.B. Kiper, Meyer, Mischke, & Wester 2004). Als prozessorientierte Handlungsdimensionen haben wir auf Grundlage von Bruder (2016) die drei Handlungsdimensionen Operieren, Modellieren, Argumentieren als relevant und fachdidaktisch begründet identifiziert. Entscheidend für die Erstellung und den Einsatz des O-M-A-Kompetenzstufenmodells ist, dass neben den identifizierten Handlungsdimensionen möglichst trennscharfe (theoretische) Stufen beschrieben werden, sowie eine fachdidaktische Interpretation dieser Stufen erfolgt.

Aus diesem Grund haben wir, in Anlehnung an Meyer (2007), vier Stufen verwendet und den von Lompscher (1985) tätigkeitstheoretischen Hintergrund zur Ausbildung von Orientierungsgrundlagen für Lösungshandlungen auf unterschiedlichem Niveau als Interpretationsgrundlage gewählt. Die Stufen unterscheiden sich wie folgt: Stufe I ist durch eine elementare bzw. schematische Musterorientierung gekennzeichnet (vgl. Abb. 1 und 2).

Kredittilgung

Jemand hat bei einer Bank einen Wohnbaukredit zur Finanzierung einer Eigentumswohnung aufgenommen. Am Ende eines jeden Monats erhöht sich der Schuldenstand aufgrund der Kreditzinsen um 0,4 % und anschließend wird die monatliche Rate von € 450 zurückgezahlt.

Der Schuldenstand am Ende von n Monaten wird durch $S(n)$ beschrieben.

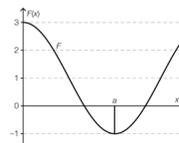
Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Differenzengleichung an, mit deren Hilfe man bei Kenntnis des Schuldenstands am Ende eines Monats den Schuldenstand am Ende des darauffolgenden Monats berechnen kann.

Abbildung 1: Aufgabe 15 aus dem Haupttermin 2018 SRP Mathematik AHS

Wert eines bestimmten Integrals

Von einer reellen Funktion f ist der Graph einer Stammfunktion F abgebildet.



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $I = \int_a^b f(x) dx$ an!

$I =$ _____

Abbildung 2: Aufgabe 18 aus dem Haupttermin 2018 SRP Mathematik AHS

Die Komplexität der Anforderungen (Mehrschrittigkeit) unterscheidet insbesondere Stufe II von Stufe I. In Stufe III wird eine sogenannte Feldorientierung erreicht, die sich z.B. auch darin zeigt, dass die Lernenden in der Lage sind, eigene Beispiele zu generieren. Das Erreichen von Stufe IV impliziert ebenfalls eine Feldorientierung, zudem einen sehr hohen Grad an Autonomie und Kreativität. Dabei gilt jedoch zu bedenken, dass diese Stufe in zentralisierten Prüfungen so nicht umsetzbar ist.

Mit dem tätigkeitstheoretischen Ansatz wird deutlich, dass ein höheres Orientierungslevel (= Stufe) nicht erreicht werden kann, ohne das vorherige Level zu beherrschen. Dennoch kann von einer konkreten Aufgabenbearbeitung nicht direkt auf das jeweilige Orientierungslevel bei einem Individuum geschlossen werden, da z.B. Automatisierungsprozesse aus Trainings ermöglichen, schwierig erscheinende Aufgaben auf dem Level von Musterorientierung zu bearbeiten. Hier wächst der Anspruch an geeignete Prüfungsaufgaben.

4. Das O-M-A-Kompetenzstufenmodell für Prüfungssituationen

Das O-M-A-Kompetenzstufenmodell ist so konstruiert, dass die Stufen in den jeweiligen Handlungsbereichen möglichst stringent aufeinander aufbauen (vgl. Meyer 2007). Bei vernetzten (Problemlöse-)Aufgaben können mehrere Kompetenzen in verschiedenen Stufen angesprochen werden. Bei komplexeren Aufgabenstellungen wäre dies nach Weinert (2001, S. 27) sogar wünschenswert, zeigen sie doch die „Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (Weinert 2001, S. 27).

Dieser Anspruch führt jedoch zu einem Dilemma: Einerseits ist es ein Bildungsziel, dass Lernende komplexe Kompetenzen erfolgreich einsetzen und nutzen können, andererseits ist es aus psychometrischen Gründen wünschenswert, Aufgabenstellungen derart zu formulieren, dass jede Tätigkeit eindeutig einer Stufe aus einem bestimmten Bereich zugeordnet werden kann. Letzteres schafft eine Grundlage dafür, mathematische Kompetenz vergleichbar abzubilden. Das O-M-A-Kompetenzstufenmodell definiert inhaltliche Mindestanforderungen, die sich messen lassen, wie es Rheinberg (2001, S. 66) ausführte: „Gerade bei Beurteilungen, die bestimmte Kompetenzen aufweisen sollen, [...] sind inhaltlich beschriebene Standards hilfreich. [...] Der Vergleichsstandard liegt hier nicht in bereits erbrachten eigenen oder fremden Leistungen, sondern in Anforderungen, die in der Sache selber liegen [...].“

Durch das O-M-A-Kompetenzstufenmodell wird somit eine sachliche/kriteriale Bezugsnorm „definiert“, die im Fall einer vorliegenden Zertifikatsvergabe (Reifeprüfung) über die individuelle Bezugsnorm zu setzen ist.

5. Fazit

Mit Hilfe des O-M-A-Kompetenzstufenmodells können Aufgaben hinsichtlich ihres Anspruchsniveaus unterschieden werden. In den Handlungsaspekten Operieren-Modellieren-Argumentieren werden Anforderungen definiert, die es ermöglichen, Testleistungen zu interpretieren. Das Modell bietet somit eine Operationalisierungshilfe für die Aufgabenentwicklung bzw. für die nachträgliche Einstufung vorhandener Testaufgaben. Zudem kann das O-M-A-Modell zur Auswahl von Testaufgaben und für den Einsatz von Unterrichtsaufgaben verwendet werden. Hinweise, worin Aufgabenschwierigkeiten genau bestehen, lassen sich nur durch sorgfältige Analysen möglicher und tatsächlicher Lösungswege gewinnen.

Literatur

- Bruder, R. (2016). Hintergrund und Begründungen für das Projekt LEMAMOP: Lerngelegenheiten zum mathematischen Argumentieren, Modellieren und Problemlösen. *Der Mathematikunterricht*, 62(6), 4–14
- Drücke-Noe, C., & Siller, H.-S. (2018). Aufgaben als Aufgabe. *mathematik lehren*, 209, 2–8.
- Fischer, R. (1999). Mathematik anthropologisch: Materialisierung und Systemhaftigkeit. In G. Dressel & B. Rathmayr (Hrsg.), *Mensch – Gesellschaft – Wissenschaft. Versuch einer reflexiven historischen Anthropologie* (S. 153–168). Innsbruck: Studia.
- Kiper, H., Meyer, H., Mischke, W., & Wester, F. (2004). *Qualitätsentwicklung in Unterricht und Schule. Das Oldenburger Konzept*. Oldenburg: DiZ.
- Lompscher, J. (1985). *Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit*. Berlin: Volk u. Wissen.
- Meyer, H. (2007). *Leitfaden Unterrichtsvorbereitung*. Berlin: Cornelsen Scriptor
- Rheinberg, F. (2001). Bezugsnormen und schulische Leistungsbeurteilung. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 59–73). Weinheim: Beltz.
- Siller, H.-S., Bruder, R., Hascher, T., Linnemann, T., Steinfeld, J., & Sattlberger, E. (2015). Competency level modelling for school leaving examination. In K. Krainer & N. Vondrová (Hrsg.), *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 2716–2723).
- Siller, H.-S., Greefrath, G., Linnemann, T., Bruder, R., Sattlberger, E. & Blum, W. (2017). Schriftliche Abiturprüfung – Anspruch und Wirklichkeit. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 921–924). Münster: WTM.
- Turner, R., Blum, W., & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item difficulty: A work in progress. In K. Stacey & R. Turner (Hrsg.), *Assessing mathematical literacy*, chapter 4 (S. 85–116). Heidelberg, New York, Dordrecht: Springer.
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessungen in Schulen – eine umstrittene Selbständigkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in der Schule* (S. 17–31). Weinheim: Beltz.