

Mathematisches Argumentieren und Beweisen: Bewertung von Produkten – Theoretische Hintergründe und praktische Umsetzung

Mathematisches Argumentieren und Beweisen sind zentrale Aktivitäten im Bereich der Mathematik. Dies spiegelt sich in einem entsprechenden Forschungsschwerpunkt im Bereich der Didaktik der Mathematik wider, welcher sowohl Argumentations- und Beweisprozesse als auch entsprechende Produkte von Schülerinnen und Schülern sowie Studierenden untersucht. Für deren Analyse ist der Kodierungsprozess entlang verschiedener Kriterien zentral. Eine systematische, methodische Auseinandersetzung mit der Kodierung von Beweis- und Argumentationsprodukten blieb jedoch bisher weitestgehend aus. Entsprechend ist davon auszugehen, dass in der empirischen Forschung zur Beschreibung und Einschätzung von Produkten aus Argumentations- und Beweisprozessen verschiedene Analyseverfahren verwendet werden, welche bisher kaum systematisch vergleichend diskutiert wurden.

Zur Adressierung der unterschiedlichen Kodierung von Argumentations- und Beweisprodukten boten sechs Beiträge verschiedener Standorte eine Übersicht über ihre jeweiligen Kodierverfahren. Ausgehend davon wurden in der übergreifenden Diskussion von Aiso Heinze verschiedene zu bearbeitenden Fragen aufgeworfen und kritisch diskutiert. Grundlegend war dabei die Frage, wie vergleichbar Kodierverfahren sein sollten und ob einheitliche Verfahren überhaupt anstrebenswert und sinnvoll sind? Betont wurde insbesondere, dass Kodierverfahren in erster Linie abhängig von der zu bearbeitenden Fragestellung und dem grundgelegten Erkenntnisinteresse sind und hier eine gute Passung ein wichtiges Validitätskriterium darstellt. Wichtig erscheint dabei, bei der Erstellung von Kodierschemata den Fokus der Bewertung von Produkten an die jeweiligen Kontextfaktoren der Studie, wie beispielsweise an die genaue Stichprobe, anzupassen. Daraus ergibt sich die zweite Hauptfrage des Diskutanten: Ist ein gemeinsamer Theorierahmen überhaupt möglich oder müsste ein solcher ggf. eher aus dem Bereich der Methodenforschung stammen? Als mögliche Lösung wurde hier das von Sommerhoff et al. vorgeschlagene Vorgehen diskutiert (vgl. Abb. 1), welches von Aiso Heinze zur Prüfung der verschiedenen Kodierschemata herangezogen wurde.

Das dargestellte Analyseschema veranschaulicht vier mögliche, zentrale Einflussfaktoren bei der Kodierung von Beweisen: So spielen auf Seite der Lernenden potentiell sowohl das Ziel bzw. die intendierte Funktion der zu erstellenden Argumentation (bspw. Verifizieren vs. Erklären), als auch die im Kontext geltenden, normativ geprägten Vorstellungen zum Produkt (sozio-mathematischen Normen) eine zentrale Rolle bei der Konstruktion von Argumentation. Aber auch die bei den Forschenden vorherrschenden Vorstellungen zum Produkt sowie das jeweilige Forschungsinteresse können den Kodierprozess beeinflussen. Aus theoretischer Sicht, können alle vier Faktoren die Kodierung der Produkte deutlich

beeinflussen und dadurch selbst dann zu unterschiedlichen Aussagen führen, wenn dieselben Instrumente verwendet wurden.

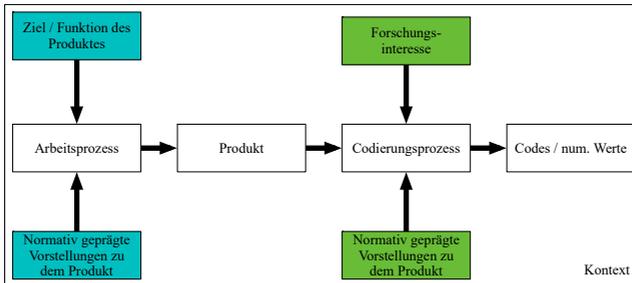


Abb. 1: Übersicht über mögliche kritische Einflussfaktoren bei der Analyse von (Argumentations)Produkten nach Sommerhoff, Brunner, Ufer, & Heinze. [blau: Lernende; grün: Forschende]

Ob und in welchem Maß die hier dargestellten Einflussfaktoren jedoch relevant sind, ist bisher nicht belegt. Der Diskutant betonte deshalb, an dieser Stelle mit methodenorientierter Forschung anzusetzen und den Einfluss der verschiedenen Aspekte auch empirisch zu prüfen.

Die Beiträge des Minisymposiums und die Diskussion verdeutlichte die Wichtigkeit, bei der Erstellung eines Kodierschema nicht ausschließlich auf bestehende Kodierschemata aus der Vorforschung zurück zu greifen, sondern sowohl die Passung zum Forschungsinteresse als auch die Güte des Kodierschemas zu prüfen. Hier empfiehlt sich beispielsweise eine a priori Analyse der möglichen Einflussfaktoren und daraus abgeleitet explizit begründete Entscheidungen bei der Wahl von Kodierschemata. Für den Forschungsprozess ist dabei insbesondere die Einhaltung zentraler Gütekriterien wichtig, da bspw. ein Mismatch der Vorstellungen zum Produkt bei Lernenden und Forschenden zu einem Validitätsproblem führen könnte.

Ausgehend von den Ergebnissen des Minisymposiums, rückt der Fokus bei der systematischen Betrachtung von Kodierschemata einerseits in Richtung der Beachtung lokaler, sozio-mathematischer Normen und Einflussfaktoren, andererseits in Richtung einer methodischen Systematisierung bei der Erstellung von Kodierschemata für Argumentations- und Beweisprodukte.

Vorträge im Minisymposium

Brunner, E.: Wie lassen sich Antworten auf Begründungsaufgaben von Schülerinnen und Schülern des 5. und 6. Schuljahrs beschreiben?

Füllgrabe, F. & Eichler, A.: Analyse von Beweisprodukten

Jablonski, S. & Ludwig, M.: Kodierung und Analyse von mündlichen Argumentationsprodukten mithilfe des Toulmin-Schemas

Jensen, S. & Gasteiger, H.: Bewertung von Begründungen zu schriftlichen Subtraktionsverfahren

Kempen, L.: Beweiskonstruktionen zu verschiedenen Beweisformen vergleichend bewerten? Das geht!

Sommerhoff, D., Ufer, S. & Brunner, E.: Aspekte der Kodierung mathematischer Beweise