

Aufbau des Vektorbegriffs mithilfe von Sprach- und Darstellungsvernetzung

Sarah-Sofie Armbrust

Hintergründe und Forschungsvorhaben

Die mathematikdidaktische Forschung hat in den letzten Jahren erkannt, dass Sprache ein relevanter Faktor für den Aufbau mathematischer Begriffe ist. Als Konsequenz wurden erfolgreiche Förderansätze zum sprachlichen Begriffsaufbau in der Sekundarstufe I entwickelt (vgl. auch Wessel (2015), Pöhler (2017)). Es stellt sich die Frage, ob sich die vorhandenen Ansätze auch für die Sekundarstufe II eignen.

Ein für die Sekundarstufe II grundlegender Begriff ist der „Vektor“. Das Vorgehen vieler Schulbücher bei dessen Einführung steht jedoch seit Jahren in der Kritik (vgl. Matle (2006)). Eine aktuelle Studie bestätigt, dass zahlreiche Abiturienten keine tragfähigen Vorstellungen zum Vektorbegriff entwickelt haben (vgl. Mai et al. (2017)).

Ziel dieses Promotionsprojektes ist es, eine Lernumgebung zu entwickeln, mit der der Vektorbegriff unter besonderer Berücksichtigung sprachlicher Mittel aufgebaut wird.

Forschungsfragen

1. Welche Vorstellungen haben Lernende vom Vektorbegriff?
2. Wie kann eine fach- und sprachintegrierte Förderung für den Vektorbegriff aussehen?
3. Wie entwickeln sich die Vorstellungen der Lernenden im Prozess der Förderung?
4. Welche sprachlichen Mittel nutzen die Lernenden auf Wort- und Satzebene zum Ausdruck ihrer Vorstellungen?
5. Wie entwickelt sich die Sprache der Lernenden hinsichtlich des Themenfeldes Vektor im Verlauf?

Theoretische Grundlagen

Theoretische Grundlagen stellen das Makro-Mikro-Scaffolding Modell nach Hammond & Gibbons (2005) und das fach- und sprachintegrierte Modell der Darstellungsregister nach Prediger & Wessel (2012) dar. Aus diesen wurden sprachliche und fachliche Prinzipien für die Konzeption der Lernumgebung abgeleitet (vgl. Wessel (2015), Pöhler (2017)).



Abb. 1 Fach- und sprachintegriertes Modell der Darstellungsregister nach Prediger & Wessel (2012)

sprachliche Prinzipien	fachliche Prinzipien
Schaffung von Kommunikationsanlässen zur mündlichen und schriftlichen Sprachproduktion, sukzessive Sequenzierung von Alltagssprache zu Fachsprache	Herstellung von Zusammenhängen mit anderen Inhaltsbereichen bzw. Alltagsanwendungen (Physik, digitale Bildbearbeitung etc.), Betonung des Aufbaus eines konzeptuellen Verständnisses, hinsichtlich der Konzepte <i>Pfeilkasse</i> , <i>Translation</i> , <i>n-Tupel</i> , und <i>gerichtete physikalische Größe</i> .
Anwendung von Makro- und Mikro-Scaffolding	geometrische Einführung des Vektorbegriffs als <i>Pfeilkasse</i>
Anwendung des Prinzips der Sprach- und Darstellungsvernetzung.	konsequenter Bezug zum <i>Pfeilklassenkonzept</i> in allen geometrischen und physikalischen Kontexten.

Forschungsansatz

Methodologisch ist die Arbeit der Fachdidaktischen Entwicklungsforschung bzw. dem Design-Based Research Ansatz zuzuordnen (vgl. Cobb et al. (2003), Gravemeijer und Cobb (2007)).

Der Forschungsansatz wird im Rahmen dieses Dissertationsprojektes in vier Phasen (Abb. 1) realisiert (vgl. Wessel (2015), Prediger et al. (2012), Gravemeijer und Cobb (2007)).



Abb. 1 Zyklus Fachdidaktischer Entwicklungsforschung nach Prediger et al. (2012)

Aktueller Forschungsstand

- Konzeption von Diagnose- und Förderaufgaben zum fach- und sprachintegrierten Aufbau des Vektorbegriffs im Umfang von 8 Fördereinheiten à 45 Minuten
- Erste Durchführung im Schuljahr 2018/2019 in Form eines Designexperiments in einer 12. Jahrgangsstufe (N = 9) eines bayerischen Gymnasiums im Rahmen einer nachträglichen Förderung
- Datenerhebungsmethode:
 - Designexperiment (Transkripte der Videoaufzeichnungen, Schülervorträge)
 - Prä-Post-Test: 40-minütiger Paper-Pencil-Test mit offenen Fragen zu Vorstellungen zu Vektoren.

Exemplarische Diagnoseaufgabe

- Erläutere, wie der Grafikdesigner bei der digitalen Bearbeitung des Bildes vorgegangen sein könnte (vgl. Fig. 1).
- Betöhl behauptet, dass hier zwei Vektoren dargestellt sind. Nimm Stellung hierzu (vgl. Fig. 1).
- Erläutere, wie die Veränderung der Luftballons mit Zahlen erfasst werden könnte (vgl. Fig. 2).



Fig. 1 Screenshot aus einem digitalen Bildbearbeitungsprogramm



Fig. 2

Exemplarische Förderaufgabe

Überprüfe, welche der Behauptungen sprachlich und fachlich korrekt sind. Schreibe zu den falschen Aussagen eine verbesserte Version, in der du die Begriffe „Repräsentant“ und „Vektor“ verwendest.

Sergej sagt: „Die da sind derselbe Vektor.“ (vgl. Fig. 1)

Fig. 1

Ausgewählte Schülerlösungen

Die Bezeichnungen *Pfeile* und *Repräsentanten* sind unterschiedliche Bezeichnungen für eine *Gerade* oder *Probe* und keine *Vektoren*.

Diese Aussage ist falsch, da die Repräsentanten zwar parallel und gleich lang sind aber nicht gleich gerichtet.

Diskussion und Ausblick

Der sprachliche Aufbau des Vektorbegriffs scheint sich im Themenfeld „Vektor“ zu einer Begriffsschärfung zu eignen. Insbesondere die Unterscheidung zwischen Repräsentant und Vektor ließ sich auf den ersten Blick mit den Probanden sprachlich erfolgreich herausarbeiten. Dies muss jedoch in einer genaueren Analyse der Daten bestätigt werden.

References

Cobb, P., Confrey, J., Glaser, A., Leifer, R. & Schwab, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. In: Educational Researcher 32(1), S. 9–13.

Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2007). Design research from a learning design perspective. In: An van Amerijck, Educational design research. London: Routledge, S. 45–85.

Hammond, J. & Gibbons, P. (2005). Putting scaffolding to work: The contribution of scaffolding in articulating ESL education. In: Prospect, 20(1), 6–30.

Heim, K. H. & Fricke, A. (2015). Didaktik der analytischen Geometrie und Linearen Algebra. Algebraisch-variational – Geometrisch-vektoriell und gewendet. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + 2. Berlin: Springer Spectrum

Maix, G. (2005). Neue Wege in der Vektorgeometrie. In: Mathematik lernen, H. 133, S. 8–14.

Maix, G. (2009). Scaffolding mit Vektoren. In: Mathematik lernen, H. 133, S. 36–39.

Mai, T., Fricke, A. & Bittner, R. (2017). A vector is a line segment between two points? Student's concept definitions of a vector during the transition from school to university. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland.

Pöhler, B. (2017). Konzeptionelle und methodische Lernfälle und Lernwege. Eine Entwicklungsforschungsstudie. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Prediger, S., Heu, R., Link, M., Heilmann, S., Thies, A. J., Hahn, B. (2012). Lern-Empfehlungen und -verfahren – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Didaktischen Modell. In: MfU 69 (6), S. 452–457.

Prediger, S. & Wessel, L. (2012). Darstellungen verbindet. Ansatz zur integrierten Entwicklung von Konzepten und Sprachmitteln. In: Prä-Praxis der Mathematik in der Schule 34 (4), S. 29–33.

Wessel, L. (2015). Fach- und sprachintegrierte Förderung durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding. Ein Entwicklungsforschungsprojekt zum Antriebsfeld. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Wittmann, E. C. (1992). Mathematikdidaktik als „wage science“. In: Journal für Mathematik Didaktik 23(1), S. 55–70.

Kontakt

Sarah-Sofie Armbrust
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
Lehrstuhlleiter Prof. Dr. Volker Ilm
Universität Bayreuth
sarah-sofie.armbrust@uni-bayreuth.de