

## **Mathematisches Modellieren im Mathematikunterricht der Grundschule - Ein integrativer Ansatz**

Die Bedeutung des Mathematischen Modellierens<sup>1</sup> für die (mathematische) Bildung kann vielseitig begründet werden (vgl. Blum, 2015). Folgerichtig wird in den Bildungsstandards die Förderung entsprechender Kompetenzen für alle Schulstufen gefordert (KMK, 2005, 2013). Aufgaben zum mathematischen Modellieren sollen demnach bereits ab der Primarstufe in den Mathematikunterricht integriert, entsprechende Kompetenzen angebahnt und gefördert werden (vgl. Blum, 2007, Maaß, 2018). Verschiedene Hürden erschweren jedoch dieses Vorhaben. Aus Sicht der Lehrkräfte ist dies vor allem der Zeit- und Materialaufwand für die Umsetzung von Modellierungsaufgaben (Borromeo Ferri & Blum, 2013; Maaß, 2004). Zum anderen ist durch die zeitlich versetzte Implementierung der Bildungsstandards in die Rahmenlehrpläne der Länder (bspw. für die Berliner Primarstufe im Jahr 2017) nicht davon auszugehen, dass die praktizierenden Grundschullehrkräfte bereits über ausreichend Wissen und entsprechend erweiterte Kompetenzen verfügen, um die Standards vollumfänglich in ihrem Unterricht umzusetzen. Im Projekt MaMoPri (Mathematisches Modellieren in der Primarstufe) widmen wir uns diesem Desiderat auf drei Ebenen. Auf Ebene der Schüler werden Modellierungsprozesse von Lernenden der Primarstufe untersucht. Auf Ebene des Unterrichts werden Konzepte und Strategien für einen sukzessiven Kompetenzaufbau ab der ersten Klasse entwickelt. Diese werden im Sinne des Design-Based Research-Ansatzes in der Praxis erprobt, analysiert und weiterentwickelt. Auf Ebene der Lehrkräfte wird herausgearbeitet, welches Wissen und welche Kompetenzen notwendig sind, um Mathematisches Modellieren in der Primarstufe adäquat einzuführen und entsprechende Schülerkompetenzen anzubahnen. Eine Lehrkräftefortbildung (DZLM assoziiert) bildet den Rahmen für die Bearbeitung dieser Forschungsinteressen. Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen der Fortbildungsinhalte dargestellt.

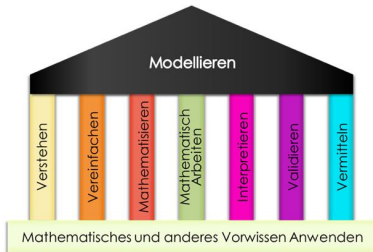
### **Modellierungskompetenzen**

Unter Modellierungskompetenzen verstehen wir in Anlehnung an Blomhøj & Jensen (2003) das Zusammenspiel personenspezifischer Faktoren, die eine Person dazu befähigen die spezifischen Anforderungen einer Modellierungssituation zu erfüllen. Diese Anforderungen lassen sich unter Bezugnahme

---

<sup>1</sup> im Folgenden verwenden wir "Modellieren" und "Mathematisches Modellieren" synonym und meinen stets Prozesse zur Lösung realitätsbezogener Probleme unter Verwendung mathematischer (Hilfs-)Mittel

auf Beschreibungen des idealtypischen Ablaufs von Modellierungsprozessen wie folgt unterschieden: Verstehen, Strukturieren & Vereinfachen, Mathematisieren, Mathematisch Arbeiten, Interpretieren, Validieren, Vermitteln (vgl. auch Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß, 2005). Nach Blum (2006) sind Modellierungsaufgaben insbesondere durch die Anforderungen Vereinfachen, Mathematisieren, Interpretieren und Validieren gekennzeichnet. Es ist anzunehmen, dass das eigenständige Bearbeiten einer komplexen Modellierungsaufgabe mehr als nur die Gesamtheit der beschriebenen Teilprozesse ausmacht. So lassen sich diverse übergeordnete Anforderungen beschreiben (vgl. Kaiser, 2007), welche sich beispielsweise auf das sinnvolle Zusammensetzen der Teilprozesse und deren Überwachung beziehen. Auf der anderen Seite sind aber auch Anforderungen zu bewältigen, die sich nicht auf das Modellieren beziehen. So stellt die Anwendung verschiedener mathematischer Grundkenntnisse und ggf. extramathematischen Wissens eine grundlegende Anforderung dar.



**Abbildung 1:** Anforderungen beim Mathematischen Modellieren.

Zur Visualisierung dieses komplexen Anforderungsgefüges wählen wir ein Haus, dessen Fundament die Anwendung der letztgenannten Grundkenntnisse darstellt, dessen Säulen für die Teilprozesse des Modellierens stehen und dessen Dach die übergeordneten Anforderungen des Modellierens symbolisiert (vgl. Abbildung).

## Förderung von Modellierungskompetenzen

Neben der Unterstützung zur Bewältigung konkreter Modellierungssituationen (horizontale Förderkonzepte, z.B. Einsatz von Lösungsplänen in Adamek & Hankeln, 2018) bedarf es auch Konzepte zum sukzessiven Auf- und Ausbau entsprechender Kompetenzen im Verlauf der Schulzeit (vertikale Förderkonzepte). In der Literatur finden sich vor allem für den Sekundarbereich verschiedene Konzepte zur vertikalen Kompetenzförderung. Blomhøj und Jensen (2003) unterscheiden hierbei zwei Arten: Einerseits ließen sich Modellierungskompetenzen durch die Förderung entsprechender Teilkompetenzen fördern und damit gezielt aufbauen (atomistischer Ansatz). Andererseits können die Kompetenzen durch wiederholte Bearbeitung von Modellierungsaufgaben weiterentwickelt werden, die das Durchlaufen aller Modellierungsteilprozesse erfordern (holistischer Ansatz). Brand (2014) konnte im direkten Vergleich der beiden Ansätze keinen generellen Vorteil eines dieser Ansätze zeigen. Eine Kombination der beiden Ansätze könnte

somit gerade für die Primarstufe zielführend sein, wenn hier zunächst Teilkompetenzen aufgebaut und allgemeinere Modellierungskompetenzen angebahnt werden sollen. Für die Primarstufe finden sich in der Literatur bereits Konzepte zur Umsetzung eines holistischen Förderansatzes (z.B. Skutella & Eilerts 2018; Böhm, 2010). Atomistische Förderkonzepte für die Primarstufe stellen dagegen ein Desiderat dar.

### **Der integrative Ansatz**

Ein atomistisches Förderkonzept bietet für den Mathematikunterricht der Primarstufe einen entscheidenden Vorteil: Das Fördern von Teilkompetenzen könnte in den inhaltsbezogenen Unterricht integriert werden. So könnte die oft genannte Hürde des Zeit- und Materialaufwandes verringert und Modellierung(s)kompetenzen verwoben mit den fachlichen Inhalten aufgebaut oder angebahnt werden. Da das Modellieren somit nicht (nur) losgelöst von den übrigen Unterrichtsinhalten behandelt, sondern (auch) gemeinsam mit inhaltsbezogenen Kompetenzen gefördert wird, sprechen wir von einem integrativen Ansatz. Hierfür sollte die Lehrkraft Anlässe zur Förderung von Modellierungskompetenzen in ihrem inhaltsbezogenen Mathematikunterricht wahrnehmen und umsetzen. Um herauszufinden, wie und an welchen Stellen ein solches Integrieren möglich ist, haben wir die inhaltlichen Forderungen der amtlichen Vorgaben (Bildungsstandards und Berliner Rahmenlehrplan) dahingehend untersucht, ob in ihrer Formulierung bereits Anforderungen des Modellierens und seiner Teilprozesse enthalten sind. So wurden beispielsweise im Themenbereich Raum und Form des Rahmenlehrplans Berlin-Brandenburg 21 Vorkommen des Teilprozesses Verstehen und 11 des Mathematisierens identifiziert. Auf Grundlage dieser Ergebnisse können die Lehrkräfte geschult werden, geeignete inhaltsbezogene Aufgaben zu finden und ihr Potential zur Förderung von Modellierung(s)kompetenzen zu nutzen.

### **Ausblick**

Der beschriebene integrative Ansatz wird im Rahmen einer DZLM-Fortbildung zum Thema realitätsnaher Mathematikunterricht an Lehrkräfte der Primarstufe vermittelt. Eine Analyse der Unterrichtsadaptionen soll anschließend Erkenntnisse darüber liefern, auf welche unterschiedlichen Weisen der Ansatz realisiert werden kann und welche Inhalte und Materialien der Fortbildung hierbei als hilfreich eingeschätzt und genutzt werden. So werden die Lehrkräfte selbst zu Forschenden. Im Sinne eines Design-Based Research Cycles, werden Rückschlüsse auf die Theorie zum integrativen Ansatz gezogen und die Fortbildung weiterentwickelt.

## Literatur

- Adamek, C. & Hankeln, C. (2018). Digitale und strategische Instrumente beim mathematischen Modellieren. Ergebnisse aus dem Projekt LIMo. In *BzMU 2018* (S. 137–140).
- Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence. conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22, 2003.
- Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht. Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter & H. Humenberger (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht. Vom Fach aus und für die Praxis; Festschrift für Hans-Wolfgang Henn zum 60. Geburtstag* (S. 8–23). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren. zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3–12).
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. J. Cho (Hrsg.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (S. 73–96). Cham: Springer Int. Publishing.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe. Am Beispiel einer offenen Modellierungsaufgabe wird gezeigt, wie ein veränderter Unterricht aussehen kann. *mathematik lehren*, 18–21.
- Böhm, U. (2013). *Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern. Tätigkeits-theoretische Analyse des mathematischen Modellierens in der Sekundarstufe I* (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Borromeo Ferri, R. & Blum, W. (2013). Barriers and Motivations of Primary Teachers for Implementing Modelling in Mathematics Lessons. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Hrsg.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 1000–1009). Ankara: METU.
- Brand, S. (2014). *Erwerb von Modellierungskompetenzen. Empirischer Vergleich eines holistischen und eines atomistischen Ansatzes zur Förderung von Modellierungskompetenzen* (Perspektiven der Mathematikdidaktik). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden; Imprint: Springer Spektrum.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and Modelling Competencies in School. In C. R. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling. ICTMA 12* (S. 110–119). Education, Engineering and Economics. Woodhead Publishing.
- Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht. Ergebnisse einer empirischen Studie* (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 30). Zugl.: Hamburg, Univ., Diss., 2003. Hildesheim: Franzbecker.
- Maaß, K. (2018). Qualitätskriterien für den Unterricht zum Modellieren in der Grundschule. In K. Eilerts & K. Skutella (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 5* (S. 1–16). Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Skutella, K., Eilerts, K. (2018). Erfolgreich das Tor hüten. Ein Modellierungskontext für verschiedene Altersstufen. In K. Eilerts & K. Skutella (Hrsg.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 5* (S. 51–64). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)*. (2005) (Beschlüsse der Kultusministerkonferenz). München: Luchterhand.