

„Mathematische Tätigkeiten“ beim Lösen graphentheoretischer Aufgaben in der Grundschule



Carina Rauf | Universität Hildesheim

1 Ausgangslage

aus mathematischer Sicht:

- Die Graphentheorie (GT) ist ein Teilgebiet der diskreten Mathematik.
- Sie stellt eine vergleichsweise junge Disziplin der Mathematik dar, welche in den letzten Jahren sowohl inner- als auch außermathematisch (z. B. Routenplanung), zunehmend an Bedeutung gewonnen hat (vgl. u. a. Botendijk / Schurmacher 1985, S. 1; Büsing 2010, S. V; Eidmann 2004, S. 2 ff.; Harary 1974, S. 9; Leneke 2013, S. 36).

aus didaktischer Sicht:

- Bereits in den 1970er Jahren wurde der GT ein hohes didaktisches Potential (s. 2) zugeschrieben, welches nach wie vor besteht (vgl. Westphal 2006, S. 19 ff. Thies 2002, S. 24 ff.).
- Dennoch ist die GT kein fester Bestandteil schulischer Bildung (in der Grundschule) (vgl. KMK 2004, Niedersächsisches Kultusministerium 2017).
- Zahlreiche Aufgaben und Unterrichtsvorschläge bzw. -versuche zeigen, dass die Umsetzung graphentheoretischer Inhalte sowohl in der Sekundarstufe als auch in der Grundschule möglich ist.
- Kinder haben oft eine positive Einstellung zur GT; verbinden diese aber nicht immer mit Mathematik (vgl. Lutz Westphal 2006, Windler 2018).

2

Das didaktische Potential

Graphentheoretische Aufgaben ermöglichen:

- Anregung zur kreativen Auseinandersetzung mit der Mathematik und Förderung problemorientierten, entdeckenden und forschenden Arbeitens; nicht triviale [graphentheoretische] Begründungen ohne Vorwissen auf unterschiedlich hohem Niveau (vgl. Winter 1971, S. 48 ff.).
- „Anwendungsfreudigkeit“, „große Anschaulichkeit“, „weitgestreute Problemfreudigkeit auf jedem beliebigen Niveau“ (Bigalke 1974, S. 6).
- „Mathematisierbarkeit“, „leichte Zugänglichkeit“ und „initiiierende problemlösende Verhalten“ (Kießwetter / Rosenkrantz 1982, S. 5 ff.).
- „leichte Zugänglichkeit“, „Anwendungs- und Lebensweltbezug“, „offenen und frei forschenden Zugang“, „schülerzentriertes und binndifferenziertes Arbeiten“, „selbständiges Entdecken und Forschen“, „schnellen Übergang zwischen den Repräsentationsformen“, „kommunikatives Arbeiten“, „mathematische Argumentationen“ (Lutz-Westphal 2006, S. 65 ff.)
- „zahlreiche Anwendungssituationen“, „anschauliche Modelle“, „Vernetzung zu anderen Bereichen der Mathematik“, „Vernetzung zu anderen Unterrichtsfächern“, „Entwicklung und Anwendung eigener Lösungsstrategien“ sowie „Unterschiedung zwischen „leichten“ und „schweren“ Problemen“ (vgl. Leneke 2011, S. 536f.).

3 Forschungsfrage

Fragestellung: Welche „mathematischen Tätigkeiten“ betreiben Kinder beim Lösen graphentheoretischer Aufgaben?

- „Was“ machen die Kinder beim Lösen graphentheoretischer Aufgaben?
- Lassen sich für die Lösung graphentheoretischer Aufgaben spezielle Charakteristika herausstellen? Wenn ja, welche?
- Welche Hinweise für die Unterrichtspraxis ergeben sich daraus?

4

Methode

- Stichprobe: Geplant ist die Durchführung der Studie mit unterschiedlich leistungsstarken Kindern auf der Jahrgangsstufe 4 aus Niedersachsen
- Methode: Beobachtung mit Leitfadeninterview
- Ablauf: Die Kinder bearbeiten die Aufgaben (s. 5), alleine und ohne Hilfestellung in einer laborähnlichen, aber „natürlichen“ Umgebung. Zu Beginn erfolgt eine kurze Erläuterung der Aufgabe, aber keine Einführung in die Graphentheorie. Die Bearbeitung der Aufgaben wird beobachtet und zur späteren Analyse non-verbaler Handlungen videografisch dokumentiert. Im Anschluss folgt eine mündliche Befragung zu der Bearbeitung der Aufgaben.

5 Aufgabenauswahl

- Grundlage der Aufgabenauswahl bildet eine von Dickhoff (2018) anhand von niedersächsischen Schulbüchern erstellte und auf die Kriterien „Offenheit“, „Erfordernis sozialer Interaktion“, „Angebot von Repräsentationsformen“ und „Lebensweltbezug“ analysierte Aufgabensammlung (vgl. Dickhoff 2018).
- Es wurden „offene Aufgaben mit eindeutiger Ausgangssituation“ (Dickhoff 2018) zu den drei Themengebieten „Kürzeste Wege“ (s. Ab. 1), „Euler-Kreise“ (s. Ab. 2) und „Färbung“ (s. Ab. 3) ausgewählt.
- Die Themenbereiche „Aufsuchen von Wegen in Netzen“ und „Benachbarte Flächen und Färbung von Landkarten“ werden für eine Thematisierung in der (Grund-) Schule als besonders geeignet angesehen (vgl. u. a. Winter 1971, S. 56 ff., Bigalke 1974, S. 7 ff.; Leneke 2013, S. 3 f.).
- Es sind überwiegend Aufgaben zu den Bereichen „Wege“, und „Färbung“ in Schulbüchern/ Unterrichtsvorschlägen zu finden.

Abb. 1: Beispielaufgabe zum Finden „Kürzester Wege“.
(Witzmann / Müller 2017, S.44 f. (Das Zahlenbuch 3))

Abb. 2: Beispielaufgabe zum Finden von „Euler-Kreisen“.
(Neufeld / Saul 2010, S. 49 (Spurkit 4))

Abb. 3: Beispielaufgabe zum Färbn „benachbarter Flächen“.
(Westphal / Westphal 2014, S. 7 (Flur und Flo. 3))

6

Literatur

Bigalke, K. (1974): Graphentheorie in Mathematikunterricht. In: Der Mathematikunterricht, S. 28, 1, S. 1-8.
 Botendijk, S., Schurmacher, H. (Hrsg.) (1985): Graphen in Forschung und Unterricht. Fachschrift K. Wegner, Fachhochschule, Bad Salzbrunn / Frankebeck.
 Büsing, C. (2010): Graphen und Graphentheorie. Aufgaben, Beispiele, Anwendungen. Vieweg.
 Dickhoff, M. (2018): Graphentheoretische Aufgaben in Mathematikbüchern der Grundschule. Unveröffentlichtes Masterarbeit. Hildesheim: Universität Hildesheim.
 Eidmann, R. (2004): Graphentheoretische Grundlagen im Lehrbuch einer Vorlesung über diskrete Mathematik. Universität Wuppertal: Bergische Universität Wuppertal.
 Harary, F., Remelt, M. (2014): Graphentheorie. Eine Einführung. Vieweg.
 Kießwetter, C., Rosenkrantz, K. (1982): Das Problem der verschlungenen Straßen - rechnerische Lösung. In: Der Mathematikunterricht, S. 28, 1, S. 5-26.
 KMK (2016): Mathematik. Lehrplan für die Grundschule. In: Die Mathematik in der Grundschule, S. 17, 1, S. 4-46.
 Leneke, C., Müller, G., Müller, G. (1993): Das Zahlenbuch 3. Stuttgart: Klett.
 Leneke, C. (2011): Graphen als Modell für Wege und Routenplan in Mathematikunterricht. In: Der Mathematikunterricht, S. 28, 1, S. 3-8.
 Lutz Westphal, K. (2006): Kreative Aufgaben, Inhalte und Methoden für einen erweiterten Mathematikunterricht. Dissertation. Berlin: Tü Books.
 Müller, G. (2002): Brauchbare Graphentheorie. Vieweg.
 Niedersächsisches Kultusministerium (2017): Kerncurriculum für die Grundschule. Schuljahrgänge 1-4. Mathematik. Hannover: Leibniz.
 Thies, S. (2002): Zur Bedeutung einzelner Arbeitsschritte im Mathematikunterricht. PhD These, Universität Göttingen.
 Windler, M. (2018): Der Einfluss graphentheoretischer Konzepte im Mathematikunterricht der Grundschule auf psychologische Schulleistungen und Schülerleistungen. Dissertation. Hildesheim: Universität Hildesheim.
 Winter, H. (1971): Graphentheorie. In: Die Mathematik in der Grundschule, S. 17, 1, S. 4-46.
 Witzmann, G., Müller, G., Müller, G. (1993): Das Zahlenbuch 3. Stuttgart: Klett.

Kontakt:
Carina Rauf - carina.rauf@uni-hildesheim.de
Institut für Mathematik und Angewandte Informatik | Abteilung Didaktik der Mathematik 1

Betreuerinnen:
Prof. Dr. Barbara Schmidt-Thieme (Universität Hildesheim)
Prof. Dr. Brigitte Lutz-Westphal (FU Berlin)