

Der Vergleich bayrischer CAS- und Nicht-CAS-Abituraufgaben

Das Abitur wird in Bayern zentral gestellt. Es umfasst neben einem hilfsmittelfreien Teil auch einen Teil, der je nach gewählter Variante mit wissenschaftlichem Taschenrechner oder mit Computeralgebrasystem (CAS) bearbeitet wird. In den ersten Jahren (2012 und 2013) waren die beiden Varianten des Abiturs (mit bzw. ohne CAS) strukturell weitestgehend identisch und stark an der traditionellen Kurvendiskussion orientiert. Die Unterschiede bezogen sich häufig darauf, dass im Abitur mit CAS feste Zahlen durch variable Größen ersetzt wurden. Im Jahr 2014 hob sich eine der beiden Aufgabengruppen in Analysis im Abitur mit CAS durch einen beinahe durchgängig angesprochenen Realitätsbezug von den Vorjahren ab. Auch in der anderen Aufgabengruppe war ein stärkerer Realitätsbezug als in den Vorjahren festzustellen. Dies motivierte die Vermutung (und Hoffnung), dass sich die Abituraufgaben des Abiturs mit CAS in den folgenden Jahren durch einen höheren Modellierungsbezug sinnvoll mit Sachzusammenhängen auseinandersetzen würden. Dieser Beitrag möchte aus dieser Perspektive einen Einblick in die Analysisaufgaben der Abiturjahrgänge 2012 bis 2017 gewähren, der in diesem Rahmen allerdings nicht ausschöpfend sein kann.

Untersuchungsgegenstand und Fragestellungen

In diesem Beitrag werden auf folgende Merkmale der Aufgaben eingegangen: 1) Wie stark werden Sachzusammenhänge in den verschiedenen Abiturvarianten angesprochen? 2) Welche Modellierungsteilschritte werden dabei gefordert bzw. angesprochen?

Zur Beantwortung dieser Fragen werden aus den Jahren 2012 bis 2017 die Abiturangaben aus den Varianten mit bzw. ohne CAS – dabei jeweils die Aufgabengruppe 1 und 2 – analysiert. Gewichtungen werden dabei anhand der jeweils zu erreichenden Punktezahl (Bewertungseinheiten; maximal sind 40 BE im Analysis-Teil aller Abiturvarianten erreichbar) vorgenommen. Zur Untersuchung der zweiten Forschungsfrage wird ein Modell von Maaß (2010; Classification Scheme for Modelling Tasks) herangezogen. Die Aufgabe wird unter dem Gesichtspunkt „Focus of modelling activity“ analysiert und klassifiziert. Da nicht davon ausgegangen werden kann, dass der gesamte Modellierungsprozess Inhalt einer Prüfungsaufgabe ist, werden hier im Beitrag nur die folgenden Kategorien unterschieden: Verstehen der Situation, Erstellung eines Realmodells, Mathematisierung, innermathematisches Arbeiten, Interpretieren, Validieren (vgl. Maaß 2010, S. 296). Eine

elaboriertere Analyse muss daran noch angeschlossen werden, um der Komplexität der Abituraufgaben Rechnung zu tragen. Ausgewertet wurde pro Aufgabenoperator. Jedem wird zugeordnet, welche Modellierungsteilprozesse durch die Aufgabenstellung gefordert werden.

Wie stark werden Sachzusammenhänge angesprochen?

Zur Beantwortung dieser Frage wurden die Abituraufgaben dahingehend analysiert, ob in einer Teilaufgabe explizit auf den Sachkontext Bezug genommen wird und wie viele BE damit erreicht werden konnten. Die Analyse dieser Gewichtungen ergibt, dass in den Abituraufgaben aus dem Zeitraum 2012 bis 2017 mit CAS im Durchschnitt 21,33 Bewertungseinheiten (ca. 53 % der Gesamtpunktezahl) auf Aufgaben mit Realitätsbezug entfallen. In der Variante ohne CAS sind dies nur 14,42 Bewertungseinheiten (ca. 29 %). Hier schließt sich die Frage an, zu welchem Grad die Realitätsbezüge auch Modellierungsteilprozesse abbilden.

Modellierungsteilprozesse

Zur Untersuchung der zweiten Forschungsfrage wurden die Abiturangaben hinsichtlich der in ihnen besonders angesprochenen Modellierungsteilprozesse untersucht. Dies bezieht sich primär auf Teilschritte des Modellierungskreislaufs (vgl. Maaß 2010). Zu den Teilkompetenzen, die nicht zu einem spezifischen Modellierungsschritt gehören und bisher nicht berücksichtigt werden konnten, gehören vor allem das Argumentieren in Bezug auf den Modellierungsprozess und metakognitive Kompetenzen (vgl. Maaß 2010, S. 290). Für das Abitur mit CAS ergeben sich aus einem erweiterten Modellierungskreislauf für den Einsatz digitaler Werkzeuge (Siller & Greefrath 2010, Greefrath & Weitendorf 2013) noch weitere Teilschritte (z.B. Übersetzung des mathematischen Modells in Computersyntax). Hier ist jedoch festzustellen, dass in keiner Aufgabe aus dem Abitur mit CAS der Einsatz des Werkzeugs explizit angesprochen wird. Implizit werden selbstverständlich Bedienkompetenzen mit abgeprüft.

Verstehen der Situation wurde nur implizit im Sinne des Verstehens eines Textes mit Sachbezug (unbekannte Begriffe und Sachverhalte) angesprochen. Das *Erstellen eines Realmodells* wurde ebenfalls nie von den Schülerinnen und Schülern verlangt. Dies könnte daran liegen, dass die dazu häufig nötige Kreativität in einer Prüfungssituation – unter anderem aus Zeitgründen – nicht erwartet werden kann. Die *Mathematisierung* einer Situation wurde – natürlich in einem entsprechend engen Rahmen – nur einmal im Abitur ohne CAS und nur viermal im Abitur mit CAS verlangt. Der Schwerpunkt der Aufgaben liegt in beiden Varianten auf dem *mathematischen Arbeiten*. Bei der Analyse wurde unterschieden, ob eine Aufgabe in einem

Sachzusammenhang gestellt wurde oder nicht. Zusammengefasst lag das arithmetische Mittel des prozentualen Anteils des mathematischen Arbeitens im Abitur ohne CAS bei etwa 79 % und jenes im Abitur mit CAS bei 77 %.

Validierungen wurden nur in 5 Jahrgängen des Abiturs mit CAS (3 Jahrgängen des Abiturs ohne CAS) angesprochen. Dies bezog sich zumeist darauf, dass gegebene mathematische Modelle auf die Erfüllung von gegebenen Bedingungen der Situation überprüft werden sollten. Im Abitur mit CAS wurde an einer Stelle auch eine kritische Auseinandersetzung mit einer Modellierung gefordert. Dabei wurde zunächst ein Streckenzug verwendet, um die Länge eines geschwungenen Bootskiels näherungsweise zu bestimmen. Dann sollte geometrisch argumentiert werden, warum die tatsächliche Länge größer ist (vgl. Abb. 1).

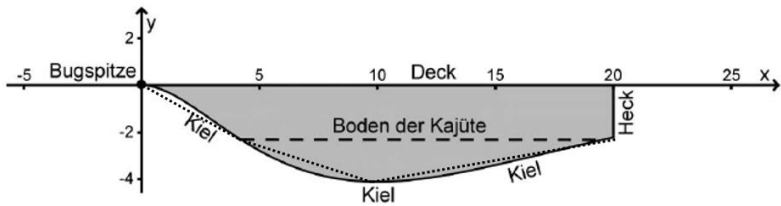


Abb. 1: Beispielaufgabe kritische Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Modellen (Jahr 2017)

Auch diese Aufgabe fokussierte im Abitur allerdings trotz Sachbezug stark auf das für die Validierung nötige mathematische (Vor-)Arbeiten. Eine tiefergreifende Auseinandersetzung mit Sinn und Güte von (groben) Näherungen wurde nicht verlangt.

In der folgenden Übersicht ist knapp die Anzahl der Aufgaben dargestellt, die in den jeweiligen Abituraufgaben (Jahr, ohne CAS / mit CAS, Aufgabengruppe 1 / 2) Mathematisieren, Mathematisches Arbeiten, Interpretieren und/oder Validieren gefordert haben.

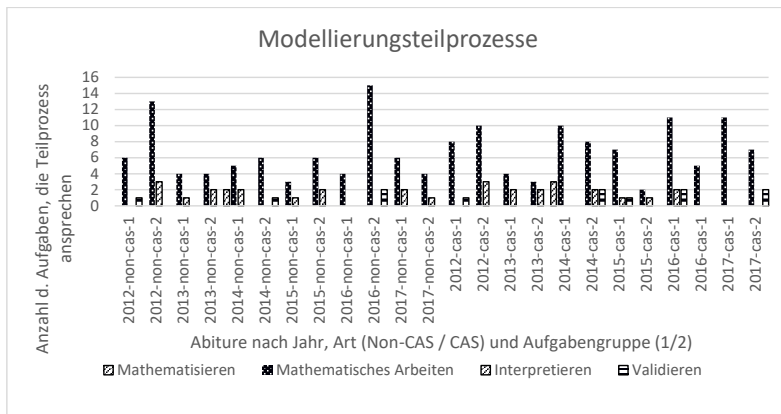


Abb. 2: Modellierungsteilschritte

Hinsichtlich dieser Modellierungsteilprozesse unterscheidet sich das Abitur mit CAS über den betrachteten Zeitraum hinweg kaum von jenem ohne CAS: mathematisches Arbeiten wird am stärksten gefordert, während die anderen Teilprozesse nur in wenigen Aufgaben angesprochen werden. Diese Ergebnisse lassen die Frage aufkommen, ob die Abituraufgaben Modellierungskompetenzen ausreichend und in einer angemessenen Art abbilden.

Ausblick

Die hier dargestellte Analyse kann selbstverständlich nur einen kurzen Einblick darstellen, insbesondere da jedes Jahr nur ein Abitur (2 Varianten mit je 2 Aufgabengruppen) gestellt wird, was das Treffen quantitativer statistischer Aussagen über die bisherige Entwicklung nur bedingt zulässt. Dennoch scheint der Eindruck berechtigt, dass im Hinblick auf die Abbildung und das Abprüfen von Modellierungskompetenzen noch Steigerungen möglich und nötig sind. Das Abitur sollte doch dem Anspruch genügen, zwischen einzelnen Jahren und Aufgabengruppen vergleichbar zu sein.

Literatur

- Blum, W. & Leiss, J. (2007). Modellierungskompetenz – Vermitteln, Messen & Erklären. In Beiträge zum Mathematikunterricht. S. 312 – 315.
- Greefrath, G. & Weitendorf, J. (2012). Modellieren mit digitalen Werkzeugen. In Borromeo Ferri, R. et al. *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. Wiesbaden: Springer. DOI 10.1007/978-3-658-01580-0
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal für Mathematikdidaktik*, 31, 285-311. DOI 10.1007/s13138-010-0010-2
- Siller, H.-S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical Modelling in Class Regarding to Technology. *Proceedings of CERME 6*, 2136 – 2145.