

# Förderung des Aufbaus von Größenvorstellungen für Bruchzahlen zu Beginn der Sekundarstufe – behaviorale Effekte und neuronale Korrelate

Johannes Rosenkranz<sup>1</sup>, Andreas Obersteiner<sup>1</sup>, Johannes Blöchle<sup>2</sup>, Thomas Dresler<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Pädagogische Hochschule Freiburg

<sup>2</sup> Universität Tübingen

Eine repräsentative Erhebung unter 13-jährigen SchülerInnen ergab, dass 76% der Probanden offenbar keine tragfähige Größenvorstellung für diese Bruchzahlen aufgebaut hatten (Carpenter et al., 1980).

$\frac{12}{13} > \frac{2}{3}$	<input type="checkbox"/> 1	7%
	<input type="checkbox"/> 2	24%
	<input type="checkbox"/> 19	20%
	<input type="checkbox"/> 21	27%
	<input type="checkbox"/> weiß ich nicht	22%

Auch über drei Jahrzehnte später waren **73%** der Achtklässler einer weiteren Studie nicht in der Lage die Aufgabe richtig zu lösen (Lortie-Forgues et al., 2014).

## Theoretischer Hintergrund

Die Einführung der rationalen Zahlen ist bei Lernenden mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden (Obersteiner et al., 2019).

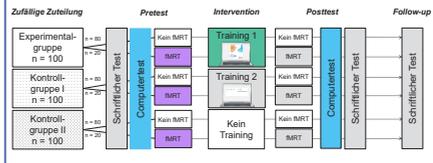
Conceptual Change: Vorstellungsumbrüche bei rationalen Zahlen vs.

Integrated Theory: Numerische Größe als Gemeinsamkeit (Sieglar et al., 2011)

Aufbau von Größenvorstellungen bedeutet die Fähigkeit ein Bruchzahlsymbol mit seiner Größeninformation verknüpfen zu können (= holistische Verarbeitung; nachweisbar durch Distanzeffekt) (Obersteiner et al., 2013).

Förderung von Größenvorstellungen von Brüchen scheint sich positiv auf Bruchrechenfähigkeiten und Mathematikleistung allgemein auszuwirken (Sieglar, 2011; Fuchs, 2013; Hamdan, 2016).

## Design



## Forschungsfragen

1. Können SchülerInnen im sechsten Schuljahr vor bzw. nach einer gezielten Intervention Brüche mental holistisch repräsentieren?
2. Hat eine gezielte Intervention zum Aufbau von Größenvorstellungen von Brüchen positive Effekte auf Fähigkeiten im Bereich Bruchrechnung?
3. Was sind die neuronalen Korrelate der Bruchzahlverarbeitung bei SchülerInnen im sechsten Schuljahr und lassen sich Effekte eines Trainings zum Aufbau von Größenvorstellungen auf neuronaler Ebene nachweisen?

## Testinstrumente (Auswahl)

Bruchvergleichsaufgaben:

Item Set mit 48 Aufgaben mit echten, vollständig gekürzten Brüchen ohne gleiche Komponenten. Kontrolliert für kongruent/inkongruent, Benchmark 0,5, Distanzen zwischen den Brüchen und ihren Komponenten.

$$\frac{4}{7} > \frac{5}{11}$$

Zahlenstrahlaufgaben:

Zuordnung eines Bruchsymbols zur Position auf dem Zahlenstrahl per Mausclick. Auswertung durch Berechnung des PAE (Per Cent Absolute Error).



## Bruch-Tutor

Der Bruch-Tutor unterstützt den Aufbau von Größenvorstellungen durch einen integrierten kognitiv-psychologischen und mathematikdidaktischen Ansatz. Wesentliche Elemente sind:

- Verknüpfung symbolischer und visueller Darstellungen
- gestufte Hilfsfunktion
- adaptive Aufgabenauswahl

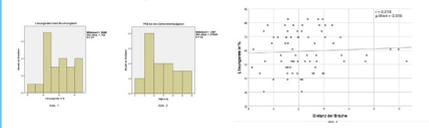
(Rau et al., 2017)

The screenshot shows a task: 'A. Wie markieren Brüche am Zahlenstrahl, um sie zu vergleichen'. It includes a number line from 0 to 1 and a fraction  $\frac{7}{11}$ . The interface features 'Dynamische Repräsentationen', 'Hilfe', 'Adaptive, gestufte Hilfe', and 'Förderung von Strategien'.

## Erste Ergebnisse

Pilotierung der Testinstrumente in einer 6. Klasse (N = 24)

- Die Aufgabenschwierigkeit scheint angemessen.
- Es gibt eine große Varianz bei den Lösungsraten (Abb. 1 & 2).
- Kein Distanzeffekt bei den Bruchvergleichsaufgaben, also offenbar keine holistische Verarbeitung der Brüche (Abb. 3).



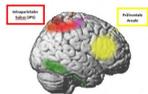
## Gehirnaktivierung (fMRT)

Bisher gibt es keine fMRT-Studien zur Bruchverarbeitung bei Kindern.

Erwarte Ergebnisse:

- Fronto-parietales Netzwerk während Bruchzahlverarbeitung aktiv, keine Distanzeffekte in parietalen Regionen vor der Förderung
- Nach der Förderung: Shift von **frontal** nach **parietal**, Distanzeffekt parietal

(Ansari et al., 2006)



### Kontakt

**STR Johannes Rosenkranz**  
 Kunzenweg 21, KG4 R304, 79117 Freiburg  
 Telefon 0761-682 312  
 Email johannes.rosenkranz@ph-freiburg.de

References  
 Ansari, E., & Dharia, S. (2008). Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during nonverbal magnitude processing: an event-related functional magnetic resonance imaging study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 20, 2020-2030.  
 Carpenter, P., Kover, S., Izard, V., & Feig, S. (2016). Results and Implications of the second NRP Mathematics Assessment. *Secondary School Mathematics*, 2(6), 94-114.  
 Fuchs, D., & Clarke, D. (2018). Improving math literacy: understanding of fractions, number of mathematical operations. *Journal of Experimental Psychology*, 147, 10-2027 [DOI:10.1037/xap0000112].  
 Fuchs, D., & Clarke, D. (2019). Why is learning of fractions and decimal arithmetic difficult? *Developmental Science*, 22, 202-221.  
 Obersteiner, A., & Fuchs, D. (2013). The robust number line and magnitude representations of fractions: implications for expert mathematics. *Journal of Experimental Psychology*, 142, 20-28.  
 Obersteiner, A., Fuchs, D., & Blöchle, J. (2019). Understanding fractions: Integrating results from mathematics education, cognitive psychology, and neuroscience. In A. Norton, B.A. Abbad (Eds.), *Connecting learning, teaching practices from psychology and neuroscience* (pp. 121-162). Cham, Switzerland: Springer.  
 Rau, A., & Blöchle, J. (2017). Using a novel 'number' concept: Principles for effective and 'individual' representations to enhance students' learning about fractions. *20th Mathematics Education*, 48(1), 133-144.  
 Sieglar, R. (2011). Integrating theory of fractions and fraction development. *Cognitive Psychology*.