

### Lernziele des Moduls Lineare Algebra 1<sup>(1)</sup>

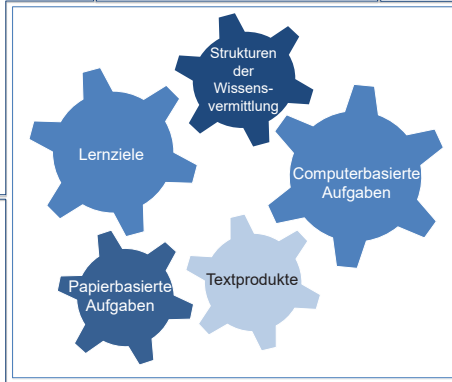
- „Begriffsbildung und grundsätzliche Resultate der linearen Algebra bewältigen“
- „Gegenstände der linearen Algebra vernetzen und gewichten“
- „Argumentieren anhand von Definitionen und Sätzen“
- „Finden und Formulieren einfacher Beweise zu Aussagen der linearen Algebra“
- „Kommunikations- und Präsentationskompetenz“ zu Inhalten der Linearen Algebra
- „Methoden der systematischen und effizienten Wissensaneignung“

### Strukturen der Wissensvermittlung in Lineare Algebra 1

- 4 SWIS Präsenz-Vorlesung, meist dozentenorientiert
- 2 SWIS Präsenzübung, Präsentieren vorbereiteter Aufgaben
- Selbsterlernphasen
  - Bearbeitung von Aufgaben (meist Zulassungskriterium)
  - Nachbereitung der Inhalte (meist nur implizit gefordert)
- Eventuelle freiwillige Zusatzangebote (z.B. Tutorien)

### Computerbasierte Aufgaben

- Grenzen des technischen Systems in der Anzeige und Entgegennahme der Lösungen
- Voraussetzung ist die vollautomatische Auswertung einer Lösung
- Realisierung computerbasierter Aufgaben mit zu papierbasierten Aufgaben identischer mathematischer Handlungsaufforderungen
- Keine ungewollte Vorstrukturierung der mathematischen Handlungsaufforderung durch die Aufgabenstellung
- Bevorzugt wird Freitext/Formel-Eingabe



### Einsatz papierbasierter Aufgaben in Lineare Algebra 1

- Kontinuierliche Beschäftigung mit Themen der linearen Algebra
- Anwendung der in der Vorlesung vorgestellten mathematischen Inhalte
- Abgedruckte fördert Abschreiben bei Nicht-Verstehen
- Wöchentliche erfolgreiche Abgabe als Zulassungskriterium zur Klausur
- „Reinschritt von Übungsaufgaben ... zum Erlernen schriftsprachlicher Normen“<sup>(2)</sup>
- Vorbereitung auf schriftliche Klausur
- Präsentieren der schriftlichen Ausarbeitungen in der Präsenzübung

### Qualität mathematischer Textprodukte<sup>(2)</sup>

- Vollständigkeit
- Verständlichkeit:
  - Argumentative Struktur durch logische Ordnung der Textbausteine
  - sprachliche Korrektheit
- Prägnanz: Konventionen der üblichen Symbolik
- Präzision: Umfang der mathematischen Symbolik (Grad der Formalisierung) versus Prosa

## Realisierung computerbasierter Aufgaben

dozentenorientiert  
alle Themen abdeckend  
vielfältige Aufgabentypen  
verschiedene Schwierigkeitsgrade

Mathematischer Textprodukte sind „ein hochentwickeltes Artefakt, das eine große Informationsdichte auf kleinem Raum erzeugt und dessen verständliche Handhabung eine eigene Expertise erfordert.“<sup>(3)</sup>

### Papierbasierte Aufgabe

Aufgabe 3: Füllen Sie die Lücken des unten angegebenen linearen Gleichungssystems (LGS) so, dass das existierende LGS die folgende Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  hat:

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mid t, s \in \mathbb{R} \right\}$$

Es ist der freie Parameter in der Lösungsmenge:

$$\dots + t \dots + s \dots$$

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  des folgenden linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 8 \\ 2x + y + 2z &= 0 \\ 2x + 2y - 3z &= 7 \\ x - 2y + z &= -6 \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Geben Sie eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und  $b \in \mathbb{R}^3$  an, in der kein Eintrag 0 ist und Vektoren  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  existieren, die  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = b$  lösen.

- $Ax = b$  keine Lösung hat und
- $Ax = b$  genau eine Lösung hat.

### Computerbasierte Aufgabe

Geben Sie die Lücken des unten angegebenen linearen Gleichungssystems (LGS) so, dass das existierende LGS die folgende Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  hat:

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mid t, s \in \mathbb{R} \right\}$$

Es ist der freie Parameter in der Lösungsmenge:

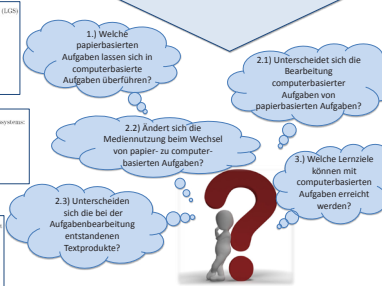
$$\dots + t \dots + s \dots$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 8 \\ 2x + y + 2z &= 0 \\ 2x + 2y - 3z &= 7 \\ x - 2y + z &= -6 \end{aligned}$$

Geben Sie die Lücken des unten angegebenen linearen Gleichungssystems (LGS) so, dass das existierende LGS die folgende Lösungsmenge  $\mathcal{L}$  hat:

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mid t, s \in \mathbb{R} \right\}$$



### Studiendesign: Mixed-Methods-Design

- 1.) Qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring der bestehenden papierbasierten Aufgaben
- 2.1) Einzelfallstudie mit Videoanalyse und Dokumentenanalyse
- 2.2) Einzelfallstudie mit Videoanalyse
- 2.3) Qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring der entstandenen Niederschriften
- 3.) Umfassende stoffdidaktische Analyse papier- und computerbasierter Aufgaben

### Literatur:

- (1) verschiedene Modulhandbücher für den Bachelor-Studiengang an Hochschulen in NRW (Düsseldorf, Essen, Köln, Paderborn)
- (2) Herdich, C. (2019). Alternativen zur "Händchen soll ich, die jetzt aufschreiben?" Oder: gäbe Aufschreiben, Einblättern im Schreibprozess und Schreibförderung. In Parvathi W. & Schneider, J. (Hrsg.) Heraus-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2014 (S. 69-83). Münster: WTM
- (3) Hefendehl-Helberich, L. (2016). Mathematische Wissensbildung in Schule und Hochschule. In Hoppebrock, Biehler et al. (Hg.) 2016 – Lehren und Lernen von Mathematik (Hrsg.) Lehren und Lernen von Mathematik in der Studienbeginnphase. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. Springer Spektrum: Wiesbaden.

Natascha Scheibke

Raum WSIC-N-2.22  
Westfälische  
Theatergasse-Strasse 9  
45127 Essen

Tel. +49 201 183-6987

e-Mail: [Natascha.Scheibke@uni-due.de](mailto:Natascha.Scheibke@uni-due.de)

