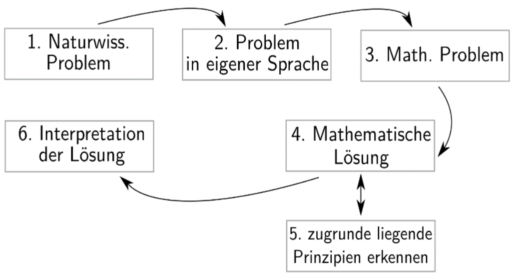
Dorothea STRAUER, Lidia FEIL & Katharina ZWINGMANN, Marburg

Entwurf und Einsatz von Lösungsbeispielen mit Lückentext und Selbsterklärungsaufforderungen in Mathematikveranstaltungen für Studierende der Pharmazie und der Biologie

Problemlage und Fragestellung

Pharmazie- und Biologiestudierende belegen in Marburg verpflichtend im ersten Semester eine Mathematikvorlesung. Für diese Studiengänge spielt die Anwendung von mathematischen Methoden auf naturwissenschaftliche Problemstellungen eine wichtige Rolle, ein streng mathematischer Aufbau dagegen weniger. Daher sind die Aufgaben, die die Autorinnen in ihren Lehrveranstaltungen einsetzen, oft an eine naturwissenschaftliche Anwendung geknüpft. Allerdings scheitern nach unserer Erfahrung die Studierenden oft schon am Verständnis der Problemstellung und kommen gar nicht zum Benutzen der neu erlernten mathematischen Methoden.

Der Übergang von der Anwendung zur Mathematik ist anspruchsvoll. Er wird in Modellierungskreisläufen z. B. bei Blum und Leiß (2005) oder Zöttl und Reiss (2010) verdeutlicht. Auf deren Grundlage und der Erfahrung aus unseren Lehrveranstaltungen haben wir diese Variante erstellt.



Obwohl in unserer Veranstaltungskonzeption sowohl in der Vorlesung als auch in der Übung Beispiele behandelt werden (teils frontal, teils in Arbeitsphasen) und die Studierenden auch überwiegend sagen, dass sie die erarbeitete Lösung „verstehen“, fällt es den Studierenden schwer, diese auf andere Aufgaben zu übertragen, selbst wenn diese aus mathematischer Sicht sehr ähnlich sind. Wir vermuten, dass unsere Studierenden nicht von selbst die Punkte 2 und 5 in unserem Modellierungskreislauf aktivieren, woraus wir unsere Fragestellung entwickelt haben:

1. Wie kann der Übersetzungsprozess zwischen naturwissenschaftlicher Anwendung und Mathematik für Pharmazie- und Biologiestudierende unterstützt werden? Denn für eine Lösung muss das naturwissenschaftliche Problem verstanden und in eigener Sprache formuliert werden können, damit ein geeignetes mathematisches Modell gefunden werden kann.

2. Wie kann die bewusste und aktive Auseinandersetzung mit den mathematischen Methoden gefördert werden? Denn auch in vorgestellten Lösungen müssen die zugrunde liegenden mathematischen Prinzipien erkannt werden, damit sie sich auf andere Aufgaben übertragen lassen.

Hintergrund: Lösungsbeispiele mit Selbsterklärungsaufforderungen

Lösungsbeispiele werden seit den 1950ern verwendet, seit Ende der 1980er insbesondere auch in Mathematik, und in der Psychologie beforscht. Eine Übersicht auch der historischen Entwicklung mit vielen Referenzen ist in Atkinson, Derry, Renkl und Wortham (2000) zu finden. Unsere Entwurfsprinzipien stützen sich auf folgende belegte Effekte: Lösungsbeispiele fördern *Effizienz und Entwicklung von Strategien beim Problemlösen* vor allem bei Anfängern, d. h. beim Problemlösen durch Analogie und durch Entwickeln abstrakter erklärender Regeln. Antizipative und prinzipienbasierte Selbsterklärungen sind erfolgreiche Lernstrategien, welche aber bei den meisten Lernenden durch *Selbsterklärungsaufforderungen methodisch unterstützt* werden müssen. Innerhalb eines Lösungsbeispiels hilft eine *Strukturierung durch Teilschritte und Zwischenziele*, selbst wenn diese nur vorhanden und nicht sinnstiftend bezeichnet vorliegen.

Für den schulischen Mathematikunterricht wurden heuristische Lösungsbeispiele z. B. von Zöttl und Reiss (2010) untersucht, und für die mathematische Hochschulausbildung wurden Lösungsprozesse z. B. von Ableitinger (2012) beforscht. Beide haben aber andere Zielgruppen und andere Probleme als unsere.

Beispiel und Entwurfsprinzipien

In unserem abgebildeten Lösungsbeispiel mit Selbsterklärungsaufforderungen (LB mit SEA) wird eine Problemstellung in kleine Teile zerlegt, deren ausführlicher Lösungsweg mit Lücken versehen ist und mit SEA hinterfragt wird. Sowohl die Lücken als auch die SEA sollen bewirken, dass die Studierenden den Weg aktiv und bewusst durcharbeiten, statt ihn nur zur Kenntnis zu nehmen.

Insgesamt haben wir vier Typen von Lücken verwendet: *Lücken für Fachbegriffe*, durch die die präzise Verwendung und das Einüben der mathematischen Fachsprache geschult werden sollen. *Lücken für eigene oder mathematische Sprache*, welche die Übersetzungsprozesse zwischen naturwissenschaftlicher und mathematischer Fachsprache sowie eigener Sprache fördern sollen. *Lücken im Rechenweg*, die die Studierenden auffordern sollen, die Rechnung aktiv und bewusst nachzuvollziehen. *Lücken an einem „Knackpunkt“*, welche allgemeine Zwischenziele hervorheben sollen.

Die SEA sollen das Üben der Übersetzungsprozesse, das Erkennen der zugrunde liegenden Prinzipien und das Herausarbeiten von Querverbindungen zu anderen Themen fördern. Durch diese als Fragen formulierten SEA soll insbesondere sichergestellt werden, dass die Studierenden nicht nur verstanden haben, was die Lösung des Problems ist, sondern auch wie man vom naturwissenschaftlichen zum mathematischen Problem kommt und schließlich welche Zwischenschritte auf dem Weg erforderlich sind.

Der Wirkstoff A wird im Körper täglich um $2\,\%$ abgebaut. Anfangs befinden sich $300\,\mu g$ im Körper. Der Patient soll jeden Morgen $15\,\mu$g vom Wirkstoff A zu sich nehmen. Geben Sie an, welches diskrete Wachstumsmodell vorliegt, und bestimmen Sie den Wirkstoffgehalt im Körper in den ersten drei Tagen.
Weg: Da der Wirkstoff täglich um denselben .... abgebaut wird und täglich eine .... Menge von $15\,\mu$g hinzukommt, handelt es sich hierbei um exponentielles Wachstum mit konstanter Zunahme. Diese neue Folge nennen wir $(b_n)_n$.

$$\begin{aligned} b_0 &= 300 \\ b_1 &= \underbrace{300}_{=b_0} \cdot 0,98 + 15 = \\ b_2 &= \underbrace{(300 \cdot 0,98 + 15)}_{=} \cdot 0,98 + 15 \approx \\ b_3 &= \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \approx 326,46 \end{aligned}$$

Fragen: [...] (ii) Beschreibt die Folge $(b_n)_n$ die Wirkstoffmenge im Körper direkt vor oder direkt nach der Einnahme?

Erfahrungen aus dem Einsatz in den Lehrveranstaltungen

Seit WS17/18 verwenden wir die LB mit SEA bei Pharmazeuten und Biologen auf verschiedene Weisen: Wir nutzen sie teilweise als *Basis der Vorlesung* mit dem Skript als Nachschlagewerk. Das Lehren der mathematischen Inhalte anhand von Beispielen hat den Vorteil, dass der Einstieg in die mathematische Formelsprache für die Studierenden greifbarer ist als üblich, aber den Nachteil, dass nicht alle fachlichen Punkte unterzubringen sind und auch, dass eventuell der mathematische Aufbau in den Hintergrund tritt. Wenn wir LB mit SEA *anstatt kleinerer Beispiele in der Vorlesung* verwenden, wird die Aktivität der Studierenden in der Veranstaltung deutlich mehr gefördert. Zwar führt der *Einsatz in der Übung* dazu, dass Studierende vermeintlich mehr Zeit als für gewöhnliche Präsenzaufgaben brauchen und deshalb weniger Vielfalt bei der Modellierung kennenlernen, andererseits erhalten sie damit mehr Anleitung für eine mögliche Lösung, die sie dann oft besser auf weitere Aufgaben übertragen können. LB mit SEA *als Hausaufgaben* erfüllen nicht mehr den Zweck „Förderung des Verstehensprozesses", wie es von uns gewünscht ist, sondern haben vielmehr den Charakter eines Abschlusstests, weil der Stoff bis zur Bearbeitung der Hausaufgaben im

Idealfall bereits verstanden sein sollte. Am besten geeignet scheint uns das Konzept einer *Vorlesung mit integrierter Übung*. Hierbei wird skriptbasiert mit Folien der Stoff erklärt, der anschließend in Arbeitsphasen bei den LB mit SEA angewendet und genauer hinterfragt wird. Bei dieser Verwendung erweist sich jedoch die Ergebnissicherung als zeitaufwendig und daher in der notwendigen Umsetzung als schwierig.

Fazit

In Bezug zur ersten Fragestellung haben wir beobachtet, dass die Übersetzungsprozesse in Veranstaltungen ohne Verwendung von Lösungsbeispielen oft mündlich von der Lehrperson vorgestellt wurden, während sie durch die Lückentexte an vielen Stellen schriftlich vorliegen, also leichter nochmal durchdacht werden können. Außerdem wird gezeigt, dass eine vollständige Lösung nicht nur aus Formelmanipulation besteht, sondern auch ein sprachlicher Anteil wie z. B. ein Antwortsatz dazu gehört, sodass die Studierenden angeregt werden, diesen Anteil in ihren Hausaufgaben, in der Klausur und in der weiteren Arbeit als Naturwissenschaftler zu imitieren.

Auch wenn aktives Arbeiten an Aufgaben schon vorher bei den Beispielen in der Vorlesung möglich war, hat es sich durch die Verwendung der Lösungsbeispiele deutlich verbessert, insbesondere beim integrierten Konzept. Auch in der Übung haben sich die kleinschrittigen Lösungsbeispiele bewährt, da erstens die „Angst vorm leeren Blatt“ nicht mehr da ist, zweitens die Diskussion durch nicht eindeutige Lücken angeregt wird und drittens auch weitergemacht werden kann, wenn man an einer Stelle keinen Ansatz gefunden hat.

Literatur

Ableitinger, C. (2012). Typische Teilprozesse beim Lösen hochschulmathematischer Aufgaben: Kategorienbildung und Ankerbeispiele. *Journal für Mathematik-Didaktik, 33(1),* S. 87 - 111.

Atkinson, R. K.; Derry, S. J.; Renkl, A.; Wortham, D. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research. *Review of Educational Research, 70(2)*, S. 181 - 194.

Blum, W.; Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren, 128,* S. 18 - 21.

Renkl, A. (1997). Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science, 21,* S. 1 - 29.

Sweller, J.; Mawer, M.; Ward, M. R. (1983). Development of expertise in mathematical problem solving. *Journal of Experimental Psychology, 95,* S. 455 - 483.

Zöttl, L.; Reiss, K. (2010). Heuristische Lösungsbeispiele. *Der Mathematikunterricht, 56(4),* S. 20 - 27.