

Der Einfluss von Fachwissen auf den Nutzen von Monitoring im Beweisprozess

Prozesse des Beweisens sind oft schwierig, voller Hürden und Hindernisse. Um im Beweisprozess zu erkennen, ob man auf dem richtigen Weg ist, Fehler gemacht hat oder einen Schritt nicht richtig versteht, ist die metakognitive Aktivität des Monitorings wichtig. Durch Monitoring erkannte Schwierigkeiten können aber nur dann gewinnbringend genutzt werden, wenn das notwendige Fachwissen zur Verfügung steht. Dieser Zusammenhang von Monitoring und Fachwissen wird in diesem Beitrag an Beweisprozessen von Lehramtsstudierenden aufgezeigt, die in Paaren versuchten, Aussagen der elementaren Geometrie zu beweisen.

Einleitung

Zum Beweisen ist nach Heinze und Reiss (2003) nicht nur Fachwissen und methodisches Wissen zum Beweisen wichtig. Zu erkennen, ob ein eingeschlagener Weg sinnvoll, zielführend und produktiv ist, ist ebenfalls ausschlaggebend. Diese Fähigkeit wird Metakognition genannt. Im Bereich des Problemlösens ist Metakognition bereits gut erforscht (u.a. Schoenfeld, 1987, 1992), im Bereich des Beweisens gibt es nur wenig Forschung über den Einfluss von Metakognition. Daher beschäftige ich mich in meiner Studie mit Metakognition bei Beweisprozessen von Lehramtsstudierenden und ihren Einfluss auf Erfolg beim Beweisen. Für diesen Beitrag wird Monitoring, ein Teil von Metakognition, besonders betrachtet und der Zusammenhang mit Fachwissen in den Fokus genommen.

Theorie

Umgangssprachlich meint *Metakognition* so etwas wie das Denken über das eigene Denken (Schoenfeld, 1987). Etwas differenzierter kann man Metakognition in zwei Bereiche teilen, das Wissen über Kognition und die Regulierung von Kognition (Schraw, 1998). Zur Regulierung von Kognition gehören verschiedene Aktivitäten, die einem helfen, das eigenen Lernen und Arbeiten zu kontrollieren, und den Bereichen der Planung, des Monitorings und der Evaluation zugeordnet werden können. *Monitoring* umfasst die Kontrolle und Reflexion des eigenen Verständnisses und des eigenen Vorgehens im Prozess, zum Beispiel auch in Beweisprozessen. Auch Heinze und Reiss (2003) sehen neben Fachwissen und methodischem Wissen Metakognition als wichtiges Element für den Beweisprozess.

Nach Wittmann (2014) sind *Beweisprozesse* komplex und bedürfen Kreativität, Problemlösekompetenzen und Frustrtoleranz. Der Beweisprozess ist verschlungen und manchmal wirr, beinhaltet plötzliche Erfolge genauso wie Phasen, in denen man nicht weiß, wie es weitergehen soll. Dies steht im Gegensatz zum fertigen Beweis, dem man die Schwierigkeiten des Beweisprozesses nicht mehr ansieht, da er ordentlich aufgeschrieben ist und nur die ausgearbeitete Argumentation enthält.

Methode

Die Grundlage dieser Studie sind Interviews mit Studierenden des Grundschullehramts im 3. Mastersemester, die eine Vorlesung zur Elementargeometrie gehört hatten. Die Teilnahme war freiwillig. Das halbstrukturierte Interview bestand aus einem Fragenteil zu Beweisen im Allgemeinen und zu eigenen Beweiserfahrungen. Danach sollten die Studierenden nacheinander zwei Aussagen beweisen, deren Beweise mit dem Wissen der Vorlesung möglich waren. Die Studierenden arbeiteten in Paaren an Beweisen zweier Aussagen aus der Elementargeometrie, damit ihre Diskussionen Einblicke in die metakognitiven Aktivitäten erlaubt. Im Anschluss wurden diese Beweisprozesse mit den Studierenden diskutiert.

Nach der Transkription wurden die Interviews nach Schwierigkeiten und Hürden durchsucht, die im Beweisprozess auftreten können. Auffällige Stellen wurden auf Monitoring hin analysiert und mit dem metakognitiven Kategoriensystem von Cohors-Fresenborg und Kaune (2007) kodiert. Das Kategoriensystem ermöglicht es, Monitoringaktivitäten feiner zu differenzieren, da acht Unterkategorien zur Verfügung stehen. Nach der Kodierung wurden die auffälligen Stellen auf den Nutzen des Monitorings hin untersucht. Ein besonderer Fokus lag auf dem Fachwissen, um den Effekt des angenommenen Zusammenhangs zwischen Monitoring und Fachwissen klären zu können.

Ergebnisse

Beweisprozesse verlaufen selten linear. Schwierigkeiten zu haben, stecken zu bleiben oder Ideen zu verfolgen, die nicht zielführend sind, ist normal für diese Prozesse. In den ausgewerteten Beweisprozessen der Studierenden lassen sich vier Hürden finden: *Schleifen*, *Verlängerungen*, *Zirkelschlüsse* und *Irrfahrten*. Im Folgenden werden diese Hürden charakterisiert und in Beziehung zu Monitoring und Fachwissen gestellt. Aufgrund der Seitenbeschränkung ist eine ausführliche Darstellung der Hürden an den Daten leider nicht möglich.

Im Beweisprozess kann es vorkommen, dass Nebendiskussionen geführt werden, die zwar mit der eigentlichen Beweisidee zusammenhängen, aber nicht konstruktiv sind. Werden diese Nebendiskussionen nicht weiterverfolgt, sondern beendet und die ursprüngliche Idee weitergeführt, dann handelt es sich um eine *Schleife*. Das Ende der Nebendiskussion ist durch eine Monitoringaktivität gekennzeichnet. Ob sich die Schleife dann allerdings schließt, liegt daran, ob das Fachwissen vorhanden ist, damit die Nebendiskussion, die als nicht zielführend erkannt wurde, im Anschluss an das Monitoring begründet geschlossen werden kann (siehe Abbildung 1).

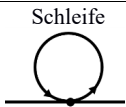
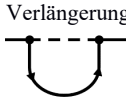
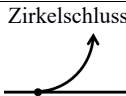
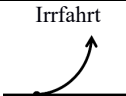
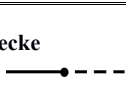
	Hürde	Monitoring	Fachwissen	Beschreibung
Umweg	Schleife 	Ja	Ja	Nebendiskussion, die zur ursprünglichen Diskussion und Beweisidee zurückgeführt wird
	Verlängerung 	Nein (?)	Ja	Nutzung mehrerer Beweisschritte, wenn ein Schritt möglich gewesen wäre
Irrweg	Zirkelschluss 	Ja	Nein	Nutzen von Aussagen, die noch nicht bewiesen sind
	Irrfahrt 	Ja	Nein	Aufgeben einer guten Beweisidee für eine Idee, die nicht zu einem Beweis führt
	Durststrecke 	Nein (?)	Nein (?)	Stellen des Beweisprozesses, an denen man nicht weiterkommt und nichts mehr macht

Abbildung 1: Übersicht über mögliche Hürden im Beweisprozess

Um eine *Verlängerung* im Beweisprozess handelt es sich, wenn ein Teil des Beweises in einem Schritt möglich ist, jedoch in mehreren Schritten gezeigt wird. Hier wurde bis jetzt kein Monitoring gefunden, das erklären könnte, warum eine Gruppe eine Verlängerung macht, eine andere den kürzesten Weg beschreitet. Es wird jedoch vermutet, dass bei den Studierenden so viel Fachwissen vorhanden ist, dass sie nicht in Situationen geraten, in denen Monitoring wichtig für den Erfolg ist, da sie das jeweils notwendige Fachwissen problemlos abrufen können.

Zirkelschlüsse sind schwierig zu erkennen, wenn man sich noch im Beweisprozess befindet. Sie können die Folge von Monitoring sein, wenn das notwendige Fachwissen (und auch logisches Wissen) nicht vorhanden ist.

Wenn kein ausreichendes Fachwissen vorhanden ist, kann es ebenfalls sein, dass man im Beweisprozess eine zielführende Idee aufgibt und stattdessen einer Idee folgt, die nicht zu einem Beweis führt. In diesem Fall befindet man sich auf einer *Irrfahrt*. Auch hier kann eine Monitoringaktivität der Auslöser sein. Aufgrund des fehlenden Fachwissens kann man nicht erkennen, dass die ursprüngliche Idee zielführend und richtig ist, und verwirft sie.

Wenn man sich den Erfolg von Beweisprozessen ansieht, können diese vier beschriebenen Hürden zusammengefasst werden. Schleifen und Verlängerungen sind Hürden, nach denen man sich noch auf dem richtigen Weg zum erfolgreichen Beweis befindet. Sie sind *Umwege* im Beweisprozess. Zirkelschlüsse und Irrfahrten hingegen sind Hürden, bei denen die Ideen nicht zielführend sind und man den Weg zum erfolgreichen Beweis verlässt. Man befindet sich stattdessen auf einem *Irrweg*. Es ist anzunehmen, dass es noch eine weitere Hürde, die *Durststrecke*, geben muss. Durststrecken wären Phasen im Beweisprozess, in denen nicht mehr aktiv am Beweis gearbeitet wird, man nicht weiß, wie man weitermachen soll. Durststrecken wurden bisher nicht in meinen Daten gefunden, möglicherweise, da es sich um eine Interviewsituation handelte, in der die Studierenden annahmen, dass sie nicht ohne Weiteres abbrechen könnten.

Literatur

- Cohors-Fresenborg, E., & Kaune, C. (2007). *Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten beim schrittweise kontrollierten Argumentieren im Mathematikunterricht* (2. überarbeitete Auflage). Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Heinze, A., & Reiss, K. (2003). Reasoning and proof: Methodological knowledge as a component of proof competence. In M. A. Mariotti (Hrsg.), *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 1–10). Bellaria, Italien. Abgerufen von http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME3/Groups/TG4/TG4_Heinze_cerme3.pdf
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition. In A. H. Schoenfeld (Hrsg.), *Cognitive science and mathematics education* (S. 189–216). Hillsdale, New Jersey, USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York, USA: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26(1), 113–125.
- Wittmann, G. (2014). Beweisen und Argumentieren. In H.-G. Weigand, A. Filler, R. Hölzl, S. Kuntze, M. Ludwig, J. Roth, B. Schmidt-Thieme, & G. Wittmann (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 35–54). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.