

Rekonstruktion mathematischer Konzepte als Ausgangspunkt für die Identifikation von Potentialen unterschiedlich medial gestalteter Materialien

Im Fokus stehen die Potentiale von digitalen und nicht-digitalen Materialien für mathematisches Lernen, die gezielt für die Konzeption von Lernumgebungen ausgewählt werden. Aus der Rekonstruktion der sich im Lernprozess zeigenden individuellen mathematischen Konzepte von Grundschüler*innen soll auf das Aktivierungs- und Unterstützungspotential der verwendeten Materialien geschlossen werden. Hierzu werden Lernumgebungen mit gleichem mathematischem Gehalt und gleichem strukturellen Aufbau durch digitale und nicht-digitale Materialien realisiert. Die digitalen Materialisierungen erfolgen im Kontext der beiden für die schulische Anwendung entwickelten Programme TinkerPlots und GeoGebra.

1. Theoretischer Hintergrund

Mathematische Lernumgebungen bieten Kindern einen Lern- und Entdeckungsraum, in dem sie mathematisch aktiv werden können und der ihnen auf unterschiedlichen Lernniveaus einen jeweils individuellen Zugang zum mathematischen Inhalt eröffnet (vgl. Billion & Vogel, 2018). Das Lernen in mathematischen Lernumgebungen wird durch eine Auswahl verschiedener Materialien unterstützt. Dabei nehmen Materialien ganz unterschiedliche Funktionen im Lernprozess ein. Sie können den mathematischen Problemlöseprozess unterstützen (Haug, 2012), diagrammatisches Handeln anbahnen und Zugang zur materialisierten mathematischen Kultur ermöglichen (van Oers, 2014).

Aus lerntheoretischer und konstruktivistischer Perspektive liefert das Material als ein strukturelles Element von Lernumgebungen (Vogel, 2014) Impulse für die Aktivierung und die Weiterentwicklung der mathematischen Konzepte der Lernenden. Bei mathematischen Konzepten handelt es sich um individuelle Vorstellungen, die z.B. in der mathematischen Lernumgebung von den Lernenden zur Bewältigung der mathematischen Herausforderung aktiviert werden (Prediger, 2008; Brandt & Vogel, 2017). Basierend auf dieser theoretischen Annahme wird davon ausgegangen, dass die Rekonstruktion der einzelnen mathematischen Konzepte der Lernenden Hinweise auf das Aktivierungs- und Unterstützungspotential des Materials geben.

2. Ziele der Studie *MatheMat*

Das Projekt *MatheMat* (**M**athematisches Lernen mit **M**aterialien) beschäftigt sich mit dem mathematischen Lernen von Grundschulkindern im Kontext digitaler und nicht-digitaler Materialisierungen (Billion, 2018). Dabei soll das Potential digitaler und nicht-digitaler Materialien untersucht werden und im Hinblick auf Passung von individuellen Lernprozessen von Kindern und deren Begleitung und Förderung sowie zur adäquaten Inszenierung des mathematischen Themas beschrieben werden.

3. Unterschiedlich medial gestaltete Materialien in Lernumgebungen

Zur Umsetzung der formulierten Ziele in der Studie *MatheMat* werden zwei Rahmen-Lernumgebungen konzipiert, deren Teil-Lernumgebungen sich mit Teilaspekten des mathematischen Rahmenthemas beschäftigen. Jede Teil-Lernumgebung wird zum einen durch digitale und zum anderen durch nicht-digitale Materialisierungen realisiert, der mathematische Kern und der Arbeitsauftrag bleibt für die Kinder jeweils konstant.

In der Rahmen-Lernumgebung „Daten einer Grundschulklasse“ werden Daten unter verschiedenen Fragestellungen betrachtet. In der erprobten Teil-Lernumgebung „Sortieren von Daten“ werden metrische Daten klassiert (die Ersterprobung fand im Rahmen von Level statt). So lauten die Ausgangsfragen: „Wie viele Kinder haben eine Körpergröße zwischen 130 cm und 140 cm? Wie viele Kinder sind größer als 140 cm?“. Diese provozieren eine Klassierung der Daten in Körpergrößen zwischen 130 cm und 140 cm und Körpergrößen über 140 cm. Nach der Beantwortung dieser Fragen sollen die Grundschul Kinder eigene Fragen entwickeln, für deren Beantwortung sie eine geeignete Klassifizierung der Daten finden müssen. Als analoges Material werden Holzwürfel und als digitales Material ausgewählte Funktionen innerhalb des Programms TinkerPlots (Konold & Miller, 2011) gewählt. In der digitalen Teil-Lernumgebung werden die in eine Tabelle eingetragenen Daten für den Sortierprozess aus der Tabelle per Drag-and-Drop auf den unteren Rand des Grafikfelds gezogen (Ruppert, 2013). Das Programm erzeugt bei metrischen Daten automatisch eine Klassifizierung der Daten. Passen die generierten Intervalle nicht zur Frage, müssen diese durch Ziehen der einzelnen Datenpunkte im Diagrammfenster von den Lernenden verändert werden (Ruppert, 2013).

Die zweite in *MatheMat* gewählte Rahmen-Lernumgebung „Gehege im Zoo“ beschäftigt sich geometrischen Fragen wie z.B. dem Zusammenhang zwischen Umfang und Flächeninhalt. So thematisiert eine Teil-Lernumgebung die Veränderung des Umfangs einer variierenden Rechtecksform bei gleichbleibendem Flächeninhalt. Für die digitale Materialausgestaltung wird

das Programm GeoGebra (Hohenwarter, 2001) und als nicht-digitale Materialien kongruente Quadratzentimeter-Legeplättchen genutzt.

4. Ergebnisse aus der Pilotstudie „Sortieren von Daten“

Die digital und nicht-digital gestaltete Teil-Lernumgebung „Sortieren von Daten“ wurde jeweils mit einem Lernenden-Tandem der vierten Klasse erprobt. Um die mathematischen Konzepte rekonstruieren zu können, wurde die Peer-Interaktion der Grundschüler während der Arbeit an der Lernumgebung videografiert. Ausgewählte Sequenzen wurden transkribiert und mit Hilfe einer Anpassung der Kontextanalyse, einem Analyseformat der qualitativen Inhaltsanalyse, qualitativ analysiert (Mayring, 2014; Vogel, 2017).

Die Rekonstruktion der mathematischen Konzepte zeigt, dass die Kinder während ihrer Arbeit an der digitalen wie auch nicht-digitalen Lernumgebung den Arbeitsimpuls für das Sortieren der Daten in Datenklassen aufgreifen. Im nicht-digitalen Kontext sind die Grundschulkinder gezwungen die Intervalle selbst zu bestimmen und zu dokumentieren. Dabei ordnen die Grundschulkinder alle Daten den bereits bestimmten Klassen zu, wenn dies nicht möglich ist, wird eine neue Klasse ergänzend hinzugenommen. Diese Eigenschaft wird im Umgang mit dem digitalen Material nicht expliziert, da die Intervalle vorgegeben werden und automatisch alle Daten berücksichtigt sind. Eine Anpassung der Intervalle wird provoziert und damit rückt damit die Thematisierung von Intervallgrenzen und Intervallbreite in den Vordergrund. Gleichzeitig ermöglicht diese Art der Dynamisierung ein Nachdenken über die Entwicklung von weiterführenden Fragen durch die Kinder, die mit dem Material beantwortet werden können. Ein kreativer Umgang mit Daten wird dadurch möglich.

5. Ausblick

Im Projekt *MatheMat* ist geplant die beiden vorgestellten Rahmen-Lernumgebungen in ihrer digitalen und nicht-digitalen Ausführungen auf unterschiedliche Altersgruppen auszudifferenzieren und diese Anpassungen systematisch zu untersuchen. Durch die Fokussierung auf den Lernprozess der Kinder wird u.a. das mathematische Lernen mit digitalen Medien erforscht und weniger die Entwicklung von digitalen Medien. Eine Schwerpunktsetzung die bisher in der mathematischen Lehr-Lern-Forschung zu digitalen Medien noch etwas vernachlässigt ist. Die Herausarbeitung der Potentiale unterschiedlich medial gestalteter Materialien soll der Lehrperson Hinweise für die Wahl geeigneter Materialien in der Begleitung mathematischer Lernprozesse in heterogenen Lerngruppen geben.

„Level – Lehrerbildung vernetzt entwickeln“ wird im Rahmen der gemeinsamen Qualitätsinitiative Lehrerbildung von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen FKZ 01JA1519 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autoren.

Literatur

- Billion, L. (2018). Mathematical Learning Processes with Varying Types of Material Conditioning. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.). *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, p. 207). Umeå, Sweden: PME.
- Billion L. & Vogel R. (2018). Multimedial gestaltete Lernumgebungen – Ein Beispiel aus dem Mathematikunterricht der Primarstufe. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 289 - 292). Münster: WTM-Verlag.
- Brandt, B. & Vogel, R. (2017). Frühe mathematische Denkentwicklung. In U. Hartmann, M. Hasselhorn & A. Gold (Hrsg.), *Entwicklungsverläufe verstehen – Kinder mit Bildungsrisiken wirksam fördern* (S. 207-226). Stuttgart: Kohlhammer.
- Haug, R. (2012). Problemlösen lernen mit digitalen Medien. Förderung grundlegender Problemlösetechniken durch den Einsatz dynamischer Werkzeuge. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Hohenwarter, M. (2001). GeoGebra – Dynamic Mathematics for Everyone. Austria & USA.
- Konold, C. & Miller, C. (2011). TinkerPlots 2.0. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis: theoretical foundation, basic procedures and software solution*. Klagenfurt. <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173> (01.11.2018).
- Oers van, B. (2004). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. E. Fthenakis & P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international. Bildungsqualität im Blickpunkt* (S. 313-330). Wiesbaden: VS.
- Prediger, S. (2008). The relevance of didactic categories for analysing obstacles in conceptual change: Revisiting the case of multiplication of fractions. *Learning and Instruction*, 18, 3–17. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.08.001> (01.11.2018).
- Ruppert, M. (2013). Statistische Zusammenhänge erforschen mit Tinkerplots. In M. Ruppert & J. Wörlner (Hrsg.), *Technologien im Mathematikunterricht: Eine Sammlung von Trends und Ideen* (S. 185–195). Wiesbaden, u.a.: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Vogel, R. (2014). Mathematical Situations of Play and Exploration as an Empirical Research Instrument. In U. Kortenkamp et al. (Hrsg.), *Early Mathematics Learning* (S. 223–236). New York: Springer Science.
- Vogel, R. (2017). “wenn man da von oben guckt sieht das aus als ob ...” die “Dimensionslücke” zwischen zweidimensionaler Darstellung dreidimensionaler Objekte im multimodalen Austausch. In M. Beck & R. Vogel (Hrsg.), *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens. Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKreKi* (S. 16-76). Münster: Waxmann.