

Judith BLOMBERG, Johanna RELLENSMANN,
Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster & Claudia LEOPOLD, Fribourg

Ich weiß, wie eine gute Skizze aussieht – Erste Ergebnisse einer Interventionsstudie zur Förderung des Strategiewissens beim mathematischen Modellieren

Die Förderung der Modellierungskompetenz ist ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts, da Modellieren für die Lebens- und Berufswelt der Lernenden eine besondere Bedeutung hat und darüber hinaus Prozesse der Konstruktion mathematischen Wissens initiieren kann. Eine Möglichkeit, die weltweit bekannten Defizite in der Modellierungskompetenz der Lernenden (Blum, Galbraith, Henn & Niss, 2007) zu überwinden, ist die Förderung von Lern- und Problemlösestrategien, wie z. B. das Zeichnen einer Skizze (Hembree, 1992; Schukajlow, 2011). Leistungsförderliche Effekte selbst erstellter Skizzen wurden in Fallstudien und experimentellen Untersuchungen nachgewiesen, jedoch wird diese Strategie von den Lernenden selten spontan genutzt. Die Aufforderung, eine Skizze zu zeichnen, führt zu widersprüchlichen Ergebnissen hinsichtlich der Wirkung auf die Leistungen (Bock, Verschaffel & Janssens, 1998).

Theoretischer Hintergrund

Modelle der Lernstrategieforschung unterscheiden zwischen statischen (Strategiewissen) und dynamischen (Strategieanwendung) Komponenten. Als *Skizzenwissen* definieren wir spezifisches Wissen über das Erstellen von Skizzen. Dieses umfasst Kenntnisse über Strategiemerkmale und deren Nützlichkeit. Merkmale einer guten Skizze, die sich aus der Passung von realer und dargestellter Problemstruktur ableiten lassen (Ott, 2016), sind (1) die Vollständigkeit der lösungsrelevanten Objekte, (2) die korrekte Darstellung der Beziehungen dieser Objekte zueinander sowie (3) die Beschriftung mit relevanten Zahlen und der Kennzeichnung der gesuchten Größe (Rellensmann, Schukajlow & Leopold, 2017). Diese Qualitätsmerkmale gelten sowohl für situative Skizzen, in denen die in der Aufgabe beschriebenen Objekte bildlich dargestellt sind, als auch für mathematische Skizzen, welche die Objekte abstrakt, z. B. in Form von Strecken oder geometrischen Figuren, abbilden. Rellensmann et al. (2017) konnten einen positiven Zusammenhang von Skizzenwissen und Modellierungsleistung nachweisen, so dass angenommen werden kann, dass die Vermittlung von Skizzenwissen einen Beitrag zur Steigerung der Modellierungsleistung leisten könnte. Daran anknüpfend wird im DFG-Projekt ViMo (Visualisierungen beim mathematischen Modellieren) der Einfluss der Vermittlung von Strategiewissen im

Unterricht auf Strategiewissen und Modellierungsleistungen von Lernenden untersucht.

Fragestellung

Aus den theoretischen Überlegungen ergeben sich zwei zentrale Fragestellungen: Kann Skizzenwissen durch eine unterrichtliche Intervention vermittelt werden? Verbessert sich die Modellierungsleistung von Lernenden durch die Vermittlung von Skizzenwissen?

Methodisches Vorgehen

Stichprobe und Ablauf. An der Interventionsstudie nahmen 461 Lernende (49,2 % weiblich, $M = 14,68$ Jahre) der 9. Jahrgangsstufe von einer Gesamt-, einer Sekundar- und 5 Realschulen teil. Die Lernenden jeder Klasse wurden randomisiert drei Experimental- (EG) und einer Kontrollgruppe (KG) zugewiesen. Am ersten Testtermin bearbeiteten alle Lernenden einen Pretest zum Skizzenwissen, einen Fragebogen zur Erfassung motivationaler Konstrukte bezogen auf das Zeichnen von Skizzen sowie Aufgaben zur Erfassung bereichsspezifischen mathematischen Wissens (Satz des Pythagoras, quadratische Gleichungen). Am zweiten Termin erfolgte eine Intervention getrennt nach Gruppenzugehörigkeit. Am dritten Testtermin bearbeiteten die Lernenden einen Posttest zum Skizzenwissen sowie sechs Modellierungsaufgaben zum Themenbereich Satz des Pythagoras, in denen sie zum Zeichnen einer Skizze aufgefordert wurden. Zwischen den ersten beiden Terminen lagen mindestens 20 Tage und zwischen dem zweiten und dritten Termin ein bis acht Tage. Die Untersuchung wurde von geschulten Masterstudierenden durchgeführt.

Intervention. Die vier Gruppen erhielten getrennt voneinander eine 90-minütige Intervention, die sich hinsichtlich der Art der verwendeten Skizzen unterschied: situative Skizzen (EG_{Sit}), mathematische Skizzen (EG_{Mat}) und beide Skizzenarten (EG_{SitMat}). Die KG erhielt eine Intervention zu Termumformungen, in der keine Visualisierungen verwendet wurden.

Skizzenwissen. Die Erfassung des Skizzenwissens im Prä-Post-Design erforderte von den Lernenden die Bearbeitung von jeweils 16 Items mit acht identischen Ankeritems, die anschließend raschskaliert wurden. In jeder Aufgabe bedurfte es der Einschätzung der Nützlichkeit von jeweils drei situativen und drei mathematischen Skizzen zum Lösen einer realitätsbezogenen Aufgabe (Rellensmann, Schukajlow & Leopold, under review). Die dargebotenen drei Skizzen variierten systematisch hinsichtlich der Vollständigkeit der dargestellten lösungsrelevanten Objekte, der Korrektheit der dargestellten Beziehungen zwischen den Objekten und der Vollständigkeit der Beschriftung mit

den lösungsrelevanten Zahlangaben sowie der gesuchten Größe. Die Einschätzung der Nützlichkeit erfolgte über eine 6-stufige Likert-Skala. Entsprechend der korrekten Rangfolge der Nützlichkeit der drei Skizzen, die aus den Ratings resultiert, wurde ein Code von 0, 1, 2 oder 3 für die Anzahl der korrekten Vergleiche vergeben. Die Reliabilität der Skala ist gut (WLE-Reliabilität .82).

Modellierungsleistung. Die Modellierungsleistung wurde für jede der sechs Aufgaben über eine vierstufige Skala kodiert. Code 0 wurde für ein falsches mathematisches Modell, eine abgebrochene, falsche oder fehlende Lösung vergeben, Code 1 für ein richtiges mathematisches Modell mit falschem und Code 2 mit korrektem mathematischem Resultat. Code 3 wurde vergeben, wenn zudem ein korrektes reales Resultat vorlag. Die Modellierungsleistung wurde mit hinreichender bis guter Übereinstimmung von zwei unabhängigen Ratern doppelt kodiert (Cohen's κ zwischen .67 und .86). Die Reliabilität des Modellierungstests ist ebenfalls gut (Cronbachs $\alpha = .765$).

Erste Untersuchungsergebnisse

Skizzenwissen. Vor der Intervention gab es keine Unterschiede im Skizzenwissen zwischen den Gruppen. Eine ANOVA mit Messwiederholungen in Kombination mit Post-hoc-Analysen zeigte, dass das Skizzenwissen wie erwartet in allen EG von Prä- zu Posttest im Vergleich zur KG signifikant anstieg (vgl. Abb. 1). Die Intervention war in Bezug auf den Erwerb von Skizzenwissen somit erfolgreich. Zwischen den drei EG lassen sich keine Unterschiede im Zuwachs des Skizzenwissens feststellen. Die negative Entwicklung des Skizzenwissens der KG ist möglicherweise motivational bedingt.

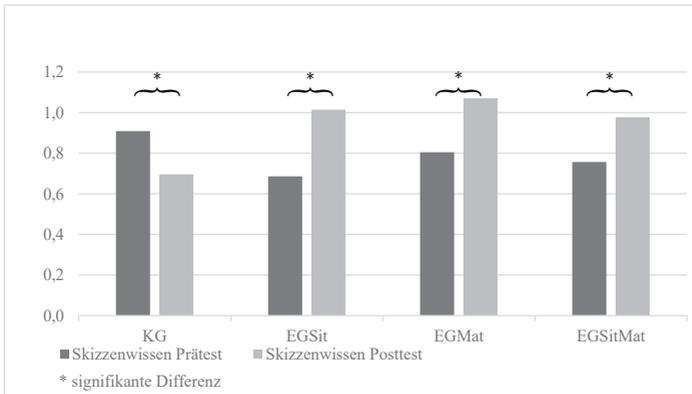


Abb. 1: Skizzenwissen im Prä- und Posttest nach Gruppen (WLE-Schätzer)

Modellierungsleistung. Eine ANOVA mit dem Faktor Gruppe zeigte keine signifikanten Unterschiede in der Modellierungsleistung zwischen den Gruppen.

Diskussion und Ausblick

Die Ergebnisse bestätigen, dass durch die Intervention zu selbst erstellten Skizzen beim mathematischen Modellieren erwartungsgemäß Skizzenwissen vermittelt wurde, wobei keine Unterschiede hinsichtlich der behandelten Skizzenart festzustellen waren. Dieses Ergebnis weist zusammen mit anderen Befunden auf die Eindimensionalität des Konstruktes des Strategiewissens beim Modellieren hin (Rellensmann et al., under review). Entgegen der Erwartung hatte die strategiebezogene Intervention keine signifikanten Effekte auf die Modellierungsleistung. Neben der Komplexität der untersuchten Modellierungsprozesse könnte die Bedeutung der dynamischen Komponente der Strategie, die in der Intervention nicht vermittelt wurde, eine Erklärung sein. Weitere mögliche Einflussfaktoren sind das bereichsspezifische innermathematische Wissen zum Satz des Pythagoras, motivationale strategiebezogene Konstrukte sowie die Skizzenqualität, welche in weitere Analysen einbezogen werden sollten.

Literatur

- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W. & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study* (New ICMI Study Series, vol. 10). New York, NY: Springer Science+Business Media LLC.
- Bock, D. de, Verschaffel, L. & Janssens, D. (1998). The Predominance of the Linear Model in Secondary School Students' Solutions of Word Problems Involving Length and Area of Similar Plane Figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35 (1), 65–83.
- Hembree, R. (1992). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (3), 242–273.
- Ott, B. (2016). *Textaufgaben grafisch darstellen: Entwicklung eines Analyseinstruments und Evaluation einer Interventionsmaßnahme*. Dissertation. Waxmann Verlag.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S. & Leopold, C. (under review). Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometrical modelling problems. *ZDM*.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S. & Leopold, C. (2017). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95 (1), 53–78.
- Schukajlow, S. (2011). *Mathematisches Modellieren. Schwierigkeiten und Strategien von Lernenden als Bausteine einer lernprozessorientierten Didaktik der neuen Aufgabenkultur* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 6). Münster: Waxmann.