

Empirische Studie zu den Modellierungsprozessen in den Jahrgängen 2, 4 und 6

Auch wenn mathematisches Modellieren in der Grundschule fest in den Bildungsstandards und den Lehrplänen der Bundesländer verankert ist, findet es doch im Schulalltag praktisch nicht statt (Blum, 2015). Hierfür wird von den Lehrkräften mit großem Abstand ein Hauptgrund angeführt: Modellieren sei in der Grundschule nicht möglich, da es die Schülerinnen und Schüler überfordere (Maaß, 2018). Ziel dieses Beitrages ist es, zunächst das Modellieren in der Grundschule kurz in der fachdidaktischen Forschung zu verorten sowie dann erste Ergebnisse einer empirischen Studie vorzustellen, welche die Einschätzung der Lehrkräfte widerlegt.

Mathematisches Modellieren in der Grundschule

In der Grundschule ist das Modellieren ein Teilgebiet des Sachrechnens, also der mathematischen Beschäftigung mit der Welt. Spätestens Winter (1994) hat mit seinem „Prinzip zum Erlernen des Sachrechnens“ den Weg zum Modellieren in der Grundschule geebnet. Er sieht im „Sachrechnen als Beitrag zur Umwelterschließung“ die Hauptaufgabe des Sachrechnens. Folgerichtig ist für Winter (1994, S. 13) Modellieren „ernsthafte Sachrechnen“, da nur dort alles, was für das Anwenden wichtig ist, selbst durchgeführt werden muss: „beobachten, beschreiben, sich Daten beschaffen (zählen, messen, befragen, ...), sich ein Bild („Modell“) machen, sich selbst Fragen stellen, nach ähnlichen oder ganz anderen Situationen suchen usw.“

Ärlebäck (2009, S. 343ff.) zeigt, dass „realitätsnahe Fermi-Aufgaben“ eben diese Anforderungen so erfüllen, dass sie bestens als Einführungsaufgaben für das mathematische Modellieren geeignet sind. Modellierungsaufgaben in der Grundschule sollen realitätsnah sein und die Interessen der Grundschulkinder berücksichtigen (Maaß, 2018). Ab welchem Alter Kinder aber realitätsnahe Fermi-Aufgaben als optimale Einstiegsaufgabe für das Modellieren selbstständig lösen können und welche Modellierungsprozesse sie dabei durchlaufen, ist bisher empirisch noch nicht erforscht.

Design der Studie

Ziel der Studie ist eine Tiefenanalyse der Modellierungsteilprozesse von Grundschulkindern mit Fokus auf dem Übergang Realität und Mathematik. Hierzu wurde in einer Vorstudie ein Pool von realitätsnahen Fermi-Aufgaben für die ersten Schuljahre erstellt, der dann in 13 Schulklassen des

2., 4. und 6. Schuljahres¹ gemäß dem Design-Research-Ansatzes weiterentwickelt wurde. Drei verschiedene Aufgaben aus diesem Pool sind Grundlage der qualitativ angelegten Hauptstudie. 24 gleichaltrige Schülerpaare der Klassen 2, 4 und 6 lösen die drei Modellierungsaufgaben als Tandem in einer Laborstudie. Die videographierten Partnerinterviews ermöglichen durch die Kommunikation der Kinder miteinander den Zugang zu ihren Gedanken.

Die Lösungsprozesse werden nach der qualitativen Inhaltsanalyse von Kuckartz (2016) ausgewertet und abschließend typisiert, um die unterschiedlichen Lösungswege beim Modellieren in der Grundschule mit Blick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu systematisieren. Hierbei liegt der Fokus auf den Jahrgangsstufen 2, 4 und 6, so dass auch eine Entwicklung im Laufe der ersten sechs Schuljahre beobachtet werden kann.

Ergebnisse

Eine der Aufgaben der Studie ist die „Smarties-Muffins-Aufgabe“, die auf der Backaufgabe von Katja Maaß beruht. Sie wurde in der Pilotstudie entsprechend den Nachfragen der Kinder in vier Zyklen im Sinne des Design-Research-Ansatzes bis zu diesem Ergebnis weiterentwickelt: „Lina hat Geburtstag. Sie will Muffins für ihre Gäste backen. Die Muffins verziert sie mit Smarties. Wie viele Smarties braucht Lina insgesamt für alle Muffins?“ Als Hilfsmittel bekommen die Kinder eine Smarties-Packung sowie ein leeres Muffinförmchen. Auf dem Arbeitsblatt ist zudem ein Muffin ohne Verzierung sowie eine Smarties-Packung abgebildet.

Zur qualitativen Analyse der Aufgabe wird in diesem Beitrag der Fokus auf die Prozessschritte ‚Bilden des Realmodells‘ und ‚Mathematisieren‘ gelegt. Das Bilden eines Realmodells erfolgt bei Fermi-Aufgaben durch adäquat ausgewählte Annahmen, denn ohne diese ist eine Lösung unmöglich. Konkret bedeutet der Schritt ‚Realmodell bilden‘ bei dieser Aufgabe, dass die Schülerinnen und Schüler Annahmen darüber treffen, wie viele Muffins benötigt werden und wie viele Smarties auf diese Muffins gelegt werden. Nach dem Verstehen der Aufgabe ist dieser Schritt bei vielen Kindern der zweite innerhalb des Modellierungsprozesses. Teilweise vermischt er sich auch mit dem Schritt Mathematisieren. Mathematisieren bedeutet in dieser enaktiv lösbaren Modellierungsaufgabe nicht nur das Aufstellen einer mathematischen Rechnung. Viele Kinder zählen (aus). Somit kommt dem Mathematisieren eine Schlüsselrolle zu. Das Mathematisieren verbindet die abstrakte Mathematik mit der Realität. Bei dieser realitätsnahen Aufgabe rückt die Realität durch die tatsächlich vorhandenen Smarties in den Fokus der

¹ In Berlin gehen die Kinder bis zum 6. Schuljahr zur Grundschule.

Aufgabenlösung. Es wird „nicht nur einfach gerechnet“, sondern die fehlenden Angaben müssen sinnvoll selbst beschafft werden. Das (Ab-) Zählen ist für viele Kinder dabei eine sichere Methode die für sie fehlenden Zahlen zu ermitteln. Nach Bestimmung bzw. Festlegung der „Zahlenwerte“ rechnen die Kinder mündlich oder schriftlich das Ergebnis ihrer selbst aufgestellten Rechnung aus. Sie erhalten ein mathematisches Ergebnis. Diese errechnete Anzahl der benötigten Smarties wird als Endergebnis, teilweise auch im Antwortsatz in die Realität, interpretiert. Das ‚Validieren‘ erfolgt nicht immer als Abschluss des Modellierungsprozesses, um im Misserfolgsfall andere Prozessschritte zu wiederholen, sondern häufig als permanenter Prozess während der Aufgabenlösung. In anderen Fällen fällt das Validieren weg, weil es in den Augen einiger Kinder „nichts zu überprüfen gibt“ oder schlicht vergessen wird.

Aufgrund der obigen Ausführungen liegt die Vermutung nahe, dass der Prozessschritt ‚Bilden des Realmodells‘ zentral beim Lösen von realitätsnahen Fermi-Aufgaben ist. Die Auswertung der Smarties-Muffins-Aufgabe zeigt einen differenzierten Befund. Einige Kinder legten den Schwerpunkt auf das Bilden des Realmodells, andere auf das Mathematisieren. Auch eine Mischung beider Prozessschritte konnte beobachtet werden. Um die unterschiedlichen Herangehensweisen beim Lösen dieser Aufgabe detailliert zu analysieren, folgte die Typisierung der Lösungswege. Es ergeben sich sieben verschiedene Typen:

Typ I: Auspacken und gleichmäßig aufteilen (ohne Zählen)

Typ II: Zählen und gleichmäßig aufteilen (indirekte Teilersuche)

Typ III: Zählen der Smarties und direkte Teilersuche

Typ IV: Treffen einer Annahme und gleichmäßig aufteilen

Typ V: Treffen einer Annahme sowie Zählen und gleichmäßig aufteilen (indirekte Teilersuche)

Typ VI: Realmodell bilden durch selbstständiges Treffen von Annahmen (ohne Smarties zur Hilfe zu nehmen)

Typ VII: Realmodell bilden durch selbstständiges Treffen von Annahmen und Smarties als Hilfe beim Rechnen bzw. Validieren

In der 2. Klasse gibt es keine Tendenz für einen bestimmten Lösungsweg. Alle sieben Typen sind gleichgewichtig vertreten. In der 4. Klasse ist die Suche nach Zahlen zum Rechnen besonders ausgeprägt. Die Kinder wollen unbedingt dividieren und suchen direkt oder indirekt nach Teilern. Möglicherweise, weil das Thema Dividieren ein Kernthema in Klasse 4 ist. Die Schülerpaare aus dem 6. Schuljahr lösen diese Aufgabe ausnahmslos mit direktem

Treffen von Annahmen. Ihr Fokus liegt also einzig auf dem Bilden des Realmodells. Kinder in diesem Alter können insgesamt abstrakter denken als jüngere Schülerinnen und Schüler. Dies zeigt sich auch im gewählten Lösungsweg.

Schlussfolgerung

Die Ergebnisse zeigen, dass Modellieren in der Grundschule bei sinnvoller Aufgabenauswahl die Schülerinnen und Schüler nicht überfordert – wie von vielen Lehrkräften als Gegenargument angeführt. Deshalb können und sollten realitätsnahe Fermi-Aufgaben mit einfachen Zahlenwerten und wie im dargestellten Beispiel ohne eine Größe wie Länge, Zeit oder ähnlichem frühzeitig mit anschaulichem Material, das zu enaktiven Lösungen anregt, eingesetzt werden. So werden die Kinder bereits im 2. Schuljahr an diesen besonderen Aufgabentyp herangeführt. Das frühzeitige Heranführen der Kinder an das Modellieren in der Schuleingangsphase – wie es curricular auch bundesweit vorgesehen ist – bereitet eine konsekutive Einführung komplexer Modellierungsaufgaben im 5. Schuljahr vor. Dort kann dann ein altersgerechtes mathematisches Modell beispielweise mit Flächeninhalt oder Volumen zur Vereinfachung des Realmodells der Unterrichtsgegenstand sein. Das Realmodell bilden ist also in der Grundschule erlernbar und somit hilfreich für das Modellieren in den weiterführenden Schulen.

Literatur

- Ärlebäck, J. B. (2009). On the Use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in School. *The Mathematics Enthusiast*, Vol. 6, no. 3, 331-364.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In S. J. Cho (Hrsg.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education – Intellectual & Attitudinal Challenges*, 73-96. New York: Springer.
- Kuckartz, U. (2016). Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung. 3. überarb. Auflage. Weinheim: Beltz Juventa.
- Maaß, K. (2018). Qualitätskriterien für den Unterricht zum Modellieren in der Grundschule. In Eilerts, K. und Skutella, K. (Hrsg.). *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 5*. Berlin: Springer.
- Winter, H. (1994). Modelle als Konstrukte zwischen lebensweltlichen Situationen und arithmetischen Begriffen. In: *Grundschule 3 / 1994*. 10-13.