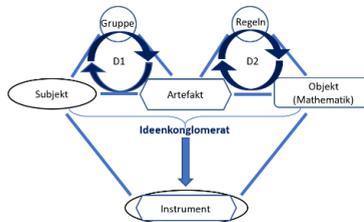


Digital oder real – was macht den Unterschied beim Einsatz einer Simulation?

Lernen mit digitalen Werkzeugen ist nicht nur eine Aufgabe mit Blick auf die sog. Digitalisierung, sondern vor allem auch bezogen auf die Gestaltung von Prozessen zum Lernen von Mathematik. Doch wie können solche Lernprozesse initiiert, beobachtet und analysiert werden? Ausgehend vom ACAT-Modell (Etzold, Kortenkamp & Ladel, 2018) werden Gemeinsamkeiten und spezifischen Unterschiede beim Einsatz digitaler Simulationen unter Berücksichtigung des Ansatzes der instrumentellen Genese, speziell des Begriffs des Ideenkonglomerats (van Randenborgh, 2018) herausgearbeitet.

Das ACAT-Modell und der Begriff des Ideenkonglomerats

Das ACAT-Modell macht deutlich, dass es *zwei Dreiecksbeziehungen* gibt, nämlich zwischen Artefakt-Mathematik-Regeln (D1) und zwischen Artefakt-Subjekt-Gruppe (D2). Dabei steht das Artefakt im Zentrum und damit auch zwischen dem Subjekt und der Mathematik. Entscheidend ist nun, wie es zu einem vermittelnden Artefakt für das Subjekt werden kann. Hier ist der *Begriff des Ideenkonglomerats* weiterführend. Dieser Ansatz geht davon aus, dass es in einem mathemathikhaltigen Gegenstand zwei Arten von Ideen gibt, die zu einem Ganzen verwoben sind. Zum einen gibt es *gegenständliche Ideen*: die Einsatzidee, mechanisch-technische Idee und mathematische Idee. Diese sind im Artefakt vorhanden und können als Verbindungen des Artefakts in der ersten Dreiecksbeziehung gesehen werden. Zum anderen gibt es *personale Ideen*. Diese werden in der Auseinandersetzung mit dem Artefakt gebildet: die Nutzungs- und Erklärungsideen des Subjekts. Die didaktische Idee und die kulturell-historische Idee können als Nutzungs- und Erklärungsideen der Vergangenheit angesehen werden. Die Nutzungs- und Erklärungsideen werden innerhalb des zweiten Dreiecksverhältnisses gebildet. Nun kann das Artefakt zu einem *vermittelnden Artefakt* werden. Geschieht dieses, dann bildetet sich – nach der Theorie der instrumentellen Genese – in einem wechselseitigen Beeinflussungsprozess ein Instrument. Diese Aspekte sollten im ACAT-Modell noch dargestellt werden. Die *Abbildung* zeigt eine entsprechende Modifikation und Ergänzung.



Ein Artefakt kann ein digitaler oder realer Gegenstand sein. Die Lernprozesse sind je nach eingesetztem Artefakt verschieden. Doch gibt es spezifische Gemeinsamkeiten und Unterschiede?

Lernprozesse beim Einsatz einer digitalen Simulation

Bei einer Untersuchung des Unterrichtseinsatzes von realen und digitalen Zeichengeräten (van Randenborgh,2015), waren die *wichtigsten Gemeinsamkeiten*, dass bei beiden Modellarten bestimmte Beschäftigungsphasen der Lernenden und besondere Zeichenebenen auftraten. Mit Hilfe des Konzeptes der semiotischen Vermittlung (vgl. Bartolini Bussi & Mariotti,2008) konnten Artefakt-, Schlüssel-, Instrument- und Mathematikzeichen unterschieden werden (van Randenborgh,2015). Bei der beobachteten Zeichengene-
nese spielten die *Zwänge, Grenzen und Möglichkeiten* des jeweiligen Artefakts eine entscheidende Rolle. Eine genauere Abgrenzung der Begriffe zueinander findet sich in van Randenborgh (2018).

Die *wichtigsten spezifischen Unterschiede* beim Einsatz einer digitalen Simulation waren, dass die Sprache der Lernenden teilweise von der dynamischen Geometriesoftware (DGS) geprägt war (z.B. „Spur“, „Schieber“ etc.) und es unterschiedliche Vorstellungen davon gab, was das zu untersuchende Artefakt überhaupt sei. Es war also nicht selbstverständlich, dass die Lernenden das zu untersuchende Artefakt als eine digitale Simulation auffassten. Hilfreich war es, wenn sie Vorstellungen davon entwickelten, wie bestimmte Bestandteile der digitalen Simulation real bzw. physisch aussehen würden. Ein Abgleich real-digital führte auch zu Erklärungen für bestimmte Phänomene der DGS (siehe van Randenborgh,2015, S.127ff). Für beide Modellarten war es jedoch entscheidend wichtig, Zwänge, Grenzen und oder Möglichkeiten zu untersuchen. Wurde die Zwänge als solche wahrgenommen und erklärt, konnten die Lernenden zur im Artefakt verborgenen Mathematik gelangen. Hierdurch wird eine Gestaltungs- und Analysemöglichkeit für Lernumgebungen mit (digitalen) Simulationen sichtbar.

Das T-C-M-Modell: Teaching-Constructing-Mediating mathematics

Mit Blick auf das *Unterrichten (teaching)* mit einer digitalen Simulation, um Mathematik zu lernen, sind also die folgenden Aspekte bezogen auf das Verhältnis real-digital wichtig: Zum einen können die *Grenzen und Möglichkeiten* verschieden sein. Das bedeutet, dass es hier Unterschiede zwischen verschiedenen realen Modellen und auch zwischen einem realen und einem digitalen Modell geben kann. Dieser Aspekt bestimmt die Bauart oder das Aussehen des Gegenstandes. Zum anderen müssen die Zwänge jedoch die gleichen sein. Denn diese sind für die Funktionsweise verantwortlich (vgl. van Randenborgh,2018). Die Zwänge führen zur verborgenen Mathematik des Artefakts. Daher ist es erforderlich, dass die Lernenden diese weiter untersuchen und erklären können. Diese Aspekte bedeuten für die Gestaltung einer Lernumgebung, die eine *Simulation als vermittelndes Artefakt* ins Zentrum der Schüleraktivitäten setzt, dass von einem *doppelten*

Konstruktionsprozess (constructing) auszugehen ist. Der erste und grundlegende ist der des Lehrenden, der das im Unterricht einzusetzende Artefakt kreiert. Dabei kann man sich den Ablauf in etwa so vorstellen: Ausgangspunkt ist beispielsweise eine (historischen) Abbildung oder das Finden eines Gegenstandes, einer App oder einer Konstruktion mit einer DGS etc. Beim vorgefundenen Material untersucht der Lehrende es auf die darin verborgene Mathematik. Er findet Zwänge, Grenzen und Möglichkeiten. So kann er - zumindest prinzipiell - die Einsatzidee, mechanisch-technische, mathematische und kulturell-historische Idee des Artefakts aufdecken. Bei seiner Ideenkonglomeratbildung wird das Artefakt auch zu einem Träger einer didaktischen Idee. Denn das Artefakt soll anschließend im Unterricht mit einem entsprechenden Ziel und einer bestimmten Absicht eingesetzt werden. Möglicherweise wird das vorgefundene Artefakt auch weiterentwickelt oder führt zur Erfindung eines veränderten, neuen Artefakts. Mit dem Unterrichtseinsatz beginnt der zweite Konstruktionsprozess. Die Lernenden untersuchen das Artefakt und stoßen auf bestimmte Grenzen und Möglichkeiten sowie auf besondere Zwänge. Im Rahmen dieser Beschäftigung finden die Schülerinnen und Schüler -zumindest prinzipiell- die Einsatzidee, mechanisch-technische und mathematische Idee. Sie stellen Zusammenhänge her und entwickeln eigene Nutzungs- und Erklärungsideen. Hierhin gelangen sie durch das Aufdecken von Grenzen, Zwängen und Möglichkeiten. Das weitere Untersuchen und Erklären der Zwänge führt sie zur verborgenen Mathematik. Auf diese Weise bilden sie ihr Ideenkonglomerat und aus dem ursprünglichen Artefakt wird ein Instrument der Wissensaneignung. Bei beiden Konstruktionsprozessen geht es um die Vermittlung von Mathematik. Der Lehrende setzt sein Ideenkonglomerat als ein Instrument der Wissensvermittlung ein. Für die Lernenden ist dieses aber zunächst bloß ein Artefakt. Es kann zu einem Instrument der Wissensaneignung für die Lernenden werden, wenn das *Artefakt zu einem Mathematik vermittelnden Artefakt (mediating mathematics)* geworden ist.

Stufen des Simulationsseins – Mathematiklernen mit einem Artefakt

Ist der Gegenstand, der zu einem vermittelnden Artefakt werden soll, eine digitale Simulation, dann lassen sich *drei Stufen, Stadien bzw. Zustände des Simulationsseins* unterscheiden. Denn eine Simulation ist für ein Subjekt (z.B. Schüler) nicht automatisch gegeben, auch nicht dadurch, dass sie im Unterricht vom Lehrenden den Lernenden gezeigt wird. Eine Simulation entsteht vielmehr erst in der Beschäftigung des Subjekts mit dem Artefakt. Die *erste Stufe des Simulationseins (Artefaktstufe)* ist die der *Simulation von einem Gegenstand*. Um hierhin zu gelangen, durchlaufen Lernende einen Weg, der mit einer anfänglichen Beschäftigung mit dem Artefakt beginnt. Denn es

weckt durch seine Präsenz Neugier, lenkt die Aufmerksamkeit und hat einen Aufforderungscharakter. Dieses fasse ich unter der Bezeichnung „artifact confronts subject“ zusammen. Die hierdurch ausgelöste Tätigkeit der Lernenden führt dazu, dass sie ein *mentales Modell des Artefakts* entwickeln. Die an dieser Stelle stattfindende Aktivität der Lernenden mit dem Artefakt ist im Wesentlichen ein Ausprobieren und Entdecken der gegenständlichen Ideen. *Das Modellbilden stellt somit eine Reduktion dar.* Die hier stattfindenden Prozesse fasse ich mit „activity with the artifact“ zusammen. Es beginnt die Bildung des Ideenkonglomerats der Lernenden, indem sie einzelne gegenständliche Ideen finden und untersuchen. Insgesamt findet ein Prozess statt, der als „Constructing idea-conglomerates“ bezeichnet werden kann. Haben die Lernenden *das Artefakt über ihr mentales Modell als Simulation erfasst*, können sie dieses weiter untersuchen. Sie stellen dann Verbindungen zwischen den Ideen her und verknüpfen die einzelnen Ideen. Auf diese Weise bilden sie ihre eigenen Nutzungs- und Erklärungsideen (personale Ideen). Bei diesem „building of personal ideas“ werden ihnen Grenzen, Zwänge und Möglichkeiten des Artefakts bewusst. Werden die Zwänge als Zwänge, d.h. als Notwendigkeit für die Funktionsweise des Artefakts erkannt, dann erreicht das Simulationsein eine neue Stufe. Das *Artefakt* wird nun *als* eine *Simulation von Mathematik* (2. Stufe: *Modellstufe*) erfasst. Werden die Zwänge untersucht und erklärt, kann man sagen, dass es sich um eine „Discovery of the artifact as a mediator of mathematics“ handelt, da die dem Artefakt zugrundeliegende Mathematik erkannt wird. Das führt zu der 3. Stufe des Simulationsseins: Das *Artefakt* kann nun *als* eine *Simulation für Mathematik* (*Simulationsstufe*) aufgefasst werden. Dieses kann dazu führen, dass Veränderungen am Artefakt vorgenommen werden. Das Artefakt ist nun zu einem Instrument der Wissensaneignung für die Lernenden geworden. Werden *Lernwege reflektiert*, können auch die didaktische und die kulturell-historische Idee Bestandteile des Ideenkonglomerats der Lernenden werden und das *Artefakt als Mathematik vermittelndes Artefakt* gewürdigt werden.

Literatur

- Bartolini Bussi, M.G. & Mariotti, M.A. (2008). Semiotic meditation in the mathematics classroom. In L. Englisch (Hg.), *Handbook* (S.746-783). New York: Taylor & Francis.
- Etzold, Kortenkamp & Ladel (2018), ACAT-Review-Guide – Ein tätigkeitstheoretischer Blick auf die Beurteilung von Mathematik-Apps. In: *Mathematik mit digitalen Medien – konkret* (S.91-97). Münster: WTM.
- van Randenborgh, Chr. (2018). Mathematiklernen beim Einsatz eines mathematischen Instruments. *mathematica didactica* 41
- van Randenborgh, Chr. (2015). Instrumente der Wissensvermittlung im Mathematikunterricht. Wiesbaden: Springer.