Nicolai VON SCHROEDERS, Nürnberg

Kategorisierung der Zählfehler beim Addieren und Subtrahieren im Zahlenraum bis 100

Beim sogenannten zählenden Rechnen wird durch einzelne Zählschritte auf die Folge der Zahlrepräsentanten zurückgegriffen (Schulz 2014, S. 91). Es ist somit kein Rechnen im Sinne eines mentalen Operierens mit Zahlen und deren Beziehungen.

Grundsätzlich lassen sich zwei Strategien des zählenden Rechnens, das Alleszählen und das Weiterzählen, unterscheiden. Das Weiterzählen beim Addieren beziehungsweise Rückwärtszählen beim Subtrahieren gehört nach Schipper (2009, S. 104) zu den „recht fehleranfälligen Prozeduren“. Mangelnde oder unvollständige Kenntnisse der Zahlwortreihe (vgl. Abschnitt 1.) oder auch der falsche Einsatz von Zählansätzen (vgl. Abschnitt 2) können dabei zu unterschiedlichsten Zählfehlern führen. Diese Fehlertypen können kombiniert werden (vgl. Abschnitt 3) und in Abhängigkeit von Aufgabenformaten vier Kategorien zugeordnet werden (vgl. Abschnitt 4).

1. Mangelnde Kenntnisse oder unvollständige Verwendung der Zahlwortreihe

Zählfehler, die durch mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe ab der Zahl 20 entstehen können, können sich unter anderem durch das Auslassen von Schnapszahlen (Benz 2005, S. 90; Scherer 2015, S. 25) manifestieren. Zählende Rechner unterläuft aber auch der Fehler, beim Abschreiten der Zahlwortreihe einen Sprung zu einem direkten nächsten beziehungsweise vorherigen Zehner vorzunehmen, wenn die Differenz aus der Anzahl der Zehner und der Anzahl der Einer Eins beträgt (Benz, 2005, S. 90). Bei Aufgaben im Aufgabenformat ZE ± E mit einem Zehnerübergang kann es außerdem zu einem Weiterzählen in Zehnerschritten (Gaidoschik 2014, S. 42) kommen. Oder aber es wird ein Zehner in Zählrichtung übersprungen, dann aber an der Einerstelle weitergezählt (Benz 2005, S. 90; Fromme 2017, S. 73).

Werden derartige Fehler kombiniert, entstehen noch viel mehr Möglichkeiten, Eingaben interpretieren zu können (vgl. Beispiel 5 in Tab. 1). Die Aufzählung ist an dieser Stelle natürlich nicht vollständig, sie soll nur die Idee des Charakteristikums dieser Fehlerart aufzeigen.

In der Normierungsstichprobe der computergestützten Diagnostik BIRTE 2 (Schipper, Wartha & von Schroeders, 2011) zur Messung arithmetischer Kompetenzen von Schülern/Schülerinnen in der Mitte des 2. Schuljahres sind Eingaben aufgetreten, die sich unter anderem durch die oben genannten Fehlerausprägungen erklären lassen.

24 + 8 = 25 (6-mal eingegeben)	Schnapszahl übersprungen
80 – 6 = 64 (3-mal eingegeben)	Zehnerübersprung bei Differenz 1
68 + 4 = 82 (6-mal eingegeben)	Zehnerübersprung beim Zehnerübergang
46 – 7 = 20 (4-mal eingegeben)	Schnapszahl übersprungen und Zehnerweiterzählen nach Zehnerübergang

Tab. 1: Auswahl möglicher Zählfehler auf Basis mangelnder Kenntnisse oder unvollständige Verwendung der Zahlwortreihe in der Normierungsstichprobe

Hierbei wird schon deutlich, dass der Erklärungsansatz nicht zwingend eindeutig sein muss. Fehler, die auf den falschen Einsatz von Zählansätzen zurückzuführen sind, können teilweise die gleichen Resultate liefern.

2. Falsch eingesetzte Zählansätze

Zählansätze wie der „Zähle erste Zahl mit"- und „Die nächste Zahl"-Ansätze werden meist bei der Subtraktion durch Wegnehmen im Sinne einer kardinalen Zahlverwendung benötigt und führen bei adäquater Anwendung für Aufgaben der Form ZE ± E zu einer richtigen Lösung (Schipper 2009, S. 106): 27 – 4 = („Zähle erste Zahl mit") 27, … 24, („Die nächste Zahl") 23.

Vernachlässigt ein Kind beim Addieren bzw. Subtrahieren und dem Zählen vom ersten Summanden beziehungsweise dem Minuenden aus den „Die nächste Zahl"-Ansatz und wird das Zahlwort des ersten Summanden bzw. Minuend mitgezählt („Zähle erste Zahl mit"), entstehen -1 Fehler bei der Addition und +1 Fehler bei der Subtraktion. Der falsche Einsatz des „Die nächste Zahl"- Ansatzes, der bei der Subtraktion mit der Idee des Wegnehmens verbunden ist, führt mit der ordinalen Vorstellung des Vorwärtsgehens bei der Addition zu einem +1 Fehler bzw. mit der Idee des Rückwärtsgehens bei der Subtraktion zu einem -1 Fehler. Werden die Zählansätze beim schrittweisen Rechnen, „Stellenwerte extra" und Mischformen (Benz 2007, S. 51; Schipper 2009, S. 108; Padberg & Benz 2015, S. 106, S. 120) für Aufgaben der Form ZE ± ZE falsch an den Zehner- und Einerstellen eingesetzt, können daraus auch ±11 oder ±9 Fehler resultieren.

72 – 8 = 65 (45-mal eingegeben)	+1 Fehler („Zähle erste Zahl mit")
22 – 8 = 13 (45-mal eingegeben)	-1 Fehler („Die nächste Zahl")
46 + 32 = 89 (5-mal eingegeben)	+11 Fehler
51 + 28 = 88 (4-mal eingegeben)	+9 Fehler

Tab. 2: Auswahl möglicher Zählfehler auf Basis des falschen Einsatzes von Zählansätzen in der Normierungsstichprobe

3. Falsch eingesetzte Zählansätze und mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe

Scherer (2015, S. 25) betont bei der Analyse der Zählfehler, dass auch Kombinationen aus fehlerhafter Zahlwortreihe und einem falsch eingesetzten Zählansatz auftreten können. So kann das beispielsweise das Überspringen einer Schnapszahl oder das Zehnerweiterzählen beim Zehnerübergang gepaart mit einem falsch eingesetzten „Die nächste Zahl"-Ansatz zu spezifischen Fehleingaben führen.

Insbesondere bei der Mischform oder schrittweisen Rechnen und dem zählenden Bestimmen des Endergebnisses bei Aufgaben der Form ZE ± ZE kann das Überspringen von Schnapszahlen und die konsequente Verwendung des „Die nächste Zahl"-Ansatzes dann bei der Addition zu +12 Fehlern und bei der Subtraktion zu -12 Fehlern (vgl. Beispiel 3 in Tab. 3) führen.

53 + 17 = 72 (11-mal eingegeben)	Schnapszahl überspringen und „Die nächste Zahl"
72 – 8 = 20 (8-mal eingegeben)	„Zähle erste Zahl mit" und Zehnerweiterzählen
97 – 34 = 51 (11-mal eingegeben)	Schrittweise mit „Die nächste Zahl" und Schnapszahl überspringen

Tab. 3: Auswahl möglicher Zählfehler auf Basis des falschen Einsatzes von Zählansätzen und mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe in der Normierungsstichprobe

4. Kategorien möglicher Zählfehler im Zahlenraum bis 100

Die Analyse der Manifestationen der Zählfehler in Abhängigkeit der zugrundeliegenden Aufgabenformate und Rechenoperation ergibt somit insgesamt vier Kategorien von Zählfehlern. Für alle Kategorien wird die Annahme vorausgesetzt, dass es sich bei den Ergebnissen um die Auswirkungen einer Zählfehlerproblematik handelt. Dabei kann natürlich nicht ausgeschlossen sein, dass individuelle Zählfehlerkonstellationen auch ein vergleichbares Ergebnis produzieren könnten.

In der ersten Kategorie werden die Fehler gelistet, die sich einzig auf mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe zurückführen lassen. Dazu gehören beispielweise Fehler der Form „Zehnerübersprung bei Differenz 1" bei Aufgaben der Form ZE + E ohne Zehnerübergang (42 + 6 = 58).

Die zweite Kategorie beschreibt die Fehler, die auf falsch eingesetzten Zählansätzen basieren. Dazu gehört der +1 Fehler bei Aufgaben der Form ZE + E ohne Zehnerübergang, bei denen zählend keine Schnapszahl überschritten wird (45 + 4 = 50).

Die dritte Kategorie führt alle Fehlertypen auf, die sich aus einer Kombination von falsch eingesetzten Zählansätzen und mangelnden Kenntnissen der Zahlwortreihe ergeben. Ein Vertreter dieser Kategorie ist der -2 Fehler, der bei Subtraktionsaufgaben entstehen kann, bei denen zählend eine Schnapszahl und der „Die nächste Zahl"-Ansatz verwendet werden (57 – 6 = 49).

Die letzte Kategorie listet alle Fehlertypen mit den zugehörigen Aufgabenformaten auf, bei denen nicht entschieden werden kann, ob ein Fehler auf mangelnde Kenntnisse der Zahlwortreihe oder auf den falschen Einsatz von Zählstrategien zurückzuführen ist. Beispielsweise kann der +11 Fehler bei Aufgaben der Form ZE + ZE durch einen Schnapszahlübergang und einem Zehnerübersprung beim Zehnerübergang entstehen, oder durch den falschen Einsatz des „Die nächste Zahl"-Ansatzes an der Zehner- und Einerstelle (24 + 38 = 73).

Damit wurde ein Kategoriensystem geschaffen, dass in Abhängigkeit von Aufgabenformaten und Rechenoperationen helfen kann, für die Identifikation zählender Rechner die Analyse möglicher Zählfehler gezielt Aufgabenstellungen zu generieren und deren Lösungen entsprechend zu beurteilen. Das erspart sicherlich nicht die Durchführung einer prozessorientierten Diagnostik, kann aber helfen, die Diagnostik fokussierter auszurichten.

Literatur

Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Hildesheim: Franzbecker.

Benz. C. (2007). *Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs ZE±ZE im Verlauf des zweiten Schuljahres*. JMD, 28 (1), 49-73.

Fromme, M. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100*. Wiesbaden: Springer.

Gaidoschik, M. (2014). *Rechenschwäche-Dyskalkulie*. 8. Auflage. Hamburg: Persen.

Padberg, F., Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. 4. Auflage. Heidelberg: Springer.

Scherer, P., (2015). *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 2: Addition und Subtraktion im Hunderterraum*. 7. Auflage. Hamburg: Persen.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.

Schipper, W., Wartha, S., von Schroeders, N. (2011). *BIRTE 2, Bielefelder Rechentest für das zweite Schuljahr, Handbuch zur Diagnostik und Förderung*. Braunschweig: Schroedel.

Schulz, A. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Grundschullehrkräften – Diagnose und Förderung bei besonderen Problemen beim Rechnenlernen*. Wiesbaden. Springer.