Stephanie WESKAMP, Essen

Design Research am Beispiel einer kombinatorischen Lernumgebung – Einsatz in heterogenen Lerngruppen

1. Substanzielle Lernumgebungen zur Realisierung einer natürlichen Differenzierung

Die große Leistungsheterogenität innerhalb einer Lerngruppe stellt eine zentrale Anforderung für den Mathematikunterricht der Grundschule dar. Verschiedene Schulleistungsstudien weisen auf extreme Leistungsgruppen und eine breite Leistungsstreuung hin (vgl. z. B. Haag & Kohrt 2017). Bildungspolitische Reaktionen, wie die Formulierung verbindlicher Bildungsstandards in Mathematik und sogenannter Anforderungsbereiche (AB) für einen differenzierenden Unterricht (vgl. KMK 2005, S. 13), wollen diesen Herausforderungen begegnen. Für die Grundschule wird die natürliche Differenzierung als geeignete Möglichkeit zum Umgang mit Heterogenität beschrieben, wobei Lernende identische Aufgaben auf individuellem Niveau lösen können (vgl. z. B. Scherer 2008). Zur Realisierung der natürlichen Differenzierung eignen sich substanzielle Lernumgebungen (SLU). Sie verfolgen zentrale Grundideen der Mathematik, insbesondere greifen sie die Wissenschaft von Mustern und Strukturen als fachliches Grundkonzept auf. Zudem bieten sie eine inhaltliche Offenheit sowie eine gewisse Komplexität (vgl. z. B. Wittmann 1998; Krauthausen & Scherer 2014).

2. Design Research als Forschungsrahmen

Um die Entwicklung und Erforschung von SLU zu verknüpfen, wurde in der hier berichteten Studie Design Research als Forschungsrahmen genutzt (vgl. Weskamp 2016). Zielsetzungen waren die theoriegeleitete Entwicklung einer SLU für heterogene Lerngruppen sowie die (Weiter)entwicklung lokaler Theorien. Die Forschungsfragen bezogen sich auf die Beschaffenheit von SLU und auf die Charakterisierung der Bearbeitungsprozesse beim Einsatz von SLU. Dabei ging es nicht um eine Bewertung der Bearbeitungen der Lernenden, sondern vielmehr um eine Erfassung der Vielschichtigkeit individueller Bearbeitungsprozesse (vgl. Weskamp 2019, i. Dr.). Hierzu wurde die SLU *Pascal'sches Dreieck* (PD) selbst entwickelt, sowie eine bereits bestehende SLU *Würfel* (W) zusätzlich herangezogen, um themenübergreifende Folgerungen abzuleiten. Die Untersuchung lässt sich in den Gesamtrahmen des Projekts *Mathe-Spürnasen* einordnen. Dabei besuchen vierte Grundschulklassen an einem Vormittag die Universität und experimentieren zu substanziellen mathematischen Themen, die als SLU aufbereitet sind (vgl. Rütten et al., eingereicht). Die Daten wurden im Rahmen von

Experimentiervormittagen erhoben, wobei die Bearbeitung der SLU in Kleingruppensituationen erfolgte und videographiert wurde (n=154 für SLU PD). Zusätzlich wurden problemzentrierte Einzelinterviews mit ausgewählten Lernenden geführt (n=28 für SLU PD). Da bei der Analyse die Bearbeitungsniveaus der Lernenden von besonderem Interesse waren, wurden dem qualitativen Sampling die verschiedenen AB zu Grunde gelegt (vgl. KMK 2005, S. 13). Hierzu erfolgte die Auswahl ungewöhnlicher Fälle, die u. a. auf Sprünge in den AB I bis III hindeuteten (vgl. Weskamp 2016). Für die Datenauswertung wurde die qualitative Inhaltsanalyse (Mayring 2010) verwendet. Die Breitenanalyse erfolgte hinsichtlich der AB. In der Tiefenanalyse wurden verschiedene Bearbeitungsaspekte (wie z. B. Strukturieren und Begründen) auf mögliche Voraussetzungen, Überlappungen und Wechselbeziehung untersucht (vgl. Weskamp 2019, i. Dr.).

Ausgehend von der theoretischen Problemanalyse und der Festlegung eines geeigneten Gegenstands folgte im Design-Research-Prozess die Entwicklung des Designs der SLU, deren Erprobung bzw. Durchführung im Rahmen von Experimentiervormittagen und ggf. Einzelinterviews, die Analyse der Erprobung bzw. Durchführung sowie die (Weiter)entwicklung lokaler Theorien bzgl. möglicher Vorgehensweisen und Strategien der Lernenden oder bzgl. der Konstruktion von SLU (vgl. Weskamp 2016, 2019, i. Dr.).

3. Charakterisierung individueller Bearbeitungsprozesse im Rahmen der SLU Pascal'sches Dreieck

Nach dem Konzept des Projekts *Mathe-Spürnasen* besteht auch die SLU PD aus Einführung und den drei verschiedenen Vertiefungen Galtonbrett, Wege in Mannheim und Zahlenmuster („Lernumgebungen in einer Lernumgebung“, Rütten et al., eingereicht). In der Einführung erfolgt zunächst die Konstruktion des PD anhand der kombinatorischen SLU *Murmeln Ziehen*. Hierbei werden im Sinne einer Kombination ohne Wiederholung k aus n Elementen in Form von verschiedenfarbigen Murmeln gezogen (vgl. Kütting & Sauer 2014) und alle möglichen Kombinationen und deren Anzahl sind zu bestimmen. In Bezug auf die Konstruktion der SLU PD wurden u. a. die AB I bis III der Bildungsstandards (KMK 2005, S. 13) berücksichtigt, welche sich für die SLU *Murmeln Ziehen* wie folgt konkretisieren lassen (Weskamp 2019, i. Dr., S. 100):

Reproduzieren (AB I) Beachten der durch die kombinatorische Figur vorgegebenen Regeln; Erstellen von Kombinationen durch Ausprobieren

Zusammenhänge herstellen (AB II) Herstellen von Zusammenhängen zwischen Kombinationen (insb. Erkennen von Duplikaten bzw. Strukturieren der Figurenmenge)

Verallgemeinern und Reflektieren (AB III) Begründen der Vollständigkeit der Figurenmenge; Übertragen von Strategien zwischen Aufgaben

In Bezug auf kombinatorische Strukturierungsstrategien beschreibt Höveler (2014) u. a. die Elementfixierung. Hierbei wird ein Element solange festgehalten, bis alle Kombinationen mit diesem Element gefunden wurden. Darüber hinaus wird dort die zyklische Musterbildung beschrieben, wobei zunächst unmittelbar aufeinander folgende Elemente kombiniert werden und schließlich alle Elemente, die mit dem Abstand von zwei Elementen aufeinanderfolgen. Denkbar ist auch eine Strukturierung durch Erstellung disjunkter Paare (vgl. ebd.).

Ausgangspunkt für die Weiterentwicklung der SLU *Murmeln Ziehen* war, dass der AB III im zweiten Zyklus im Rahmen der Reflexionsphasen nicht identifiziert werden konnte. Vielmehr ging es um die Präsentation der gefundenen Kombinationen und weniger um die Begründung zur Vollständigkeit der Figurenmenge. Nach der Weiterentwicklung auf der Ebene des Materialeinsatzes durch den Einsatz separater Karten für einzelne Kombinationen in der Reflexionsphase sowie Weiterentwicklungen auf der Ebene der Lehrerinterventionen in Form von herausfordernden Impulsen konnte AB III im Rahmen der Breitenanalyse der Durchführung im vierten Zyklus identifiziert werden. Insgesamt zeigten sich vier unterschiedliche Fälle (AB I; AB I und AB II; AB I, AB II und AB III sowie AB II; vgl. hierzu Weskamp 2019, i. Dr.). Im Folgenden wird der letzte Fall fokussiert, dass AB II identifiziert werden konnte, jedoch Schwierigkeiten im AB I bestehen: Die Schülerin Naomi scheint die Regeln bei der Aufgabe *1 aus 3* zunächst zu berücksichtigen, da sie drei Murmeln auf das Säckchen legte. Ihre Aussage „Also ich muss jetzt eine davon wegnehmen“ deutet darauf hin, dass die Schülerin die zu ziehende Anzahl an Murmeln berücksichtigte. Im weiteren Verlauf schlug Naomi jedoch vor, die auf dem Säckchen verbliebenen Murmeln (nicht die gezogenen Murmeln) zu notieren. In der Reflexionsphase erkannte sie auf der Grundlage der separaten Karten mit entsprechenden Kombinationen zur Aufgabe *3 aus 4* gleiche Elemente in den Kombinationen: „Wir könnten ähm, das sind wieder dreimal blaue, dreimal rot und ähm dreimal orange“. Dies lässt sich als erkannter Zusammenhang zwischen Kombinationen in Form einer Strukturierung (AB II) deuten.

Zentrale Ergebnisse der Tiefenanalyse deuten auf Überlappungen zwischen Bearbeitungsaspekten (u. a. zwischen Strukturierungen und Begründungen) hin (vgl. ebd.). Bzgl. der Überlappungen sind zwar Begründungen aufgrund zyklischer Musterbildung und Elementfixierung zu erkennen, jedoch nicht aufgrund disjunkter Paarbildung (vgl. ebd.).

4. Fazit und Perspektiven

Festzuhalten ist, dass nicht unbedingt von einer Hierarchie der AB ausgegangen werden kann (vgl. Weskamp 2016). Ferner hängt das Identifizieren von AB und Bearbeitungsaspekten von verschiedenen Faktoren (bspw. vom Material, von Impulsen der Lehrperson oder auch von Aufgaben) ab. Perspektivisch ist die Übertragung der Erkenntnisse auf weitere SLU denkbar sowie die Klärung der Bedeutung der Ergebnisse für inklusive Settings.

Literatur

Haag, N. & Kohrt, P. (2017). Mittelwerte und Streuungen der im Fach Mathematik erreichten Kompetenzen. In P. Stanat, S. Schipolowski, C. Rjosk, S. Weirich & N. Haag (Hrsg.), *IQB-Bildungstrend 2016. Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im zweiten Ländervergleich* (S. 168-186). Münster: Waxmann.

Höveler, K. (2014). *Das Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme. Eine Untersuchung zu den Strukturierungs- und Zählstrategien von Drittklässlern.* Zugriff am 03.03.2016 unter: https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/33604/1/Hoeveler_Anzahlbestimmung.pdf.

KMK (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich Beschluss vom 15.10.2004*. München: Wolters Kluwer.

Kütting, M. & Sauer, M. J. (2014). *Elementare Stochastik: Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte* (3. Aufl., korr. Nachdruck). Berlin: Springer.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule*. Seelze: Kallmeyer.

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Beltz.

Rütten, C., Scherer, P. & Weskamp, S. (eingereicht). Entwicklungsforschung im Lehr-Lern-Labor – Lernangebote für heterogene Lerngruppen am Beispiel der Fibonacci-Folge. *mathematica didactica*.

Scherer, P. (2008). Mathematiklernen in heterogenen Gruppen – Möglichkeiten einer natürlichen Differenzierung. In H. Kiper, S. Miller, C. Palentien & C. Rohlfs (Hrsg.), *Lernarrangements für heterogene Lerngruppen. Lernprozesse professionell gestalten* (S. 199-214). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Weskamp, S. (2016). Design einer Lernumgebung für differenzierenden Mathematikunterricht der Grundschule und Erforschung diesbzgl. Bearbeitungsprozesse. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (Bd. 3, S. 1137-1140). Münster: WTM.

Weskamp, S. (2019, i. Dr.). *Heterogene Lerngruppen im Mathematikunterricht der Grundschule. Design Research im Rahmen substanzieller Lernumgebungen.* Wiesbaden: Springer.

Wittmann, E. C. (1998). Design und Erforschung von Lernumgebungen als Kern der Mathematikdidaktik. *Beiträge zur Lehrerbildung*, *16*(3), 329-342.