Felix WLASSAK, Leipzig

Aufgabenprofile mathematischer Übungsaufgaben im Fach Analysis I

1 Bestandteile mathematischer Lehrveranstaltungen am Übergang Schule-Hochschule

Die Lehre innerhalb der Module des ersten bzw. zweiten Studienjahres umfasst für mathematische Studiengänge typischerweise vier Elemente: Vorlesungen, Übungen, Übungsaufgaben und Klausuren (Liebendörfer, 2018, S.20). Es wird oftmals kritisiert, dass Vorlesungen transmissiv orientiert sind, sich Lehrprozesse als bloße Weitergabe von Wissen durch Dozentinnen oder Dozenten an Studierende gestalten und Mathematik als fertiges, geschlossenes System von Axiomen, Definitionen und Folgerungen aus diesen präsentiert wird (vgl. z.B. Danckwerts et al., 2004, S.48). Ähnliche Kritik zeigt sich auch an Übungen, die zwar schon aus organisatorischen Gründen (Vorlesungen haben bis zu 2500 Teilnehmer, vgl. Bescherer et al. 2012) eher die Möglichkeit bieten, auf Strategien zur Ideenfindung beim Beweisen oder auftretende Fragen einzugehen, jedoch verhält sich ein Großteil der Studierenden auch hier eher passiv.

Eine Möglichkeit für die Studierenden aktiv zu werden, sind die Übungsaufgaben. Obwohl viele Studierende angeben, dass die Bearbeitung der Übungsaufgaben die Hauptaktivität ihres Selbststudiums wäre, zeigen empirische Studien (Rach, 2014, S. 195), dass nur ein Achtel der Studierenden die Übungsaufgaben selbstständig löst. Diese geringe Quote hängt vermutlich mit der Struktur der Übungsaufgaben zusammen, da es sich bei diesen nicht um Aufgaben zum Üben, im Sinne des Einübens von Routinen bzw. Verfahren handelt, wie die Bezeichnung „Übungsaufgaben" suggeriert, sondern eher „um Probleme, die eine intensive Auseinandersetzung mit Vorlesungsinhalten verlangen" (Liebendörfer, 2018, S.22). Den letzten Bestandteil mathematischer Module des ersten bzw. zweiten Studienjahres bildet die Prüfung. Im Normalfall besteht die Prüfungsleistung aus einer schriftlichen Klausur. Die dabei zu lösenden Aufgaben sind jedoch oftmals eher algorithmischer Natur bzw. an bereits im Semester gelöste Übungsaufgaben angelehnt und haben somit weniger Problemlösecharakter als die Übungsaufgaben. Die hohen Abbruchquoten im Fach Mathematik, wobei Abbruch in der Fächergruppe Mathematik und Naturwissenschaften meist an Leistungsprobleme gebunden ist (Heublein et al., 2017, S.25), sowie die geringe Bearbeitungsquote lassen große Schwierigkeiten der Studierenden beim Bearbeiten der Übungsaufgaben vermuten. Bisher sind keine empirischen

Studien bekannt, die mathematische Übungsaufgaben untersuchen. Das hier vorgestellte Projekt soll einen ersten Beitrag hierzu liefern.

2 Aufgabenmodell und Vorgehen

Aufgaben werden im mathematikdidaktischen Diskurs als Aufforderungen zum Lernhandeln (Bruder, 2000) verstanden. Diese Aufforderungen stellen im Wesentlichen die Aufgabenstellungen dar. Im Kontext der Hochschule wäre es bei einer bloßen Untersuchung von Aufgabenstellungen nicht möglich, tatsächliche Anforderungen an die Studierenden festzustellen, bzw. die Komplexität einer Aufgabe zu beurteilen, da die Menge der akzeptierten Lösungen zu einer Übungsaufgabe von den bereits in der Vorlesung behandelten Definitionen und Sätzen abhängig ist. Wird beispielsweise ein Beweis zum erweiterten Mittelwertsatz verlangt, so ist der klassische Mittelwertsatz ein Hilfsmittel, der diesen Beweis stark verkürzt. Aufgrund des deduktiven Aufbaus der Mathematik an der Hochschule muss jedoch beachtet werden, ob dieser bereits als gesichertes, also bewiesenes Wissen genutzt werden darf. Somit sind die Anforderungen der Aufforderungen zum Lernhandeln an die jeweils akzeptierte Lösung gebunden. Daher wird im genutzten Modell zum Konstrukt Aufgabe zwischen Aufgabenstellung und Aufgabenlösung unterschieden. Die Aufgabenstellung beschreibt dabei die Aufgabe, die bearbeitet werden soll. Die Aufgabenlösung ist die Antwort auf die Aufgabenstellung (vgl. z.B. Hugener et al., 2006).

Im Modell zu Übungsaufgaben werden durch die Aufgabenstellung implizit oder explizit gegebene Wissenseinheiten aktiviert, wobei eine Wissenseinheit als „die von einem Experten in Hinblick auf die Anforderungen der jeweiligen Aufgabe aktivierten Wissensbestandteile" (Neubrand, 2002, S.95) verstanden wird. Zusätzlich wird davon ausgegangen, dass die aktivierten Wissenseinheiten Bearbeitungsschritte einleiten, die in ihrer Gesamtheit die Aufgabenlösung bilden. Ein Bearbeitungsschritt ist dabei als geistige Handlung zu verstehen, die zwei Zwischenzustände einer Aufgabenlösung in Richtung vom Anfangszustand zum Zielzustand miteinander verbindet (vgl. Newell und Simon, 1972). Es kann davon ausgegangen werden, dass eine größere Anzahl von Wissenseinheiten bzw. Bearbeitungsschritten jeweils die Komplexität erhöht. Der häufig vorliegende Problemlösecharakter von mathematischen Übungsaufgaben legt die Verbindung zu Theorien aus dem Bereich Problemlösen nahe.

Im Rahmen des Projektes sollen von 22 der 40 größten Mathematikfakultäten, gemessen an der Studierendenzahl, Aufgabenprofile mathematischer Übungsaufgaben im Fach Analysis I untersucht werden. Aufgabenprofile sind Merkmalskombinationen von Aufgabenstellung, Aufgabenlösung sowie den aktivierten Wissenseinheiten bzw. Bearbeitungsschritten. Zunächst werden entsprechend des Aufgabenmodells Expertenlösungen erstellt, um diese zusammen mit der Aufgabenstellung, im Sinne einer rationalen Aufgabenanalyse, zu untersuchen. Danach werden die Aufgabenstellungen zusammen mit ihrer Lösung in einem Ratingschema nach verschiedenen Merkmalen, die im Vortrag genannt werden, untersucht. Ziel ist es, spezifische Aufgabenprofile herauszuarbeiten und festzustellen, welche dieser Profile überzufällig häufig in den Übungsaufgaben auftreten, um dadurch eine genauere Beschreibung der Anforderungssituationen für Studierende zu erreichen.

3 Erste Ergebnisse

In einer Vorstudie wurden jeweils die ersten sechs gestellten Übungsserien des Wintersemesters 2018/19 von 13 Universitäten bzgl. des behandelten mathematischen Themas, der Offenheit und Realitätsbezügen von zwei Ratern bewertet. Es wurden die Themenbereiche grundlegende mathematische Strukturen, Folgen, Reihen, Stetigkeit, Differential- und Integralrechnung unterschieden. Bei der Offenheit wird die Unterscheidung in geschlossene, halboffene und offene Aufgaben nach Graf (2001) genutzt. In der Kategorie Realitätsbezüge wird zwischen Aufgaben ohne Realitätsbezug, sowie Aufgaben mit authentischem bzw. nicht authentischem Realitätsbezug, unterschieden. Dabei liegen die Hypothesen nahe, dass aufgrund der Lösung der ontologischen Bindung mathematischer Objekte in der Hochschulmathematik (Witzke, 2014) wenig Realitätsbezüge vorliegen bzw., da Mathematik an der Hochschule meist als fertiges System vermittelt wird, die Aufgaben mehrheitlich geschlossen sind. Fraglich ist, ob die beiden Merkmale abhängig vom mathematischen Thema sind. Es ist zu erwähnen, dass die beschriebenen Merkmale allein von der Aufgabenstellung abhängig sind und keine Untersuchung einer spezifischen Lösung nötig machen.

Dabei zeigte sich die Interrater-Reliabilität beim mathematischen Thema fast perfekt (Cohens Kappa = 0,878) und bei der Offenheit und den Realitätsbezügen (Cohens Kappa = 0,694 bzw. = 0,658) im guten Bereich. Die Hypothese, dass nur ein äußerst geringer Anteil der Übungsaufgaben Realitätsbezüge aufweist, kann bestätigt werden. Allerdings erweist sich, entgegen der Hypothese, ein erheblicher Teil der Aufgaben als zumindest halboffen. Einflüsse des mathematischen Themas auf Offenheit bzw. Realitätsbezüge wurden nicht festgestellt.

Die Ergebnisse (N=999) werden in der untenstehenden Tabelle zusammengestellt:

Thema	Anteil	**Offenheit**	Anteil	**Realitätsbezug**	Anteil
Grundlegende math. Strukturen	74,7%	geschlossen	49,7%	nicht vorhanden	97,2%
Folgen	19,8%	halboffen	42,8%	nicht authentisch	2,0%
Reihen	3,6%	offen	7,4%	authentisch	0,8%
Stetigkeit	0,7%	-	-	-	-

Literatur

Bescherer, C., Spannagel, C., Zimmermann, M. (2012) Neue Wege in der Hochschulmathematik – Das Projekt SaiL-M. In: Zimmermann et al. (Hrsg.): *Mathematik lehren in der Hochschule*. (S.93-104) Hildesheim: Franzbecker.

Bruder, R. (2000) Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht. In Flade, L. Und Herget, W.: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen.* (S.69-79) Berlin: Volk und Wissen.

Danckwerts, R., Prediger, S., Vasarhelyi, E. (2004) Perspektiven der universitären Lehrerausbildung im Fach Mathematik für die Sekundarstufen. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung,* 12(2), 48-49.

Graf, D. (2001) Welche Aufgabentypen gibt es?, *MNU*, 54/7, 422-425.

Heublein, U., Ebert, J., Hutzsch, C., Isleib, S., König, R., Richter, J., Woisch, A. (2017). *Zwischen Studienerwartungen und Studienwirklichkeit. Ursachen des Studienabbruchs, beruflicher Verbleib der Studienabbrecherinnen und Studienabbrecher und Entwicklung der Studienabbruchquote an deutschen Hochschulen.* HIS: Projektbericht, Januar 2017.

Hugener, I., Drollinger-Vetter, B. (2006) Inhaltsbezogene Aktivitäten In: Klieme et al. (Hrsg.) *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie.* Teil 3. Frankfurt am Main.

Liebendörfer, M. (2018) *Motivationsentwicklung im Mathematikstudium*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Neubrand, J. (2002) *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMMS-Video-Studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Newell, A., Simon, H. A. (1972) *Human Problem Solving*. Eagle Wood Cliffs: Prentice-Hall.

Rach, S. (2014) *Charakteristika von Lehr-Lern-Prozessen im Mathematikstudium. Bedingungsfaktoren für den Studienerfolg im ersten Semester.* Münster: Waxmann.

Witzke, I. (2013) Zur Übergangsproblematik im Fach Mathematik. In Greefrath et al.: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (S.1098-1101). Münster: WTM.