

Diagnostische Aufgaben zum Erkennen von Rechenschwäche im Klassenverband

1. Einleitung

Der Mathematikunterricht ist spiralförmig aufgebaut, neue Inhalte setzen unmittelbar bereits Gelerntes voraus. Sind grundlegende mathematische Fähigkeiten nicht vorhanden, kann es kaum Kompetenzentwicklung geben. Diese fehlenden Basisfähigkeiten aus der Grundschulzeit zählen zu den Ursachen für Rechenschwäche. Laut PISA verfügen ca. 17% der deutschen Achtklässler nicht über genügend mathematische Fähigkeiten, um am Leben einer modernen Gesellschaft teilzunehmen (OECD 2016, S. 207). Trotz dieser Zahl wird Rechenschwäche meist als Phänomen der Grundschule betrachtet. Für die Sekundarstufe sind bisher nur wenige diagnostische Verfahren entwickelt worden und kaum eines kann innerhalb einer ganzen Klasse durchgeführt werden. Es ist also für Lehrkräfte nur schwer möglich innerhalb ihres Unterrichts rechenschwache Schülerinnen und Schüler zu erkennen, verfügen diese doch durchaus über mathematische Fähigkeiten, sodass sie mithilfe von Taschenrechnern, Auswendiglernen und viel schematischem Üben im Mathematikunterricht zumindest bestehen können. Aus diesem Grund wird erforscht, mithilfe welcher Aufgaben eine erste Diagnostik im Unterricht möglichst schnell und einfach gelingen kann. Ziel ist die Entwicklung eines kriteriumsorientierten Testverfahrens (Leipziger Diagnostikum mathematischer Basiskompetenzen, kurz LeDi-Arithmetik), mit dem sowohl Stärken als auch Schwächen der Lernenden bzgl. der mathematischen Basisfähigkeiten ermittelt werden können. Zu Beginn soll das Testverfahren für die 8. Klasse konzipiert werden, mit der Option dieses später auch für andere Klassenstufen weiterzuentwickeln.

2. Suche und Entwicklung geeigneter Aufgabenformate

Ausgangspunkt für die Testentwicklung sind die von Ehlert et al. formulierten und insbesondere bei vorhandener Rechenschwäche von Moser Opitz erforschten mathematischen Basisfähigkeiten: Teil-Teil-Ganzes-Konzept für die Addition und Subtraktion, Operationsverständnis für Multiplikation und Division, Verständnis des Stellenwertsystems, sowie Modellierungskompetenzen (Ehlert et al. 2013, S. 240; Moser Opitz 2007). Neben den Aufgaben zu diesen Basisfähigkeiten enthält der Test auch Aufgaben zu gebrochenen und ganzen Zahlen. Nach Wartha und Güse sind Lernende, die über ungenügendes Basiswissen bzgl. der natürlichen Zahlen verfügen, nicht in der Lage Grundvorstellungen im Bereich der gebrochenen Zahlen zu erwerben

(Wartha & Güse 2009, S. 270). Die PALMA-Studie zeigte jedoch, dass auch Lernende die keine Schwierigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen aufweisen, Probleme beim Entwickeln von Bruchvorstellungen haben. Deshalb wurden für den Test Aufgaben ausgewählt, bei denen i.A. hohe Lösungsquoten in Studien zu diesem Thema zu verzeichnen sind, um so auch wirklich diejenigen zu identifizieren, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen haben, da bei diesen selbst bei sehr einfachen Aufgaben gehäuft Fehler auftreten (Dögnitz, 2018, S. 181).

Um zu erkennen, wie die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler auf den genannten Gebieten ausgebildet sind, besteht eine Möglichkeit darin, ihnen viele einfache Rechenaufgaben zu geben, um über das Auszählen der korrekten Lösungen auf die dahinterstehende Kompetenz zu schließen. Unterlaufen den Lernenden dabei gehäuft Fehler ist jedoch nicht erkennbar, wodurch diese zustande kommen. Besonders im Hinblick auf eine anschließende Förderung ist diese Methode allein nicht hilfreich. Sicherlich gehören einfache Rechenaufgaben ebenfalls in ein Diagnostikum, da auch der Abruf mathematischer Fakten, wie dem kleinen Einmaleins zu den mathematischen Basiskompetenzen gehört. Jedoch enthalten solche Aufgaben sehr wenig Informationen über die tatsächlichen Kompetenzen eines Schülers. Die scheinbar beste Methode, um Vorstellungen von Schülerinnen und Schüler zu erfassen, sind die Erhebung und Analyse ihrer Denkvorgänge. Bei einem schriftlichen Test ist diese Möglichkeit jedoch sehr eingeschränkt. Natürlich können angefertigte Nebenrechnungen oder Lösungsskizzen miteinbezogen und auffällige Verhaltensweisen wie das Fingerzählen von einer Lehrkraft erkannt werden, allerdings ist dies nicht vergleichbar mit den Erkenntnissen durch ein intensives diagnostisches Gespräch. Aus diesem Grund scheint es schwer möglich, eine klare Diagnose lediglich anhand eines einfachen Tests zu stellen. Diesem Manko kann in Ansätzen in schriftlichen Testsituationen durch Aufgaben mit hohem Diagnosepotenzial begegnet werden, sodass die Mathematikdidaktik hierzu einen wertvollen Beitrag liefern kann (Bücher & Leuders 2016; Sjuts 2007).

Unter Berücksichtigung verschiedener Faktoren, wie Zeit und Aufwand, haben sich für das zu entwickelnde Testverfahren folgende Aufgabenformate als gewinnbringend erwiesen: Fehlersuche, Begründungsaufgaben, Aufgaben mit Darstellungswechsel und das Aufgabeneröffnen durch Zielumkehr. Zur Ermittlung der Lösungswege bei Aufgaben zu den Grundrechenarten im Tausenderraum bewährte sich ein Multiple-Choice-Format. Anhand von korrekten und inkorrekten sowie effizienten und ineffizienten Rechenstrategien werden verschiedene Lösungsmöglichkeiten vorgegeben, aus denen die Lernenden ihr Vorgehen auswählen können. Neben bereits existierenden

empirischen Studien wurden eigene Interviewstudien durchgeführt, um geeignete Aufgaben mit entsprechenden Lösungsstrategien zu identifizieren. Diese Aufgaben zeigen in der bisherigen Auswertung ein hohes Diagnosepotenzial. So konnte festgestellt werden, dass Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen einfachste Aufgaben der Grundrechenarten schriftlich oder bei Multiplikationsaufgaben durch Abzählen der Reihen lösen. Eine Möglichkeit der Zielumkehr bei Rechenaufgaben ist das Vorgeben eines Ergebnisses und das Finden zweier passender Rechenaufgaben. Besonders bieten sich dafür Subtraktions- und Divisionsaufgaben an, da hier das Kommutativgesetz nicht gilt. Lernende, die sich als rechenschwach herausstellten, gelang es häufig nicht, zwei korrekte Aufgaben zu finden. Oft vertauschten sie Subtrahend und Minuend bzw. Dividend und Divisor, oder sie machten Fehler bei Übergängen oder dem Abruf des kleinen Einmaleins. Begründungsaufgaben erweisen sich besonders im Hinblick auf das Überprüfen des Stellenwertverständnisses als sinnvoll. Hier soll bspw. erklärt werden, warum die schriftliche Addition nicht gelingt, wenn die beiden Summanden (mit unterschiedlichen Stellenanzahlen) an der größten Stelle untereinanderstehen. Viele rechenschwache Schülerinnen und Schüler konnten den Zusammenhang nur mithilfe des Algorithmus erklären und auch dies gelang häufig nicht (z.B. die größere Zahl muss immer unten stehen, was im Beispiel nicht der Fall war). Insgesamt wurden für den Test 93 Aufgaben konzipiert.

4. Erprobung, Methode und erste Ergebnisse

Um herauszufinden, welche der Aufgaben sich besonders gut zur Diagnostik von Rechenschwäche eignen und wie aus testtheoretischer Sicht die Aufgaben mit erhöhtem Diagnosepotenzial zu bewerten sind, wurde der LeDi-Arithmetik an 300 Schülerinnen und Schülern aus Sachsen und Brandenburg erprobt, die zumeist Real- oder Gesamtschulen besuchen. Als Vergleichskriterium wurde das Lehrerurteil (durch einen Fragebogen erhoben), die letzte Zeugnismathematiknote sowie die Bearbeitungszeit herangezogen. Zusätzlich wurde der BADYS 8+ als einziges bisher standardisiertes Gruppenverfahren zur Diagnostik von Rechenschwäche für die 8. Klasse verwendet. Der LeDi-Arithmetik zeigt bereits in der jetzigen Form starke Korrelationen zwischen allen Vergleichskriterien. Wie zu erwarten ist, ist die Itemschwierigkeit meist hoch. Mithilfe der probabilistischen Testtheorie, die sich für kriteriumsorientierte Tests besonders gut eignet, zeigte sich, dass innerhalb der einfachen Aufgaben, diejenigen mit erhöhtem Diagnosepotenzial die schwierigeren sind. Dennoch zeigten die p-Werte des Andersen-Tests und die Infit-Werte, dass sie den Anforderungen des Rasch-Modells genügen.

5. Fazit

Die jetzige Testversion nimmt zwischen 30 und 100 Minuten in Anspruch. Damit die Ergebnisse auch von sehr langsamen Schülerinnen und Schülern interpretierbar bleiben, ist es notwendig den Test zu kürzen und nur wirklich aussagekräftige Aufgaben beizubehalten. Es zeigt sich, dass sich eine Kombination aus Faktenabruf, einfachen Rechenaufgaben und Aufgaben mit erhöhtem Diagnosepotenzial am besten zum Erkennen von Rechenschwäche in einem schriftlichen Verfahren eignen. Dabei muss bei jedem einzelnen Item darauf geachtet werden, dass das zugrundeliegende Zahlenmaterial, zumindest über mehrere Aufgaben hinweg, Rückschlüsse auf die dahinterstehenden Kompetenzen erlaubt. Andererseits müssen die Aufgaben jedoch so einfach sein, dass sie ein großer Teil der mathematisch unauffälligen Lernenden lösen kann. So zeigte sich, dass einige vermeintlich leichte Aufgaben (z.B. „Korrigiere folgende Aufgabe, wenn nötig: $21 \cdot 0,5 = 105$, $300:60 = 50$, ...“ und „Schreibe eine Textaufgabe zur Aufgabe 3-4.“) für die viele nicht lösbar sind. Aufgaben mit erhöhtem Diagnosepotenzial sind zwar bei der Konzeption eine große Herausforderung, um nicht durch das veränderte Aufgabenformat allein zu schwierig zu sein, doch liefert das Aufdecken von Denkprozessen durch Aufgabentypen wie die Vorgabe verschiedener Lösungswege oder das Erklären von Rechenverfahren einen bedeutenden Beitrag zum Erkennen grundlegender Defizite und Stärken der Lernenden und sind so in einem Diagnostikum zur Rechenschwäche essentiell.

Literatur

- Büchter, A. & Leuders, T. (2016): *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung überprüfen*. (8. Aufl.) Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Dögnitz, S. (2018): *Wo liegen Kompetenzen und Probleme (rechen)schwacher Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik? – Eine Querschnittsanalyse der Klassen 5 bis 10*. In Kurtenkamp, U. & Kuzle, A. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*. Münster: WTM, S. 179-183.
- Ehlert, A., Fritz, A. Arndt, D. & Leutner, D. (2013): *Arithmetisches Basiswissen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe*. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 34 (2), S. 237–264.
- Moser Opitz, E. (2007): *Rechenschwäche / Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Bern: Haupt.
- PISA 2015 Ergebnisse. *Exzellenz und Chancengerechtigkeit in der Bildung* (2016): OECD Publishing (1). https://read.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2015-ergebnisse-band-i_9789264267879-de#page1 (4.01.2019).
- Sjts, J. (2007): *Kompetenzdiagnostik im Lernprozess - auf theoriegeleitete Aufgabengestaltung und -auswertung kommt es an*. In: *mathematica didactica* (30), S. 33–52.
- Wartha, S. & Güse, M. (2009): *Zum Zusammenhang zwischen Grundvorstellungen zu Bruchzahlen und arithmetischem Grundwissen*. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 30 (3), S. 256–280.