

Ralf ERENS, Freiburg

Topologie: Eine Lernumgebung zur Knotentheorie

Außerschulische Lernorte bieten eine Gelegenheit zur Förderung von mathematischen Interessen und Kompetenzen auch über den Schulunterricht hinaus. Mit Hilfe unterschiedlicher fachdidaktischer und methodischer Konzepte können Schülerinnen und Schüler anhand extracurricularer Themen mathematische Inhalte als schöpferisches Tun erleben und mathematische Konzepte selbstständig erkennen. Dieser Beitrag thematisiert eine Lernumgebung zur Knotentheorie aus einem topologischen Teilgebiet der Mathematik.

Die Knotentheorie ist eines der wenigen modernen Themen, die mit relativ bescheidenem Vorwissen von Lernenden recht schnell verstanden werden kann. Zudem spielen Knoten in der Alltagswelt – sei es beim Schnüren von Schuhen, beim Zelten, Klettern oder bei Segelkursen – eine sehr praktische Rolle. Das Thema eignet sich hervorragend zur Einführung der Idee von mathematischen Invarianten (vgl. Adams, 2004), die im regulären Unterricht fast gar keine Rolle spielen. Diese Lernumgebung beginnt mit einer Einführung in die Mathematik der Knoten und wie man Knoten systematisch beschreiben kann. Zentral geht sie dann der Frage nach, wann zwei Knoten gleich sind und wie man entscheiden kann, ob zwei Knoten verschieden sind. Dabei werden Erkenntnisse gewonnen über geometrische Projektionen, Knotendiagramme und Kreuzungszahlen (vgl. Livingston, 2013). Die Idee der Invariante wird sodann an der Färbbarkeit von Knotenstücken getestet. Schließlich gelangt man zur Erkenntnis, dass es einer polynomialen Invariante bedarf (dem Jones-Polynom), um die obige Entscheidungsfrage beantworten zu können. Das Jones-Polynom ist eine algebraische Variante, ein Term, der Lernenden der oberen Klassenstufen aus anderem Zusammenhang bekannt ist. Auch in modernen Wissenschaftsgebieten wie der Stringtheorie spielen Knoten eine Rolle und sind somit ein wichtiger Forschungsgegenstand, den man je nach Altersstufe der Lernenden mehr oder weniger detailliert behandeln kann. In der Entwicklung von experimentell-praktischen Lernsituationen sowohl in der Schule als auch an außerschulischen Lernorten (z.B. in einem Schülerlabor) können junge Menschen an authentische mathematische Lernsituationen herangeführt und in ihrem Interesse individuell gefördert werden.

Literatur

- Adams, C. C. (2004). *The knot book: an elementary introduction to the mathematical theory of knots*. American Mathematical Society.
- Livingston, C. (2013). *Knotentheorie für Einsteiger*. Springer-Verlag.