

Maria FAST, Wien

Typenbildung als forschungsmethodisches Instrument bei der Analyse von arithmetischen Entwicklungsverläufen

Für die längsschnittliche Forschung, die mikroanalytisch intraindividuelle Veränderungen über die Zeit analysiert, bietet sich – auch in der Mathematikdidaktik – als forschungsmethodisches Instrument die Typenbildung an. Eine *Typologie* ist immer das Ergebnis eines Gruppierungsprozesses, bei dem vorliegende Phänomene, die als Fälle (Elemente, Objekte) bezeichnet werden, verglichen und strukturiert werden. Als *Typus* (bzw. Typ) werden die gebildeten Teil- und Untergruppen bezeichnet, die gemeinsame Eigenschaften aufweisen und anhand der spezifischen Konstellation dieser Eigenschaften beschrieben und charakterisiert werden können.

Der vorliegende Beitrag beschreibt den Prozess der Typenbildung – gemäß dem *Stufenmodell empirisch begründeter Typenbildung* nach Kelle und Kluge (2010) – zu arithmetischen Entwicklungsverläufen (Fast, 2017). Die Panelstudie in zwei Klassen ($N = 44$) mit sechs Erhebungszeitpunkten untersuchte mit Hilfe von Einzelinterviews, wie Schülerinnen und Schüler von der zweiten bis zur vierten Schulstufe Rechnungen lösen. Die ausgewählten Aufgaben, wie z. B. $701 - 698$, $39 + 48$, konnten zum Großteil im Kopf gelöst werden, insbesondere erleichterten nicht universelle Lösungsmethoden den Lösungsvorgang.

Erarbeitung relevanter Vergleichsdimensionen

Vergleichsdimensionen (synonym: Merkmale) ermöglichen, Ähnlichkeiten und Unterschiede zwischen den Elementen zu ermitteln, die schließlich zur Gruppierung der Fälle führen. Sie beruhen auf theoretischen Vorüberlegungen, die den Untersuchungsfokus auf das Datenmaterial eröffnet haben bzw. leiten. Evtl. generieren sich weitere Merkmale empirisch, aus dem Datenmaterial.

In der vorliegenden Studie bildet die Vergleichsdimension *Lösungsweg* das „Gerüst“ der Typenbildung. Ausprägungen bei Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum über 20 sind *Zählen(des Rechnen)* und *Rechnen*, das in Teilschritten durchgeführt wird. Wie die einzelnen Teiloperationen verknüpft worden sind, ist den Lösungsmethoden (schrittweises Rechnen, kombinierte Lösungsmethoden, Ableiten, stellenweises Rechnen, Rechnen mit den Ziffern in den Stellenwerten, algorithmisches Rechnen) zu entnehmen. Sie heben im weiteren Deutungsprozess, wie konventionell, aber auch wie kreativ, adaptiv und flexibel vorgegangen wird. Das Potential der Vergleichsdimension *Lösungsweg* liegt – empirisch gut abgesichert – darin, dass

mittels praktizierter Lösungsmethoden auf Zahlverständnis und Wissen über Rechenoperationen geschlossen werden kann.

Um eine überschaubare Anzahl von Verlaufstypen herausarbeiten zu können, wurden die Lösungsmethoden gebündelt, um wenige zentrale Ausprägungen in den Vergleichsdimensionen generieren zu können: Die Daten zeigen Kinder, die eher *schrittweise rechnen* und andere Kinder, welche beide Zahlen in die einzelnen Stellenwerte zerlegen, anschließend verknüpfen und daher *stellenweise rechnen*. Kinder, die schrittweise rechnen, praktizieren eher kombinierte Lösungsmethoden und Ableitungsstrategien. Kinder, welche stellenweise vorgehen, rechnen eher algorithmisch und praktizieren „Rechnen mit den Ziffern in den Stellenwerten“, eine induktiv gefundene Kategorie. So ergeben sich die Ausprägungen *Rechnen in den Stellenwerten* und *Rechnen mit Zahlganzzheiten*.

Die andere Vergleichsdimension *Lösungsquote*, repräsentiert durch die Anzahl der richtigen Ergebnisse, bildet das mathematisch richtige Verknüpfen der Rechenoperationen ab.

Gruppierung der Fälle und Analyse empirischer Regelmäßigkeiten

Das Konzept des *Merkmalsraums* systematisiert alle möglichen (Merkmals-)Kombinationen. Die Verortung der Fälle in einem Erhebungszeitpunkt erfolgt über die Vergleichsdimension *Lösungsquote* und über die Vergleichsdimension *Lösungsweg* mit den Ausprägungen Zählen und Rechnen, wobei Rechnen in die Ausprägungen „Rechnen mit Zahlganzzheiten“ und „Rechnen in den Stellenwerten“ unterteilt ist (siehe Tabelle). Gesamt ergeben sich fünf Merkmalskombinationen, die Merkmalskombination „Zählen mit hoher Lösungsquote“ tritt in dieser Stichprobe nicht auf.

Lösungsquote	Lösungsweg		
	Rechnen		Zählen
	Rechnen mit Zahlganzzheiten	Rechnen in den Stellenwerten	
Hohe Lösungsquote			
Niedrige Lösungsquote			

Tab.: Verortung in einem Erhebungszeitpunkt: Merkmalskombinationen in der Mehrfeldertafel

Die Zuordnung der einzelnen Fälle erfolgt weitgehend quantitativ operationalisiert. Eine hohe Lösungsquote wird erreicht, wenn mehr als 80 % der Rechnungen in einem Erhebungszeitpunkt richtig gelöst wurden. Zählen wird zugeordnet, wenn 40 % der Aufgaben zählend gelöst wurden.

Zu *Rechnen mit Zahlganzzheiten* bzw. *Rechnen in den Stellenwerten* wird zugeteilt, wenn 50 % der Lösungsmethoden den jeweiligen Ausprägungen entsprechen. Neutral wird zugewiesen, wenn keine Ausprägung in den Lösungswegen erreicht wird. Sehr hilfreich sind Streudiagramme, weil sie die jeweiligen Merkmalskombinationen, wie z. B. Rechnen mit Zahlganzzheiten / Lösungsquote, nicht nur klassifizieren, sondern auch Ordnungsrelationen visualisieren. Dies ermöglicht Distanzentscheidungen im weiteren Analyseprozess (Näheres in Fast, 2017, S. 132 ff.).

Die bisherigen Zuordnungen beziehen sich auf einen Erhebungszeitpunkt. Um jedoch in einem Längsschnitt über alle Erhebungszeitpunkte hinweg intraindividuelle Entwicklungsverläufe generieren zu können, werden die sechs zugewiesenen Merkmalskombinationen pro (Längsschnitt-)Fall aneinandergereiht, verglichen und gruppiert.

Die Gruppierung erfolgt auf Basis von mehrmaligen Zugehörigkeiten zu einzelnen Merkmalskombinationen in den sechs Erhebungszeitpunkten. Es können acht Gruppierungen identifiziert werden, nämlich

- die empirisch stark ausgeprägten drei Gruppierungen Zahlenrechnend mit hoher Lösungsquote, Stellenwertrechnend mit hoher Lösungsquote, Stellenwertrechnend mit niedriger Lösungsquote mit mehr als drei Zugehörigkeiten;
- die schwächer ausgeprägten zwei Gruppierungen Zahlenrechnend mit niedriger Lösungsquote, Zählend mit niedriger Lösungsquote mit mindestens drei Zugehörigkeiten;
- die Gruppierung zahlenrechnend beginnend, später stellenwertrechnend vorgehend; und
- die Gruppierung, die eine stark fluktuierende Zuteilung mit mittlerer Lösungsquote aufweist.

Diese Gruppierungen sind die vorläufige Basis für die Typenbildung.

Analyse inhaltlicher Sinnzusammenhänge und Typenbildung

Auf Stufe 3, *Analyse inhaltlicher Zusammenhänge und Typenbildung*, werden durch Fallvergleich und Fallkontrastierung die Gruppierungen/Typen einerseits voneinander abgegrenzt (externe Heterogenität) bzw. innerhalb des Typs durch ähnliche Fälle repräsentiert (interne Homogenität). Einzelne Fälle können – bedingt durch die ordinale Struktur einer Typologie und ihren fließenden Übergängen – nicht von vornherein eindeutig den jeweiligen Gruppen bzw. Typen zugewiesen werden, sondern werden argumentativ beim entsprechenden Typ positioniert.

Diese inhaltlichen Vergleiche bzw. Kontrastierungen ergeben (siehe dazu auch Kelle & Kluge, 2010, S. 102), dass

- Fälle anderen Gruppen zugeordnet werden, denen sie ähnlicher sind (z. B. bei Fall 2107, der aufgrund der Lösungsquote vordergründig zu Typ 3, aufgrund der Fehlerstruktur Typ 2 zugeordnet wird),
- zwei oder auch drei Gruppen zusammengefasst werden, wenn sie sich sehr ähnlich sind (z. B. werden die Gruppierungen „Zahlenrechner mit niedriger Lösungsquote“ und die Gruppierung, die eine stark fluktuierende Zuteilung mit mittlerer Lösungsquote aufweist, zusammengefasst) oder
- einzelne Gruppen weiter differenziert werden, wenn starke Unterschiede ermittelt werden (z. B. werden die Gruppierung „Stellenwertrechner mit hoher Lösungsquote“ und die Gruppierung „Stellenwertrechner mit niedriger Lösungsquote“ durch eine weitere Gruppierung bzw. einen Typ ausdifferenziert).

Charakterisierung der gebildeten Typen

Auf Stufe 4, *Charakterisierung der gebildeten Typen* werden die substantiellen Eigenschaften der generierten sieben Typen von Entwicklungsverläufen beschrieben und mit prototypischen Beispielen erläutert (ausführlich dazu in Fast, 2017, S. 168 ff.). Die generierten Typen sind

- Durchgängig stellenwertrechner (mit hoher Lösungsquote)
- Durchgängig stellenwertrechner (mit mittlerer Lösungsquote)
- Von ziffernrechner zu algorithmisch rechner (mit niedriger Lösungsquote)
- Durchgängig zahlenrechner (mit hoher Lösungsquote)
- Durchgängig zahlenrechner als auch stellenwertrechner (mit hoher Lösungsquote)
- Durchgängig zahlenrechner als auch stellenwertrechner (mit mittlerer Lösungsquote)
- Von zahlenrechner zu stellenwertrechner (mit hoher Lösungsquote)

Literatur

Fast, M. (2017). *Wie Kinder addieren und subtrahieren. Längsschnittliche Analysen in der Primarstufe*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Kelle, U., & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung* (2., überarbeitete Ausg.). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.