

Marei FETZER, Frankfurt

Mit Objekten Mathematik lernen

Ohne Objekte, ohne Materialien und Arbeitsmittel ist Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule kaum vorstellbar. In der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten greifen und hantieren, zeigen und notieren wir; Objekte spielen eine zentrale Rolle beim mathematischen Lernen. Dabei sind sie mehr als Instrumente in unserer Hand. Sie nehmen Einfluss auf unser Handeln. Objekte sind mitten drin, statt nur dabei, wenn Kinder Mathe lernen. Im Beitrag wird eine soziologisch orientierte Perspektive auf Mathematikunterricht eingenommen, die Arbeitsmittel und Materialien als Akteure im unterrichtlichen Interaktionsgeschehen versteht. Es werden empirisch Ergebnisse vorgestellt, in welcher Weise Objekte zum mathematischen Lernprozess beitragen.

In der Mathematikdidaktik hat die Perspektive, die mathematisches Lernen als sozialen Prozess konzipiert, Tradition (Cobb/Bauersfeld 1995). Dabei wird davon ausgegangen, dass im Prozess der wechselseitigen Beeinflussungen eigene Deutungen entwickelt und permanent mit den Bedeutungszuschreibungen und Ideen anderer abgeglichen werden (vgl. Blumer 1986). Auf diese Weise differenzieren sich eigene Deutungen aus, wir *lernen*.

Dieser Beitrag geht einen Schritt weiter, und legt unter Rückgriff auf Latours Actor Network Theorie (ANT) ein weitaus umfassenderes Interaktionsverständnis zugrunde (Latour 2005). Latour nimmt in seiner Soziologie der Objekte nicht nur Menschen in den Blick, sondern konzipiert auch Objekte als Akteure im sozialen Geschehen. Diese sehr unterschiedlichen Akteure, menschliche und dingliche, gehen Verbindungen ein, vernetzen sich temporär, und lösen diese Verbindungen wieder auf. (Für eine ausführliche Darstellung vgl. Fetzer 2015.) Latours Ansatz folgend wird Mathematikunterricht nicht nur als soziale Interaktionssituation *menschlicher* Akteure interpretiert, sondern als ein *Netzwerk zwischen Menschen und Dingen* verstanden. Unterrichtliche Interaktionssituationen emergieren folglich nicht mehr ausschließlich durch die Inter-Aktionen von Schülerinnen, Schülern und Lehrpersonen. Auch Objekte werden als Akteure angesehen, die eine Rolle im unterrichtlichen Interaktionsprozess spielen (vgl. Fetzer 2015; 2018). Sie machen inhaltliche Angebote, die im Prozess der wechselseitigen Beeinflussung unterschiedlich gedeutet und interpretiert werden können. Auf diese Weise beeinflussen Objekte den mathematischen Lernprozess.

Für eine genauere Betrachtung, inwieweit sich das Mitwirken von Objekten in mathematischen Lernprozessen empirisch rekonstruieren lässt, wird im

Folgenden auf drei Aspekte eingegangen: Sprache, Argumentation und Abstraktion.

Sprache: Strukturell betrachtet lassen sich zwei Varianten rekonstruieren, wie Objekte am unterrichtlichen Interaktionsprozess teilnehmen. Entweder Objekt und Mensch agieren in der *Vernetzung*. Aktionen werden dann von beiden Akteuren gemeinsam ausgefüllt (vgl. Fetzer 2018, Fetzer/Tiedemann 2016). Oder es emergiert ein kurztaktiger Wechsel zwischen menschlichem und dinglichem Akteur. Es entsteht eine *Ping-Pong-Struktur*, in der Objekte in *Solo-Aktion* einzelne Turns übernehmen. Im Hinblick auf das mathematische Lernen im Zusammenhang mit sprachlichen Aspekten ist diese strukturelle Unterscheidung zentral, wie nachstehende Ausführungen zeigen.

Agieren Objekt und Kind in einer *vernetzten Aktion*, wie beispielsweise beim Basteln eines Herzes mit Schere und Papier, müssen die Lernenden nur einen Teil des Turns ausfüllen und sprachlich repräsentieren. Die Frage, ob die entstandene Herzfigur achsensymmetrisch ist, lässt sich in der Vernetzung von Kind und Papier überzeugend beantworten: Falten demonstriert die Deckungsgleichheit auch mit wenigen Worten: „Schau, passt“. Es lässt sich festhalten: Objekt-Akteure entlasten die Kinder auf sprachlicher Ebene. Sie ermöglichen das Ausdrücken mathematischer Ideen auch dann, wenn (treffende) Worte (noch) fehlen, Vorstellungen und Ideen können dennoch explizit gemacht werden. Erst dadurch werden sie im Unterrichtsprozess thematisierbar und interaktiv verhandelbar. Prozesse wechselseitiger Beeinflussung, die als Lernen verstanden werden, emergieren.

Anders sind die Lernbedingungen, wenn Objekt und Kind im raschen Wechsel einer *Ping-Pong Situation* agieren. Dies lässt sich beispielweise beobachten, wenn Kinder Klötzchen legen, betrachten, verschieben, aus anderer Perspektive erneut anschauen, wieder umlegen. „Guck, es ist egal, ob ich erst die vier Steine lege, oder erst die drei Steine. Zusammen sind es immer sieben.“ Prinzipiell ist nicht notwendigerweise zu erwarten, dass in solchen Ping-Pong-Situationen überhaupt gesprochen wird. Die empirischen Analysen zeichnen jedoch ein deutliches Bild: Es lässt rekonstruieren, dass Objekte in Ping-Pong-Situationen das Versprachlichen geradezu herausfordern. Insbesondere lassen sich in diesen Situationen Entwicklungen der mathematischen Ausdrucksfähigkeit beobachten: Lernende verwenden zunehmend konzeptionell schriftlichere und elaboriertere Sprache, um Entdeckungen zu formulieren oder Ideen zu versprachlichen (vgl. Fetzer/Tiedemann 2016). Wie lässt sich das erklären? Objekt Akteure machen inhaltliche Angebote. Dies tun sie auf ihre eigene Art und Weise. Insbesondere durch Versprachlichen werden diese Angebote interaktiv verhandelbar. Gleichzeitig vollzieht

sich ein Wechsel der Repräsentationsformen (vgl. Bruners Theorie der Repräsentationsformen (Bruner 1986)). Darstellungseben müssen miteinander verknüpft werden, Mathematisches Lernen findet statt.

Argumentation: Unter einer argumentationstheoretischen Perspektive lässt sich rekonstruieren, dass Objekte auch im Rahmen von Argumentationen eine zentrale Rolle spielen, indem sie einzelne Elemente der Argumentation übernehmen (Fetzer 2019). Warum ist das Papierherz (s.o.) symmetrisch? Das gefaltete Herz zeigt die Deckungsgleichheit, der Objekt-Akteur überzeugt. Da Objekte einzelne Teile einer Argumentation übernehmen, müssen nicht alle Elemente der Argumentation sprachlich repräsentiert werden. Insbesondere Garanten, die die Zulässigkeit des Schlusses legitimieren, werden von Objekt-Akteuren beigetragen (Toulmin 2003; Fetzer 2019). Begründungen, die ohne das Zutun der Objekte implizit geblieben wären, werden explizit und somit für alle Lernenden (cher) nachvollziehbar. Gleichzeitig werden sie damit einer interaktiven Aushandlung zugänglich. Insgesamt werden die Argumentationssituationen unter Mitwirkung von Objekt-Akteuren komplexer, die Argumentationen verdichten sich. Damit verbessern sich die Bedingungen für mathematisches Lernen durch Partizipation an den Argumentationsprozessen, da Argumentationen auf hohem Niveau geboten werden.

Abstraktion: Eine wesentliche Anforderung beim Mathematiklernen besteht darin, das Gemeinsame in sehr unterschiedlichen Situationen zu erkennen. Unser Wissen ist nach Bauersfeld zunächst bereichsspezifisch verschiedenen subjektiven Erfahrungsbereichen (SEB) zugeordnet. Das Verknüpfen unterschiedlicher SEBs wird erst möglich, wenn einzelne Erfahrungsbereiche hinreichend ausdifferenziert sind. Dann erst können neue Erfahrungsbereiche entstehen, die auf strukturelle Gemeinsamkeiten ausgelegt sind (Bauersfeld 1983). An dieser Stelle kommen Objekt-Akteure ins Spiel. Sie aktivieren SEBs und tragen in ihrer Konkretheit dazu bei, das Spezifische einzelner SEBs zu betonen und auszudifferenzieren. Zentral ist dabei die Tatsache, dass im interaktiven Prozess von den Lernenden unterschiedliche Deutungen und Einbindungen in die jeweiligen Erfahrungsbereiche vorgenommen werden. In ein und derselben Interaktionssituation werden durch das Mitwirken der Objekt-Akteure also verschiedene Deutungen ‚provokiert‘. Entsprechend sind die Bedingungen, im Prozess wechselseitiger Beeinflussung strukturelle Gemeinsamkeiten zu entdecken, günstig. Im Austausch mit anderen, im Abgleich der Deutungen, werden (individuelle) Abstraktionsprozesse ausgelöst. So ist Abstraktion (vor allem auch) ein sozialer Prozess. Insgesamt sind somit die Bedingungen für einen gelingenden Abs-

traktionsprozess günstig, wenn Objekt-Akteure mitwirken. Gerade ihre Konkretheit trägt dazu bei, Abstraktionsprozesse herauszufordern. (vgl. Fetzer 2019; Fetzer/Tiedemann 2018)

Es bestätigt sich empirisch: Objekte spielen eine zentrale Rolle beim mathematischen Lernen. Sie sorgen für Explizität. Damit werden mathematische Ideen dem interaktiven Austausch zugänglich, Lernbedingungen verbessern sich. Außerdem tragen Objekte in besonderer Weise zur Weiterentwicklung mathematischer Sprache bei. Gleichzeitig fordern sie zum Wechsel der Repräsentationsebenen heraus. Zudem verdichten sie Argumentationssituationen. Schließlich unterstützen Objekte in ihrer Konkretheit die Ausdifferenzierung von SEBs. Das sind notwendige Voraussetzungen für einen gelingenden Abstraktionsprozess. (vgl. Fetzer 2019)

Literatur

- Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld u.a. (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Untersuchungen zum Mathematikunterricht (1–56)*. Band 6. Köln: Aulis Verlag.
- Blumer, H. (1986). *Symbolic interactionism: Perspective and method*. Berkeley: University of California Press.
- Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Hrsg.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Fetzer, M. (2019). Gemeinsam mit Objekten lernen. Zur Rolle von Objekten im Rahmen kollektiver Lernsituationen. In B. Brandt & K. Tiedemann (Hrsg.), *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive (S. 127-162)*. Münster: Waxmann. Im Druck.
- Fetzer, M. (2015). Mit Objekten rechnen. Empirische Unterrichtsforschung auf den Spuren von Materialien im Mathematikunterricht. In T. Alkemeyer et. al. (Hrsg.): *Bildungspraxis. Körper, Räume, Objekte* (309–338). Weilerswist: Velbrück Wissenschaft.
- Fetzer, M. & Tiedemann, K. (2018). The Interplay of Language and Objects in the Process of Abstracting. In J. Moschkovich, D. Wagner, A. Bose, J. Rodrigues, & M. Schütte (Eds.). *Language and communication in mathematics education: International perspectives* (pp. 91-104). Dordrecht: Springer.
- Fetzer, M. & Tiedemann, K. (2016). The interplay of language and objects in the mathematics classroom. In K. Krainer & N. Vondrová (Hrsg.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Prague, Czech Republic (1387–1392)*. <hal-01287670>.
- Kopperschmidt, J. (1989). *Methodik der Argumentationsanalyse*. Stuttgart, Bad Cannstatt: Frommann – Holzboog.
- Latour, B. (2005). *Reassembling the Social. An introduction to Actor-Network-Theory*. Oxford: University Press.
- Toulmin, S. (2003). *The Uses of Argument*. Cambridge: University Press.