Laura GABLER & Stefan UFER, München

Sprachliche Flexibilität von Grundvorstellungen zu Addition und Subtraktion – Eine Vorstudie zu einem Förderkonzept für die zweite Jahrgangsstufe

Hintergrund

Sprachliche Aspekte spielen beim Erwerb mathematischer Begriffe eine zentrale Rolle (Maier & Schweiger, 1999). Als Erklärungsansatz für Zusammenhänge zwischen sprachlichen Kompetenzen und mathematischem Kompetenzerwerb (z.B. Bochnik, 2017) wird unter anderem die mentale Nutzung von Sprache für die mathematische Wissenskonstruktion diskutiert (Sfard, 2008). Aus verschiedenen Perspektiven gilt es als ein wesentlicher Teil mathematischen Begriffsverständnisses, zwischen verschiedenen Darstellungen eines mathematischen Konzepts flexibel wechseln und zum Lösen von Problemen geeignete Darstellungen auswählen zu können (Goldin, 1998). Sprachliche Darstellungen wie z.B. die verbale Beschreibung von Situationen werden dabei oft als eine zentrale Darstellungsform mathematischer Konzepte genannt (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003).

Aus einer anderen Perspektive werden sprachliche Mittel zur Beschreibung mathematischer Strukturen als wesentliches Schwierigkeitsmerkmal von Textaufgaben genannt. Die Situationsstrukturen von Simplex-Textaufgaben zu Addition und Subtraktion können bezüglich der umgesetzten Grundvorstellungen in Veränderungs-, Vereinigungs-, Vergleichs- oder Ausgleichsstrukturen unterschieden werden (Schipper, 2009). Während Veränderungs-, Ausgleichs- und Vereinigungsaufgaben zu den einfacheren Grundvorstellungen gehören, stellen Vergleichsaufgaben für viele Lernende eine Herausforderung dar (Riley & Greeno, 1988; Stern, 1998). Auch die in der Textaufgabe gesuchte Menge kann je nach Position zu unterschiedlichen Lösungsraten führen. Geringere Lösungsraten erzielen Lernende bei Vergleichsaufgaben mit gesuchter Ausgangsmenge: „Anna hat 3 Nüsse. Sie hat 2 Nüsse weniger als Ben. Wie viele Nüsse hat Ben?“ (nach Stern, 1998). Bisherige Ergebnisse weisen darauf hin, dass besonders Vergleichsaufgaben leichter sind, wenn die Formulierungsrichtung (aufsteigend bzw. absteigend) konsistent mit der Operation (Addition bzw. Subtraktion) ist, die direkt zur Lösung der Aufgaben angewendet werden kann. Dabei deutet Stern (1993) darauf hin, dass nicht nur Signalwortstrategien, sondern auch das Verständnis der Symmetrie von quantitativen Vergleichen (A hat 4 mehr als B = B hat 4 weniger als A) unterschiedliche Lösungsraten verursachen.

A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2019. Münster: WTM-Verlag.

Die Unterschiede in den Lösungsraten unterschiedlich strukturierter Textaufgaben haben bereits früh zu Ideen geführt, das Verständnis einfacherer Aufgabentypen nutzbar zu machen, um schwierigere zu erschließen. Während Greeno (1980) die Transformation von Veränderungs- in Vereinigungsaufgaben als Umdeutungsstrategie vorschlägt, weist Stern (1993) auf die Rolle der Symmetrie quantitativer Vergleiche und der damit verbundenen sprachlichen Flexibilität hin. Diesen Förderansätzen liegt die Hypothese zugrunde, dass eine solche Umdeutung von Textaufgaben auf Ebene der Situationsstrukturen Lernende beim Lösen von Textaufgaben unterstützen kann.

Fragestellungen

In einem ersten Schritt sollten daher bereits vorliegende Ergebnisse zur Schwierigkeit von Textaufgaben repliziert und zu systematisiert werden (1): Welche der Aufgabenmerkmale *Grundvorstellung*, *Formulierungsrichtung* und *gesuchte Menge* erklären Schwierigkeitsunterschiede zwischen Textaufgaben zur Addition und Subtraktion? Weiterhin gingen wir aufgrund der Literaturlage davon aus, dass besonders Umdeutungen zwischen verschiedenen Grundvorstellungen hilfreich für die Bearbeitung von Textaufgaben sein sollten. Deshalb war von Interesse, ob das vorherige Lösen einer Veränderungs- bzw. Ausgleichsaufgabe das darauffolgende Lösen derselben, allerdings als Vergleichssituation formulierten Aufgabe erleichtert (2): Inwiefern sind Lernende spontan bzw. aufgrund eines vom Testleiter gegebenen Hinweises in der Lage, Ähnlichkeiten in den Situationsstrukturen zu erkennen und für die Lösung von Textaufgaben heranzuziehen?

Methode

Zur Bearbeitung dieser Fragen wurde eine Querschnittstudie mit Paper-Pencil-Tests mit acht Klassen der Jahrgangsstufe 2 verschiedener Grundschulen (N = 139) durchgeführt. Die Lernenden bearbeiteten „Textaufgaben-Paare“, welchen jeweils derselbe Kontext (Namen, Objekte), dieselbe Formulierungsrichtung und dieselbe mathematische Struktur, jedoch unterschiedliche Grundvorstellungen zugrunde lagen. Grundlage des Designs war die Annahme, dass insbesondere eine Umdeutung der Grundvorstellung „Vergleich“ in „Veränderung“ bzw. „Ausgleich“ für Lernende hilfreich sein könnte, da sich beide Grundvorstellungen in bisherigen Studien als einfacher herausstellten. Ein beispielhaftes Textaufgaben-Paar bestand aus den Aufgaben „Nils hat 13 Kastanien, Maria hat 8 Kastanien. Wie viele Kastanien muss Nils noch abgeben, damit er gleich viele wie Maria hat?“ und „Nils hat 13 Kastanien, Maria hat 8 Kastanien. Wie viele Kastanien hat Maria weniger als Nils?“. Jedes Kind bearbeitete zehn Textaufgaben-Paare im Klassenverband. Die Hälfte aller teilnehmenden Klassen erhielt zu Beginn einen

Hinweis, der die Nutzung der ersten Textaufgabe im Paar für die Bearbeitung der zweiten unterstützen sollte. Aus jeder Lösung wurden zwei Leistungsmaße kodiert. Beim ersten Maß (*korrektes Ergebnis*) wurde eine Antwort nur als korrekt gewertet, wenn das Ergebnis stimmte, beim zweiten Maß (*korrekte Rechenoperation*) wurde eine Antwort akzeptiert, wenn mindestens die Rechnung *oder* das Ergebnis richtig war.

Ergebnisse

Um den ersten Fragenkomplex zu bearbeiten, wurde anhand der jeweils ersten Aufgaben der Textaufgaben-Paare der Einfluss der Haupteffekte der in den Textaufgaben umgesetzten *Grundvorstellung*, der *gesuchten Menge* und der *Formulierungsrichtung* analysiert. Es zeigten sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den Grundvorstellungen in Bezug auf die Häufigkeit numerisch korrekter Ergebnisse (Verändern: 77,1%; Ausgleichen: 71,0%; Vergleichen; 72,1%). Bei Ausgleichsaufgaben wurde jedoch signifikant seltener die korrekte Operation identifiziert als bei Vergleichsaufgaben (Verändern: 82,4%; Ausgleichen: 75,4%; Vergleichen; 76,3%). Der Haupteffekt der Formulierungsrichtung auf die Häufigkeit korrekter Ergebnisse und die Häufigkeit korrekt identifizierter Rechenoperationen war jeweils nicht signifikant. Es zeigten sich signifikante Unterschiede für die Häufigkeit korrekter Ergebnisse und korrekter Rechenoperationen nach der gesuchten Menge. Bei Aufgaben mit unbekannter Ausgangsmenge (66,8% korrekte Ergebnisse) wurde seltener das korrekte Ergebnis angegeben als bei Aufgaben mit unbekannter Veränderungs- (74,0%) oder Ergebnismenge (78,1%). Korrekte Rechenoperationen wurden häufiger bei Aufgaben mit unbekannter Ergebnismenge (84,3% korrekte Rechenoperationen) als bei Aufgaben mit unbekannter Ausgangs- (72,0%) oder Veränderungsmenge (76,3%) identifiziert. Die Lösungsraten bei Aufgaben mit unbekannter Ausgangs- und Veränderungsmenge war für beide Maße unterschieden sich nicht signifikant. Interaktionseffekte zeigten, dass Aufgaben häufiger korrekt gelöst wurden, wenn die Formulierungsrichtung konsistent zur Rechenoperation war.

Zur Bearbeitung der zweiten Forschungsfrage wurden zunächst die Effekte der *Aufgabenposition* im Textaufgaben-Paar (erste vs. zweite Aufgabe) und der in der Aufgabe umgesetzten *Grundvorstellung* analysiert. Die Interaktion aus *Aufgabenposition* und *Grundvorstellung* war in allen Fällen nicht signifikant. Insgesamt zeigte sich also insbesondere nicht, dass Vergleichsaufgaben besser gelöst wurden, wenn direkt davor eine strukturell ähnliche Veränderungs- oder Ausgleichsaufgabe bearbeitet wurde. Der Effekt des *Hinweises* war jeweils nicht signifikant.

Diskussion

Insgesamt fielen die Lösungsraten der verschiedenen Aufgabentypen im Vergleich zu älteren Studien (z.B. Stern, 1994 in Jahrgangsstufe 1) homogener und höher aus. Die Ergebnisse konnten daher nicht vollständig repliziert werden. Darüber hinaus zeigten sich, älteren Studien widersprechend, nur geringe Unterschiede nach der in den Textaufgaben präsentierten Grundvorstellung. Als wesentlich bedeutsamer zur Identifikation der korrekten Rechnung erweist sich in unserer Studie, ob Vergleiche und Handlungen im Aufgabentext aufsteigend oder absteigend formuliert sind. Höhere Lösungsraten zeigen sich, wenn diese sprachliche Formulierung zu der für die Aufgabe korrekten Rechenoperation passte. Hinsichtlich der geplanten Interventionsstudie ist daher ein zusätzlicher Fokus auf die Symmetrie quantitativer Vergleiche notwendig. Letztlich gibt die Studie keine Hinweise auf eine spontane Nutzung der Strukturähnlichkeit direkt aufeinanderfolgender Aufgaben. Dies wirft die Frage auf, inwiefern ein explizites Training in der Umdeutung von Additions- und Subtraktionssituationen die Lernenden bei der Bearbeitung solcher Textaufgaben unterstützen könnte.

Literatur

Bochnik, K. (2017). *Sprachbezogene Merkmale als Erklärung für Disparitäten mathematischer Leistung: Differenzierte Analysen im Rahmen einer Längsschnittstudie in der dritten Jahrgangsstufe.* Münster: Waxmann.

Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 137-165.

Greeno, J. G. (1980). Some examples of cognitive task analysis with instructional implications. In E. Snow, P.-A. Frederico & W. E. Montague (Hrsg.), *Aptitude, learning, and instruction. Volume 2: Cognitive process analysis of learning and problem solving* (S. 1-21). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T. & Zawojewski, J. (2003). Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In R. Lesh & H. Doerr (Hrsg.), *Beyond Constructivism. Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Maier, H. & Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache: Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht.*

Riley, M. S. & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and instruction, 5*(1), 49-101.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.

Sfard, A. (2008). Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing. *TMME, 5*, 429-436.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology, 85*(1), 7-23.

Stern, E. (1994). Die Erweiterung des mathematischen Verständnisses mit Hilfe von Textaufgaben. *Grundschule, 26*(3), 23-25.

Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter.* Lengerich: Pabst Science Publishers.