

Stephanie GLEICH, Nürnberg

Konzeption einer Studie zum Einfluss von Mathematik auf kreative Fähigkeiten

Der psychologischen, pädagogischen oder auch fachdidaktischen Literatur kann eine verbreitete Überzeugung entnommen werden, dass „man Kreativität in bestimmtem Umfang lernen kann [...], wenn auch Belege hierfür sehr schwer zu erbringen sind“ (Zech, 1996, S. 354). In einer Forschungsarbeit soll der Frage nachgegangen werden, inwieweit mathematisches Arbeiten Kreativität fördert bzw. beeinflusst.

In den ersten beiden Abschnitten dieses Beitrags werden die Begrifflichkeiten „Kreativität“ und „mathematisches Arbeiten“ erläutert und anschließend ein Aufgabentyp zu Dreieckskonstruktionen vorgestellt, der mathematisches Arbeiten im beschriebenen Sinn ermöglicht. Abschließend wird das Design des Forschungsvorhabens dargestellt.

1. Zum Begriff Kreativität

Den Begriff Kreativität beschreibt die Psychologie ähnlich wie beim Intelligenzbegriff anhand spezifischer Eigenschaften, welche kreativen Persönlichkeiten zugeschrieben werden:

Eine Person mit einer offenen und kritischen Haltung ihrer Umwelt gegenüber ist problemsensitiv. Sie wird leicht auf Ungewöhnlichkeiten aufmerksam und entdeckt neue Probleme. Denkt eine Person flüssig, so kann sie zu einem vorhandenen Problem möglichst viele Assoziationen (in kurzer Zeit) nennen. Flexibles Denken zeichnet sich dadurch aus, ein Problem von verschiedenen Seiten betrachten und damit verschiedenartige Produktionen hervorbringen zu können. Durch originelles Denken können ungewöhnliche bzw. ausgefallene Ideen produziert werden. Elaboration ist die Fähigkeit, generierte Ideen anzureichern und sie zielgerichtet und gründlich zu durchdenken.

Bezüglich derartiger „kreativer“ Eigenschaften hat die Psychologie standardisierte Tests entwickelt, womit die Kreativität einer Person messbar gemacht werden kann (z.B. TSD-Z „Test zum Schöpferischen Denken – Zeichnerisch“, Urban & Jellen, 1995).

2. Zum Verständnis von mathematischem Arbeiten

Das Verständnis von „Mathematik betreiben“ soll im Rahmen des dargestellten Forschungsvorhabens bewusst von der häufig anzutreffenden Populärmeinung abgegrenzt werden, welche mathematisches Arbeiten mit

Rechnen gleichsetzt. Während Rechnen durch quasi-maschinelles Anwenden von Algorithmen und Rechenregeln auf die Lösung einer vorgegebenen Aufgabe abzielt, verfolgt „mathematisches Arbeiten“, neben dem Lösen von mathematischen Problemen, vielmehr auch das Weiterentwickeln der bereits gelösten Probleme und insbesondere das Auffinden neuer, selbstformulierter Probleme.

Um im Rahmen des Forschungsvorhabens mathematisch Arbeiten zu können, werden also Aufgaben benötigt, die ein Auffinden, Bearbeiten und Weiterentwickeln von Problemen zulassen und damit folgenden Anforderungen genügen: Das beschriebene Verständnis des mathematischen Arbeitens beschränkt sich nicht auf das Bearbeiten von Routineaufgaben (Rechenaufgaben). Die Aufgaben sollen offen sein, um eine gewisse Freiheit im Denken, die beim mathematischen Arbeiten erforderlich ist, zu ermöglichen und um individuelle Lösungsansätze zu ermöglichen. Die Bearbeitung der Aufgaben soll selbst neue Probleme aufwerfen und damit eigene Fragestellungen und Entdeckungen ermöglichen. Das heißt also, dass die Aufgaben einen reichhaltigen mathematischen Kontext eröffnen sollen. Um den Fokus auf das mathematische Arbeiten legen zu können und den Blick nicht vom Wesentlichen abzulenken, sollen die Problemstellungen leicht verständlich und „innermathematisch“, also nicht anwendungsbezogen sein. Gleichzeitig sollen sie so schwer sein, dass sie nicht nur durch kurzes Überlegen gelöst werden können.

Im folgenden Abschnitt werden Aufgaben vorgestellt, die diesen Anforderungen genügen und die im Rahmen der Forschungsprojekts zum mathematischen Arbeiten herangezogen werden sollen.

3. Ein neuer Aufgabentyp zu Dreieckskonstruktionen

Aufgaben, die obigen Anforderungen aus unserer Sicht genügen, folgen dem Grundprinzip:

Gegeben sind drei Geraden und/oder Punkte.

Gesucht ist ein Dreieck, bei dem diese Geraden und/oder Punkte bestimmte besondere Linien und/oder Punkte darstellen.

Eine mögliche Beispielaufgabe zu diesem Aufgabentyp kann somit folgendermaßen lauten:

Beispielaufgabe:

Gegeben sind drei Geraden (vgl. Abb. 1(a)).

Gesucht ist ein Dreieck, bei dem diese Geraden die Höhen h_a und h_b und eine Mittelsenkrechte m_c darstellen (vgl. Abb. 1(b), schwarz).

Durch Variation (vgl. Schupp, 2002) der besonderen Linien oder Punkte in den Aufgabenstellungen können über 2000, bisher ungelöste, Probleme zu

diesem Aufgabentyp generiert werden (vgl. Gleich, 2018). Dass sich diese Problemstellungen zum mathematischen Arbeiten eignen, soll im Folgenden anhand der in Kapitel 2 beschriebenen Anforderungen an Aufgaben erläutert und mit einer exemplarischen Bearbeitung verdeutlicht werden.

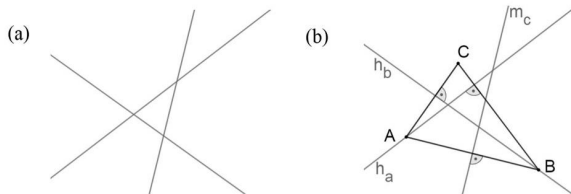


Abb. 1: gegebene (grau) und gesuchte (schwarz) Konfiguration der Beispielaufgabe

Da es sich bei den Aufgaben zu Dreieckskonstruktionen um bisher ungelöste Probleme handelt, stellen sie keine Routineaufgaben dar und können durch das „Betreten von mathematischem Neuland“ zudem motivierend wirken. Die Aufgabenstellungen folgen jeweils demselben Grundprinzip, sodass die Aufgaben nach einmaliger Einarbeitung leicht verständlich und trotzdem - so die bisherige Erfahrung - unterschiedlich und anspruchsvoll in ihrer Bearbeitung sind. Die im Folgenden dargestellte exemplarische Konstruktionsbeschreibung stellt einen von vielen möglichen Lösungswegen der obigen Beispielaufgabe dar. Der hier nicht beschriebene Prozess des Auffindens von Konstruktionsideen wird durch den Einsatz dynamischer Geometriesoftware unterstützt (vgl. Gleich, 2018).

Konstruktionsbeschreibung:

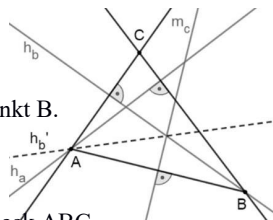
Gegeben: drei Geraden h_a , h_b , m_c (grau)

Gesucht: Dreieck ABC

1. Die Bildgerade von h_b gespiegelt an m_c ist h_b' .
2. Der Schnittpunkt von h_b' und h_a ist der Punkt A.
3. Der Bildpunkt von A gespiegelt an m_c ist der Punkt B.
4. Die Senkrechte zu h_a durch B ist die Gerade a.
5. Die Senkrechte zu h_b durch A ist die Gerade b.
6. Der Schnittpunkt von a und b ist der Punkt C.
7. Die Punkte A, B und C bilden das gesuchte Dreieck ABC.

Richtigkeit der Konstruktion:

Die Gerade h_a ist mit Konstruktionsschritt 2. und 4. die gesuchte Höhe zur Dreiecksseite a. Die Gerade h_b ist mit Konstruktionsschritt 3. und 5. die gesuchte Höhe zur Seite b. Durch die Schritte 1.-3. ist gewährleistet, dass m_c die Dreiecksseite c senkrecht halbiert. Dass die entstandene Konfiguration ein Dreieck darstellt, ergibt sich zusätzlich aus den Schritten 6. und 7.



Nach der Bearbeitung der Problemstellung beginnt ein weiterer wesentlicher Bestandteil mathematischen Arbeitens, in dem nach möglichen Variationen, Regelmäßigkeiten oder Zusammenhängen in der Konstruktion gesucht wird. Durch selbst formulierte Problemstellungen kann der, der Problemstellung zugrunde liegende, reichhaltige mathematische Kontext erforscht und dabei neue Entdeckungen gemacht werden. Mögliche sogenannte Forscherfragen sind im Folgenden für die dargestellte Beispielaufgabe abgebildet, wobei auf deren exemplarische Beantwortungen aus Platzgründen verzichtet wird.

Forscherfragen:

1. Wann ist die Aufgabe nicht lösbar?
2. Wie müssen die gegebenen Geraden liegen, damit ein gleichschenkliges Dreieck entsteht?
3. Gibt es einen Zusammenhang zwischen dem Lösungsdreieck und dem Dreieck, das die drei gegebenen Geraden einschließen?

Durch die Bearbeitung der Problemstellungen des Aufgabentyps kann also mathematisches Arbeiten im beschriebenen Sinne stattfinden. Ob dadurch kreative Fähigkeiten einer Person beeinflusst werden, soll durch folgendes Forschungsvorhaben ermittelt werden.

4. Zum Design der Studie

Für die Studie wird ein Seminar zum mathematischen Arbeiten konzipiert. Darin sollen Lehramtsstudierende der Universität Erlangen-Nürnberg befähigt werden, Problemstellungen des Aufgabentyps selbstständig bearbeiten, weiterentwickeln und eigene Fragestellungen ermitteln zu können.

Dem Seminar wird jeweils ein standardisierter Kreativitätstest vorausgestellt und angeschlossen. Um mögliche Veränderungen der kreativen Fähigkeiten der Seminarteilnehmer auf mathematisches Arbeiten zurückführen zu können, finden parallel Kreativitätstests einer Kontrollgruppe statt.

Literatur

- Gleich, S. (2018). Ein „neuer“ Aufgabentyp von Dreieckskonstruktionen?! In Filler, A., Lambert, A. (Hrsg.), *Geometrie mit Tiefe – Arbeitskreis Geometrie 2017 (S. 91 – 102)*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schupp, H. (2002). Thema mit Variation. *Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Urban, K. & Jellen, H. (1995). TDS-Z. *Test zum Schöpferischen Denken – Zeichnerisch*. Frankfurt/M: Pearson Assessment & Information GmbH.
- Zech, F. (1996). Grundkurs Mathematikdidaktik. *Theoretische und praktische Anleitung für das Lehren und Lernen von Mathematik*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.