

## Auswahl von Aufgaben zur Multiplikation in den Klassen 2 und 3 durch Lehrerinnen und Lehrer

### 1. Problemlage

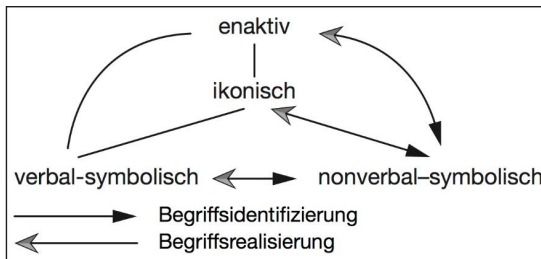
Bezüglich der Multiplikation bestehen die Lernziele darin, dass die Kinder *erstens* ein inhaltliches Verständnis der Operation erwerben, dass sie *zweitens* in der Lage sind, beliebige Aufgaben mit verschiedenen Strategien zu lösen und dass sie *drittens* die Grundaufgabengleichungen (Gleichungen mit zwei Faktoren nicht größer als 10) gedächtnismäßig beherrschen (vgl. Kling & Bay-Williams 2015, CCSSI, 2010 S. 23, KMK 2004, S. 9).

Drei Probleme können bis zur Sekundarstufe immer wieder im Unterricht beobachtet werden: *Erstens* gibt es oft Defizite in der gedächtnismäßigen Beherrschung der Grundaufgabengleichungen, das heißt beim Abruf dieser Gleichungen aus dem Gedächtnis (vgl. Gleißberg 2018). Einmal eingeprägte Gleichungen sind oft vergessen und können nicht rekonstruiert werden. Kinder sind dann z.B. nicht in der Lage, Brüche zu kürzen, weil sie gemeinsame Faktoren nicht identifizieren. *Zweitens* beherrschen nicht wenige Kinder zwar die Grundaufgabengleichungen gedächtnismäßig, können aber Aufgaben mit einem Faktor größer als 10 nicht lösen. *Drittens* sind immer wieder Kinder mit Problemen im inhaltlichen Verständnis der Multiplikation zu beobachten: Sie haben die Gleichungen eingepägt und wissen auswendig, dass z.B.  $3 \cdot 6 = 18$  ist, können dies aber nicht oder nur mit dem Verweis begründen, dass  $3 \cdot 6$  eine verkürzte Schreibweise für  $6 + 6 + 6$  ist. Oft haben sie Probleme beim Lösen von Sachaufgaben.

Der gemeinsame Kern dieser drei Probleme ist ein ungenügendes inhaltliches Verständnis der Multiplikation. Dieses inhaltliche Verständnis kann nur durch das Bearbeiten geeigneter Aufgaben gesichert werden. Welche Aufgaben im Unterricht eingesetzt werden, hängt in hohem Maße vom verwendeten Lehrwerk (der Einheit von Lehrbuch und Arbeitsheft), vor allem aber von der Lehrperson ab. Lehrerinnen und Lehrer setzen oft zusätzliche Materialien wie z.B. Kopiervorlagen ein, mit denen sie ein aus ihrer Sicht bestehendes Defizit im Aufgabenangebote des Lehrwerkes kompensieren. Der Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist deshalb die Aufgabenauswahl der Lehrerinnen und Lehrer. Zur Beurteilung dieser Aufgabenauswahl entwickelten wir ein Framework zur Klassifizierung der Aufgaben. Dessen theoretische Grundlage sind die Ebenen der Repräsentation nach Bruner (1964) und der intermodale Transfer zwischen diesen.

## 2. Klassifizierung von Aufgaben zur Multiplikation

Begriffe sind gedankliche Widerspiegelungen von Klassen von Situationen der objektiven Realität und Terme wie  $3 \cdot 4$  sind nonverbal-symbolische Repräsentationen von Begriffen. Wer Begriffe inhaltlich versteht, kann sie identifizieren, realisieren und systematisieren: Beim Realisieren wird zu Termen wie  $3 \cdot 4$  als der nonverbal-symbolischen Repräsentation des Begriffs eine enaktive Repräsentation (d.h. eine Handlung), eine ikonische Repräsentation (d.h. ein Bild) oder eine verbal-symbolische Repräsentation (d.h. eine passende Geschichte) angegeben. Beim Identifizieren von Termen wird zu einer enaktiven, zu einer ikonischen oder zu einer verbal-symbolischen Re-



präsentation ein passender Term gefunden. Beim Systematisieren von Termen werden Beziehungen zwischen zwei Termen hergestellt. Das kann enaktiv oder ikonisch referenziert werden oder aber ohne jegliche Referenz erfolgen.

Abb.: Ebenen der Repräsentation nach BRUNER (1964)

Dementsprechend können Aufgaben wie folgt klassifiziert werden:

**IBE:** Identifizierung des Begriffs in einer enaktiven Repräsentation z.B. „Lege fünfmal je drei Murmeln. Schreibe eine passende Aufgabe.“

**IBI:** Identifizierung des Begriffs in einer ikonischen Repräsentation. Das sind Aufgaben wie z.B. „Welche Aufgabe passt zu diesem Bild?“

**IBV:** Identifizierung des Begriffs in einer verbal-symbolischen Repräsentation, z.B. „Drei Räuber haben je fünf Goldstücke. Schreibe eine Aufgabe.“

**RBE:** Realisierung des Begriffs durch eine enaktive Repräsentationsebene. Das sind Aufgaben wie z.B. „Lege mit Würfeln passend zu  $4 \cdot 3$ .“

**RBI:** Realisierung des Begriffs durch eine ikonische Repräsentation. Das sind Aufgaben wie z.B. „Male ein Bild passend zur Aufgabe  $4 \cdot 3$ .“

**RBV:** Realisierung des Begriffs durch eine verbal-symbolische Repräsentation, z. B. „Schreibe zu  $4 \cdot 3$  eine passende Geschichte.“

**SBE:** Systematisierung von Begriffen mit Referenz zur enaktiven Repräsentation, z.B. „Wie kommst Du von  $5 \cdot 4$  zu  $6 \cdot 4$ ? Lege und erkläre.“

**SBI:** Systematisierung von Begriffen mit Referenz zur ikonischen Repräsentation, z.B. „Wie kommst Du von  $5 \cdot 4$  zu  $6 \cdot 4$ ? Zeichne und erkläre.“

**SBO:** Systematisierung von Begriffen ohne Referenz zu anderen Repräsentationsebenen. Z.B. „Du kennst  $10 \cdot 8$ . Wie kannst Du  $9 \cdot 8$  berechnen?“

**TW:** Aufgaben, bei denen einem Term ohne Referenz zu einer anderen Repräsentationsebene sein Wert zugeordnet werden muss.

### 3. Anlage der Untersuchung

Wir gaben 91 Lehrerinnen und Lehrern jeweils 68 von uns vorbereitete Aufgaben und forderten zum Klassifizieren der Aufgaben in drei Kategorien auf: Aufgaben, die sie auf jeden Fall im Unterricht einsetzen würden, Aufgaben, die sie auf keinen Fall einsetzen würden und Aufgaben, die aus ihrer Sicht weder besonders nützlich noch besonders ungeeignet sind.

Unter den 68 Aufgaben waren solche, die in vielen Lehrwerken vertreten sind. Es waren Aufgaben aus den oben genannten Klassen **IBE**, **IBI** etc. Einige der 68 Aufgaben gehören zur Klasse **UAF** (Ungeeignete Aufgabenform): Ihre Aufgabenform, also die Verpackung der Aufgabe, verdeckt den Aufgabentyp (der Terminus „Aufgabentyp“ widerspiegelt das mathematische Wesen der Aufgabe) so, dass Kinder und auch Lehrpersonen kaum erfassen, was zu tun ist. Alle Aufgaben wurden von uns einheitlich so layoutet, dass an der äußeren Erscheinung nicht zu erkennen war, aus welchem Lehrwerk die Aufgabe stammt. Das garantierte, dass Aufgaben nicht nur deshalb positiv bewertet wurden, weil sie im persönlich favorisierten Lehrwerk vorkommen. Für jede Lehrperson wurde zu jeder der oben genannten Kategorien erfasst, wie viel Prozent der Aufgaben sie als unverzichtbar und wie viel Prozent der Aufgaben sie als ungeeignet ablehnt.

### 4. Ergebnisse der Untersuchung

Für jede der beteiligten Lehrpersonen wurden die Werte derart erfasst. Über alle 91 Lehrpersonen hinweg ergibt sich folgendes Bild:

A.-Klasse	IBE	IBI	IBV	RBE	RBI	RBV	SBI	SBO	TW	UAF
gewählt	43%	62%	63%	63%	64%	63%	35%	25%	49%	20%
abgelehnt	21%	1%	0%	7%	4%	8%	42%	20%	0%	32%

**Tab.:** Wahl und Ablehnung von Aufgaben: Beispielsweise bedeutet die Angabe 62 % in der Spalte IBI, dass 62% der Lehrpersonen mehr als 50% der vorgelegten Aufgaben des Typs IBI als wichtig ansehen.

Erfreulicherweise werden die Kategorien IBI, IBV, RBE, RBI und RBV jeweils von mehr als 60% der Lehrpersonen als wichtig eingestuft und nur von wenigen Lehrpersonen mehrheitlich abgelehnt. Demgegenüber werden Aufgaben zur Systematisierung (SBI, SBO) offensichtlich nicht in diesem Maße als wesentlich angesehen. Dass die Berechnung von Termwerten nicht

abgelehnt wird, war zu erwarten. Zwar lehnen 32% der Lehrpersonen Aufgaben, in denen die Verpackung im Mittelpunkt steht, in der Regel ab. Jedoch würden zugleich immerhin 20% der Lehrpersonen einen Großteil derartiger Aufgaben einsetzen.

## 5. Diskussion

Dass Lehrpersonen die eine oder andere Aufgabe wegen ihrer – eventuell ungewohnten – Erscheinung nicht als geeignet klassifizieren, ist verständlich. Problematisch ist, wenn Lehrpersonen sinnstiftende Aufgaben wie etwa des Typs SBI als ungeeignet ansehen. Dann ist ein Unterricht wahrscheinlich, in dem das inhaltliche Verständnis der Operation eine untergeordnete Rolle spielt. Das hier gezeichnete Bild ist nur ein erster grober Überblick, dem weitere detaillierte Untersuchungen folgen werden.

## Literatur

- Anghileri, J. & Johnson, D. C. (1992). Arithmetic operations on whole numbers: multiplication and division. In T. R. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods* (Second ed., S. 157-200). Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Baroody, A. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number combinations and how to help them. *Teaching children mathematics*, 13(1), 22-31.
- Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, 19(1), 1-15.
- CCSSI Common Core State Standards Initiative (2010). Common Core State Standards for mathematics. [www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/Common\\_Core\\_State\\_Standards/Math\\_Standards.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standards.pdf) (03.01.2019)
- Gaidoschik, M., Deweis, K.M. & Guggenbichler, S. (2017). How lower-achieving children cope with derived facts-based teaching of basic multiplication. Proceedings of CERME 10. [https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10\\_0356.pdf](https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0356.pdf) (03.01.2019)
- Gleißberg, S. (2018). Man muss es ja doch auswendig wissen – die Behandlung der Multiplikation zwischen Anspruch und Wirklichkeit. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*. Münster: WTM. 619-622.
- Kaulfuß, M. (2018). Arbeiten mit Aufgaben als Tätigkeit der Lehrperson – dargestellt am Beispiel der Multiplikation und Division in den Klassen 2 und 3. (unveröffentlichte Bachelorthesis), PH Schwäbisch Gmünd, Schwäbisch Gmünd.
- Kling, G. & Bay-Williams, J. (2015). Three Steps to Mastering Multiplication Facts. *Teaching children mathematics*, 21(9), 548-558.
- Kultusministerkonferenz (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf) (03.01.2019)
- Park, J. H. & Nunes, T. (2001). The development of the concept of multiplication. *Cognitive Development*, 16, 763-773.