Ján GUNČAGA, Bratislava & Karl Josef FUCHS, Salzburg

Computer als Hilfsmittel zum Verstehen von Schwellenkonzepten (Threshold Concepts) im Mathematikunterricht

Einführung

Schwellenkonzepte (Threshold Concepts) beschreiben nach Meyer und Land (2003) neue kognitive Wege zu Begriffen. Sie repräsentieren einen transformierten Weg im Denken mit denen die/der Lehrende im Verstehen von Begriffen vorwärts gehen kann.

Um Schwellenkonzepte zum Verständnis von Begriffen einzusetzen, muss man diese Konzepte in materielle Objekte, Strukturen transformieren oder von einem speziellen Blickwinkel aus betrachten.

Informations- und Kommunikationstechnologien (IKT) können bei den zuvor genannten Vorgangsweisen helfen.

Schwellenkonzepte erfüllen nämlich folgende Kriterien:

- Sie sind *integrativ*, d.h. sie schaffen Links zwischen verschiedenen Konzepten, über die der Lernende verfügt.
- Sie sind *einschränkend*, d.h. sie agieren als Grenzen für die Begriffe in einzelnen Disziplinen.

Eckerdal et al (Eckerdal et al, 2006; Micheuz, Fuchs & Landerer, 2007) identifizieren die folgenden Merkmale für Schwellenkonzepte:

- Memory Management,
- Abstraktion,
- Basale Objektorientierung

  (Dieses Merkmal wird in der Informatik zur Erklärung der Beziehung Objekt-Klasse benutzt).

IKT und Schwellenkonzepte

Im Sinn der Nutzung von IKT im Mathematikunterricht kann man von einem Einsatz auf mehreren Ebenen sprechen:

- Kognitive Ebene: IKT unterstützen Schüler(innen) auf vielfache Weise bei der Entwicklung mathematischer Begriffe. Im Besonderen können Computer Algebra Systeme (CAS)-z. B. Funktionales Denken bei Vollrath (1989)- zur Unterstützung herangezogen werden. Im Fall universeller mathematischer Programme- sie integrieren CAS, Dynamische Geometrie Systeme (DGS) und Spreadsheets- können mehrere verschiedene Repräsentationen in einer Unterrichtseinheit erreicht werden (Hejný et al., 2006).

- Affektive Ebene: IKT steigern die Freude der Schüler(innen) an der Beschäftigung mit Mathematik.
- IKT ermöglichen es, Schüler(inne)n ‚herausfordernde' Probleme rasch und korrekt zu lösen.

Beispiele für Schwellenkonzepte

Die nachfolgenden Beispiele entnehmen wir dem Themengebiet der Analysis (siehe auch Blum & Törner, 1983). Diskutiert werden Konzepte rund um den Funktionsgriff. Schwerpunkte werden auf der graphischen Repräsentation liegen, d.h. Betrachtungen an den Funktionsgraphen stehen im Mittelpunkt.

Beginnen wir mit dem Begriff der Ableitung. In der Argumentation greifen wir die näherungsweise Beschreibung einer an der Stelle x_0 differenzierbaren reellen Funktion f unter dem Aspekt der linearen Approximation zurück (Knoche & Wippermann 1986, S. 162ff).

Wir definieren die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2 + 0.8 \cdot |x - 2| + 0.5$

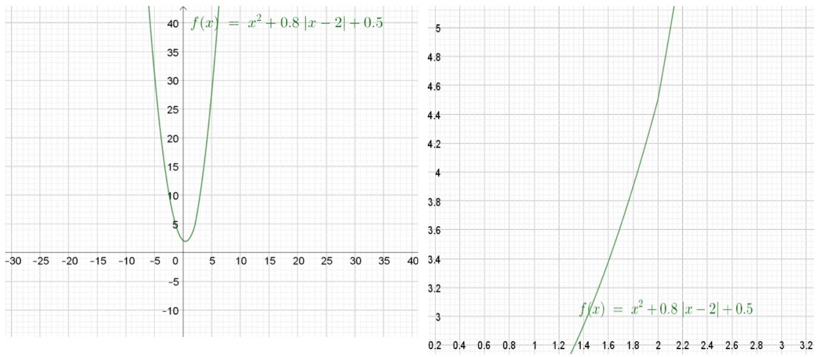

Abb. 1: Die Funktion f : An der Stelle $x_0 = 2$ existiert die erste Ableitung nicht

Setzen wir mit der Diskussion der lokalen Extrema einer reellen Funktion fort. Dazu definieren wir eine neue reelle Funktion g mit $g(x) = x^4 - 0.02 \cdot x^2 + 1$.

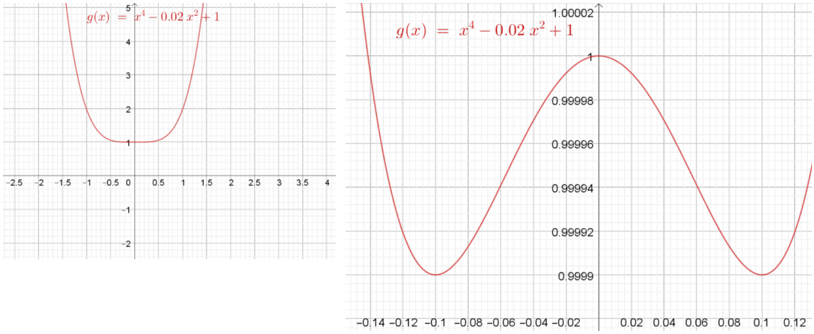

Abb. 2: Die Funktion g mit drei Extrema, die zuerst nicht sichtbar sind (Kirsch, 1976)

Meyer und Land (2003) führen nachfolgendes Schwellenkonzept als Beispiel für die Nutzung von IKT an. Wenn wir die Funktion h mit $h(x) = \frac{\sin x}{x}$ nehmen, dann hat der Grenzwert dieser Funktion im Punkt 0 den Wert 1.

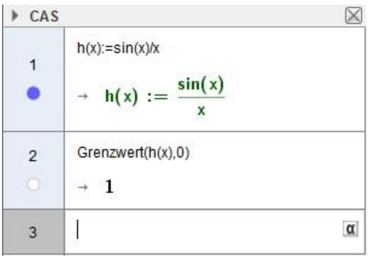

Abb. 3: Grenzwert von h mit GeoGebraCAS berechnet

Obwohl die Funktion h an der Stelle 0 nicht definiert ist, d.h. die Werte der beiden Funktionen im Nenner und Zähler an der Stelle 0 den Wert 0 haben, erhalten wir $\lim_{x \to 0} h(x) = 1$. Dieses Ergebnis ist für die Studierenden schwer zu verstehen.

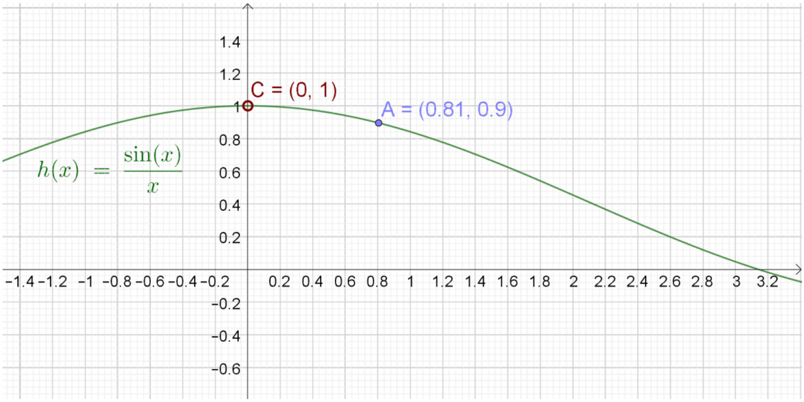

Abb. 4: Die Funktion *h* mit dem nicht definierten Punkt C und einem beliebigen definierten Punkt *A*

In Abbildung 4 wurde der nicht definierte Punkt C mit GeoGebra als leerer Punkt gekennzeichnet.

Bemerkung: Der Beitrag ist unterstützt mit dem Grant KEGA 020KU-4/2018 (Ján Gunčaga, Pädagogische Fakultät der Comenius Universität in Bratislava, Slowakei).

Literatur

Blum, W. & Törner, G. (1983). *Didaktik der Analysis*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Eckerdal, A., McCartney, R., Moström, J. E., Ratcliff, M., Sanders, K., & Zander, C. (2006) Putting Treshold Concepts into Context in Computer Science Education. In: *Proceedings of the 11th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education*, Bologna, Italy, S. 103-107.

Hejný, M. et al. (2006). *Creative Teaching in Mathematics*. Prague: Charles University.

Kirsch, A. (1976) Eine ‚intellektuell ehrliche' Einführung des Integralbegriffs in Grundkursen. *Didaktik der Mathematik* 4, S.87-105.

Knoche, N. & Wippermann, H. (1986). *Vorlesungen zur Methodik und Didaktik der Analysis*. Mannheim, Wien, Zürich: BI Wissenschaftsverlag.

Meyer, JHF. & Land, R. (2003). Threshold Concepts and Troublesome Knowledge 1 – Linkages to Ways of Thinking and Practising. In: *Improving Student Learning – Ten Years On.* C.Rust (Ed), Oxford: OCSLD.

Micheuz, P., Fuchs, KJ. & Landerer, C. (2007). Mission Possible - Computers in “Anyschool”. In: *Informatics, Mathematics and ICT: a 'golden triangle'*. Boston: International Federation for Information Processing, 6. Working Joint IFIP Conference, ISBN 13:978-0-615-14623-2.