

Messen & Einheiten – Lernhürden in Außer-Haus-Situationen

Einleitung

Mathematik in Außer-Haus-Situationen ist ein bewährtes Konzept zur Popularisierung von Mathematik und bietet viele Einsatzmöglichkeiten im Schulkontext. Bereits in den 1980er Jahren veröffentlichten Blane & Clarke (1984) einen sogenannten Mathtrail, der interessierten Personen und Familien eine Tour durch die australische Stadt Melbourne ermöglichte, bei der Mathematik entdeckt werden konnte. Hierzu wurden an interessanten Objekten in der Stadt mathematische Fragestellungen entworfen, die die Besucher zum Diskutieren, Rechnen und Fragenentwickeln anregen sollten. Durch eine weite Verbreitung von GPS-fähigen Smartphones sowie einfach zugängliche Online-Karten (Google Maps, OpenStreetMap) erfahren Mathtrails derzeit ein zunehmendes Interesse, das sich auch in Veröffentlichungen widerspiegelt (vgl. etwa Ludwig, Jesberg & Weiss, 2013; Buchholtz & Armbrust, 2018). Die technischen Möglichkeiten bieten nicht nur der Unterhaltungsindustrie Potentiale, die echte Umgebung mit virtuellen Inhalten zu verknüpfen (bspw. GeoCaching oder Pokémon Go), sondern können auch im schulischen Kontext sinnvoll eingesetzt werden. Digitale Geolernpfade können beispielsweise mit Actionbound oder mit MathCityMap (Gurjanow, Jablonski, Ludwig & Zender, 2018), das speziell für mathematische Lernpfade konzipiert ist, erstellt werden. Schülerinnen und Schüler können auf solch einem Lernpfad mit allen Sinnen lernen und Mathematik in ihrer Umgebung anwenden bzw. entdecken. Ein grundlegender Unterschied zum Lösen von realitätsnahen Aufgaben im Klassenraum besteht darin, dass sich Lernende erst für ein adäquates mathematisches Modell entscheiden müssen, bevor sie dann im zweiten Schritt die passenden Daten selbstständig erheben und ggfs. in die gewünschte Einheit konvertieren. Im Rahmen einer Studie zu Lernerfolg und Motivation bei Mathtrails konnte das Messen und der Umgang mit Größen, dies sind Teilaspekte des zuvor erwähnten zweiten Schrittes, als eine häufige Lernhürde beobachtet werden, die eine erfolgreiche Aufgabenbearbeitung verhinderte.

Theoretischer Hintergrund

Das Konzept des Messens ist laut Leuders & Barzel (2014, S. 48) eine fundamentale Erfindung des Menschen, die es erlaubt, eine ganze Reihe von Problemen im Umgang mit der Welt in den Griff zu bekommen. Weiterhin beschreiben die Autoren, dass in keinem anderen mathematischen

Inhaltsbereich das arithmetische Wissen um Zahlen und Operationen mit geometrischem Wissen und mit Sachwissen aus anderen Disziplinen und dem Alltag so stark in Verbindung gebracht werden kann, wie in diesem. Der Umgang mit Größen, Maßeinheiten und deren Abkürzungen (m², cm, etc.) ist im Alltag so selbstverständlich geworden, dass Lernhürden oftmals unterschätzt oder gar übersehen werden (ebd.). Dabei machen Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht häufig nur Messerfahrungen mit dem Geodreieck bzw. Lineal im Zentimeter- bzw. Millimeterbereich. Der Umgang mit Maßbändern oder Zollstöcken hingegen wird seltener thematisiert und stellt eine zusätzliche Schwierigkeit dar. Nach Vollrath (1980, S. 48) kommt die Mathematik dann ins Spiel, wenn es darum geht, mit Hilfe gemessener Größen andere Größen zu bestimmen, die ansonsten nicht direkt bestimmt werden können. Der Umgang mit Größen spielt auch beim mathematischen Modellieren eine wichtige Rolle, denn Modellierungsaufgaben haben einen Realitätsbezug, wodurch das Bestimmen von Größen und der Umgang mit Maßeinheiten notwendig wird. Diese These wird von einer Studie gestützt, bei der Teilnehmer, die zuvor das Thema Messen & Größen wiederholten, besser im Modellieren abschnitten (Hagena, 2015).

Forschungsfrage

Im Folgenden soll der Forschungsfrage nachgegangen werden, ob sich die im Feld beobachtete und in der Literatur beschriebene Lernhürde im Zusammenhang mit dem Messen und dem Umgang mit Größen auch empirisch anhand der Aufzeichnungen der Neuntklässler identifizieren lässt.

Methode

An der ursprünglichen Untersuchung zum Lernzuwachs und zu motivationalen Aspekten bei der Bearbeitung eines Mathtrails mit der MathCityMap App (MCM App) nahmen 18 Schulklassen mit 426 Schülerinnen und Schülern (220 weiblich, 202 männlich, 4 keine Angabe) aus der Rhein-Main-Region im Sommer 2017 teil. Zu Beginn der Intervention erhielten die Probanden eine kurze Einführung in den Umgang mit Messwerkzeugen (Maßband und Zollstock) sowie in die Bedienung der MCM App. Dann wurden diese aufgefordert einen Mathtrail (umfasst zehn Aufgaben) mit dem Themenschwerpunkt Zylinder und Kegel in Kleingruppen zu jeweils drei Personen (eingeteilt durch Lehrperson) abzulaufen. Insgesamt dauerte die Intervention in etwa 90 Minuten, wobei 75 Minuten für die Bearbeitung der Aufgaben zur Verfügung standen. Als Datengrundlage für die folgenden Analysen dienen die Schüleraufzeichnungen zu den Aufgaben, die zunächst auf Papier vorlagen und dann digitalisiert wurden. Die handschriftlichen Aufzeichnungen der Kleingruppen wurden gesichtet und der Bearbeitungsstatus

kategorisiert. Folgende Kategorien kamen dabei zum Einsatz: (1) Fehler im Zusammenhang mit dem Umgang mit Größen (hierzu gehören stark abweichende Messwerte, die auf einen ungeübten Umgang mit Messwerkzeug hindeuten, Vermischung von Maßeinheiten wie m und cm in einem Term sowie Einheitenumrechnungsfehler); (2) Anderweitige Fehler (z.B. algebraische Fehler, Formelumstellung) und (3) richtige Bearbeitung der Aufgabe. Aufgaben, die keine Bearbeitung aufwiesen, bleiben in der Analyse unberücksichtigt. Die 426 Schülerinnen und Schüler formten insgesamt $N = 149$ Kleingruppen.

Ergebnisse

Tabelle 1: Zusammenfassung aller analysierten Aufzeichnungen

N	Bearbeitete Aufgaben (MW)	Kat. 1	Kat. 2	Kat. 3
		(Fehler Größen & Messen)	(Anderer Fehler)	(Richtige Bearbeitung)
149	3,8 (SD 2,5)	0,74 (SD 0,84) 19%	0,78 (SD 1,00) 21%	2,30 (SD 2,05) 60%

Aus Tabelle 1 wird ersichtlich, dass die Kleingruppen im Schnitt an vier Aufgaben gearbeitet haben, von denen sie nur zwei richtig lösen konnten. Die Spannweite der erfolgreich gelösten Aufgaben ist jedoch sehr hoch und reicht von null bis zehn Aufgaben. In Tabelle 2 werden die Aufzeichnungen der Kleingruppen deshalb gruppiert nach der Anzahl ihrer gelösten Aufgaben, analysiert. Die Gruppe „niedrig“ enthielt alle Schülergruppen, die null bis zwei Aufgaben lösen konnten. Die Gruppe „mittel“ löste drei bis vier Aufgaben. Schülergruppen, die fünf Aufgaben oder mehr lösen konnten, wurden als „hoch“ eingeordnet.

Tabelle 2: Kategorisierung der Schüleraufzeichnung nach Leistungsgruppen

Gruppe	N	Bearbeitete Aufgaben (MW)	Kat. 1 (Fehler Größen & Messen)	Kat. 2 (Anderer Fehler)	Kat. 3 (Richtige Bearbeitung)
Niedrig	66	2,1 (SD 1,1)	35%	35%	30%
Mittel	63	4,3 (SD 1,8)	18%	18%	64%
Hoch	20	8,0 (SD 2,1)	9%	13%	78%

Die Gruppen unterscheiden sich nicht nur hinsichtlich der Anzahl der bearbeiteten Aufgaben (diese müssen nicht notwendig auch gelöst worden sein), sondern auch in der relativen Häufigkeit des Auftretens von Fehlern. So unterlaufen Schülergruppen aus der Leistungsgruppe „niedrig“ bei einem Drittel der bearbeiteten Aufgaben Fehler im Umgang mit Größen oder dem Messen. In weiteren 35% der Fälle kommen andere Fehler hinzu, wodurch die

Lösungsrate auf 30% sinkt. Die Gruppen „mittel“ und „hoch“ zeichnen sich durch eine niedrigere Fehlerrate und eine höhere Anzahl an bearbeiteten Aufgaben aus. Ein markanter Unterschied zwischen der Gruppe „niedrig“ und „mittel“ liegt in der beinahe halbierten Häufigkeit von Fehlern sowohl in Kategorie 1 als auch in Kategorie 2.

Diskussion

Messen und der Umgang mit Größen stehen in den meisten Bundesländern bereits in Klasse fünf bzw. sechs auf dem Programm. Doch selbst für Neuntklässler stellten diese Aspekte eine Lernhürde während des Mathtrails dar (vgl. Leuders & Barzel, 2014). Die Lernhürde verhinderte in einigen Fällen, dass das eigentliche Lernziel – Mathematik in der Umwelt zu erkennen und anzuwenden – erreicht werden konnte. Die Ergebnisse unterstützen weiterhin die These, dass der Umgang mit Größen eng verflochten mit der Arithmetik und Geometrie ist. Dies zeigt sich in ähnlich hohen Fehlerraten der Kategorien 1 und 2 in den jeweiligen Leistungsgruppen. Eine Wiederholung des Umgangs mit Größen ist deshalb vor der Durchführung eines Mathtrails dringend empfohlen und hat das Potential die Lernhürde zu minimieren (vgl. Hagena, 2015).

Literatur

- Blane, D.C. & Clarke, D. (1984). *A Mathematics Trail Around the City of Melbourne*, Monash Mathematics Education Centre, Monash University.
- Buchholtz N., Armbrust A. (2018) Ein mathematischer Stadtspaziergang zum Satz des Pythagoras als außerschulische Lernumgebung im Mathematikunterricht. In: Schukajlow S., Blum W. (Hrsg.) *Evaluierte Lernumgebungen zum Modellieren. Realitätsbezüge im Mathematikunterricht*. Springer Spektrum, Wiesbaden
- Gurjanow, I., Jablonski, S., Ludwig, M. & Zender, J. (2018). Modellieren mit MathCityMap. In: Maaß, J. Grefenhofer, I (Hrsg.) *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 6 - ISTRON-Schriftenreihe*, Springer, im Druck
- Hagena, M. (2015). Improving mathematical modelling by fostering measurement sense: an intervention study with pre-service mathematics teachers. In G.A. Stillman, W. Blum, & M.S. Biembengut (Hrsg.). *Mathematical modelling in education research and practice*. Cham: Springer, 185-194.
- Leuders, T. & Barzel, B. (2014). Größen, Maße und Messen. In: H. Linnenweber-Lammerskitten (Hrsg.), *Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II*. Bad Langensalza: Klett Verlag, 48-68.
- Ludwig, M., Jesberg, J. & Weiß, D. (2013). MathCityMap – faszinierende Belebung der Idee mathematischer Wanderpfade. *PM*, 53, 14-19.
- Vollrath, H.-J. (1980). Meßvorgänge als Erfahrungsgrundlage für den Mathematikunterricht. In H.-J. Vollrath (Hrsg.) *Sachrechnen. Didaktische Materialien für die Hauptschule*. Stuttgart: Klett Verlag, 45-63.